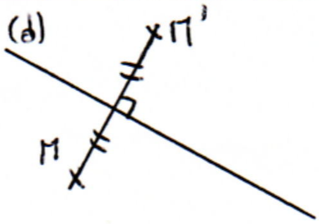
Transformations du plan (Bilan)

I. Symétrie axiale :

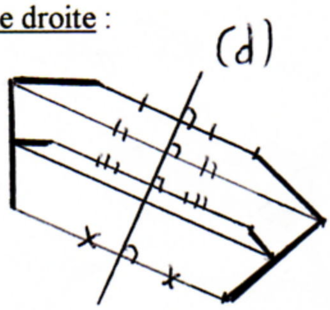
1-Symétrique d'un point par rapport à une droite :



L'image du point M par la symétrie d'axe (d) est :

- M si M est sur (d) ;
- M' tel que (d) soit la médiatrice de [MM'] dans le cas contraire.

2- Symétrique d'une figure par rapport à une droite :



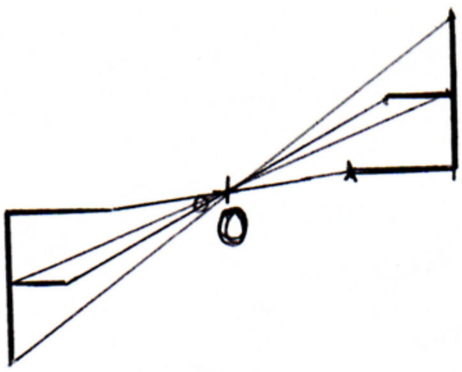
II. Symétrie centrale :

1- Symétrique d'un point par rapport à un point :

L'image du point M par la symétrie centrale de centre O est :

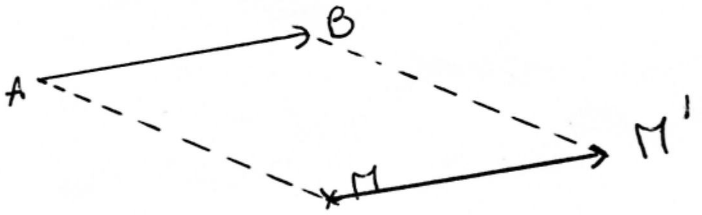
- O si M est confondu avec O ;
- M' tel que O soit le milieu de [MM'] dans le cas contraire.

2- Symétrique d'une figure par rapport à un point :



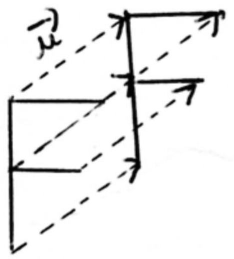
III. Translation :

1- Image d'un point par une translation :



M' est l'image de M par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ signifie que $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{AB}$

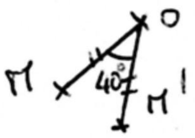
2- Symétrique d'une figure par une translation :



IV. La rotation :

1- Image d'un point par une rotation :

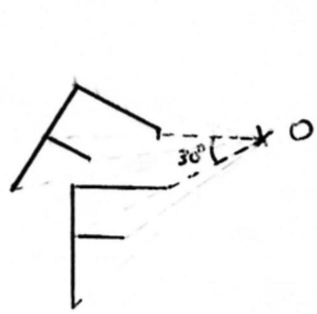
sens positif



- L'image d'un point M par la rotation de centre O et d'angle 40° dans le sens positif est le point M' tel que OM' = OM et $M\hat{O}M' = 40°$
- L'image du point O est O lui-même .

2- Symétrique d'une figure par une rotation :

Rotation de centre O et d'angle 30° dans le sens négatif



V. Propriétés communes à ces quatre transformations :

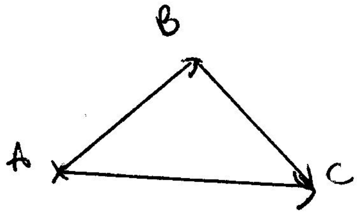
Dans ces quatre transformations, une figure et son image sont superposables (elles ont les mêmes dimensions)

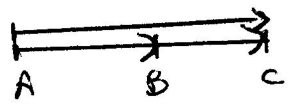
Nous avons donc les propriétés suivantes :

1) L'image d'un segment est un segment de même longueur ;
2) L' image d'un cercle est un cercle est un cercle de même rayon;
3) Le parallélisme est conservé.
4) Les angles sont conservés;
5) L'aire et le périmètre sont conservés;
6) L'alignement est conservé;
7) L'image d'une droite est une droite;
8) Les milieux sont conservés.

VI. Composée de deux transformations :

1- Composée de deux translations :





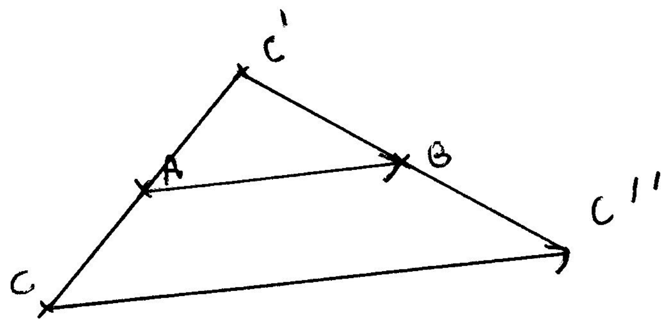
Propriété :

La composée de la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ suivie de la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$ revient à effectuer la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$.

(On a en effet $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$, d'après la relation de Chasles)

2- Composée de deux symétries centrales :

On considère C', l'image de c par la symétrie centrale de centre A et C'' l'image de C' par la symétrie centrale de centre B .



On a alors C'' qui est l'image de c par la translation de vecteur $2\,\overrightarrow{AB}$.

Propriété :

La composée d'une symétrie centrale de centre A suivie d'une symétrie centrale de centre B revient à effectuer la translation de vecteur $2\,\overrightarrow{AB}$.