

# Activités mathématiques pour le collège

## Cours-Avicenne

## ACTIVITES GEOMETRIQUES

### ANGLES

|    |  |    |
|----|--|----|
| 1. | CARTE.....                                 | 4  |
| 2. | ANGLE... INSCRIT - ANGLE... AU CENTRE..... | 6  |
| 3. | UN ANGLE A L'AIDE D'UN AUTRE... ..         | 9  |
| 4. | ANGLES .....                               | 10 |
| 5. | ANGLES... DANS UN POLYGONE REGULIER.....   | 13 |
| 6. | COURROIE .....                             | 15 |

### AIRES ET VOLUMES

|     |  |    |
|-----|--|----|
| 7.  | DECOUPES .....                         | 16 |
| 8.  | MOITIE ?.....                          | 19 |
| 9.  | FRACTIONS .....                        | 21 |
| 10. | FRACTIONS DANS UN CARRE.....           | 22 |
| 11. | IL Y A DES FRACTIONS DANS L'AIR.....   | 23 |
| 12. | FRACTIONS DANS UN PARALLELOGRAMME..... | 25 |
| 13. | PETANQUE.....                          | 26 |
| 14. | LA PLUS GRANDE SURFACE.....            | 27 |
| 15. | LE PLUS GRAND VOLUME.....              | 28 |

### CONSTRUCTIONS

|     |  |    |
|-----|--|----|
| 16. | TOURNE.....                                    | 29 |
| 17. | CARRES, RECTANGLES .....                       | 30 |
| 18. | LOSANGES .....                                 | 31 |
| 19. | PARALLELOGRAMMES.....                          | 32 |
| 20. | CONSTRUCTION : TRIANGLE.....                   | 33 |
| 21. | EMBOITE .....                                  | 34 |
| 22. | SPIRALE.....                                   | 35 |
| 23. | TANGRAM.....                                   | 38 |
| 24. | FRISE.....                                     | 39 |
| 25. | OVALE .....                                    | 40 |
| 26. | BOITE.....                                     | 41 |
| 27. | FIGURE.....                                    | 43 |
| 28. | DEUX BISSECTRICES POUR UN ANGLE... ..          | 44 |
| 29. | UN TRIANGLE ET SES BISSECTRICES .....          | 45 |
| 30. | UN TRIANGLE A PARTIR DE SES BISSECTRICES ..... | 46 |

### ESPACE

|     |                         |    |
|-----|-------------------------|----|
| 31. | AJOUTE LES CUBES.....   | 47 |
| 32. | ENLEVE LES CUBES .....  | 49 |
| 33. | JEUX DE CUBES.....      | 50 |
| 34. | FACE A FACE.....        | 52 |
| 35. | UN CUBE QUI TOURNE..... | 53 |
| 36. | ESCALIERS .....         | 54 |

### DEMONSTRATION

|     |                                   |    |
|-----|-----------------------------------|----|
| 37. | LA ROSACE DU TEMPLE DE DIANE..... | 55 |
|-----|-----------------------------------|----|

|     |                                |    |
|-----|--------------------------------|----|
| 38. | PLIAGE .....                   | 56 |
| 39. | LA PLUS GRANDE AIRE .....      | 58 |
| 40. | COMPARONS LES AIRES .....      | 59 |
| 41. | DODECAGONE .....               | 61 |
| 42. | CERCLE ET PARALLELOGRAMME..... | 62 |
| 43. | POUR UN CARREAU DE PLUS.....   | 63 |

## ACTIVITES NUMERIQUES

### ACTIVITES NUMERIQUES

|     |                              |    |
|-----|------------------------------|----|
| 44. | LE JOURNAL.....              | 64 |
| 45. | MARELLE.....                 | 65 |
| 46. | COURSES.....                 | 66 |
| 47. | LA BONNE LONGUEUR.....       | 67 |
| 48. | UNITES.....                  | 68 |
| 49. | UNE BOITE ET DES SUCRES..... | 69 |
| 50. | ORANGE.....                  | 71 |
| 51. | DE L'EAU ET DU SUCRE.....    | 73 |

### ACTIVITES GRAPHIQUES

|     |                               |    |
|-----|-------------------------------|----|
| 52. | ESSENCE.....                  | 74 |
| 53. | GRAPHIQUE.....                | 75 |
| 54. | LES GRANDS ET LES PETITS..... | 77 |
| 55. | CAMION.....                   | 80 |

### ACTIVITES ALGEBRIQUES

|     |                    |    |
|-----|--------------------|----|
| 56. | TRAJETS.....       | 82 |
| 57. | MAGIQUE.....       | 83 |
| 58. | CARPETTE.....      | 86 |
| 59. | QUATRE FOIS ?..... | 89 |
| 60. | TUYAUX.....        | 90 |
| 61. | TRIANGLES.....     | 91 |
| 62. | LETTRES.....       | 92 |
| 63. | HEX.....           | 93 |
| 64. | FICELLE.....       | 94 |
| 65. | VAISSELLE.....     | 96 |
| 66. | TROUVE X.....      | 97 |
| 67. | PISCINE.....       | 98 |
| 68. | EQUATION.....      | 99 |

## **1. CARTE**

Cette activité a été proposée à des enfants de collège en sixième et cinquième. On peut l'utiliser avec des élèves qui ont déjà travaillé sur les angles et savent reporter un angle à un endroit donné.

Les enfants doivent tracer sur une carte le trajet d'un hélicoptère. Il s'agira pour eux de reporter plusieurs fois un angle orienté au point de départ de l'hélicoptère et par rapport au nord donné par la boussole.

Les angles étant mesurés en degré de  $0^\circ$  à  $360^\circ$ , il est préférable que le travail soit réalisé avec un rapporteur circulaire.

### CARTE...

La page ci-contre reproduit une carte représentant des îles imaginaires. Les points noirs sur la carte indiquent des villages. Cette carte est à l'échelle 1/100 000. Quelle distance réelle représente 1 km ?

**Un hélicoptère part de la ville de CAY et doit livrer des médicaments urgents dans 10 villages de l'archipel.**

Le pilote de l'hélicoptère dispose d'un tableau indiquant les différentes étapes numérotées de 0 (le départ) à 11 (l'arrivée). Pour chaque étape la direction à suivre est indiquée par le Cap qui est l'angle mesuré dans le sens des aiguilles d'une montre entre le nord et la direction à prendre. La distance à parcourir est indiquée en kilomètres dans la colonne distance.

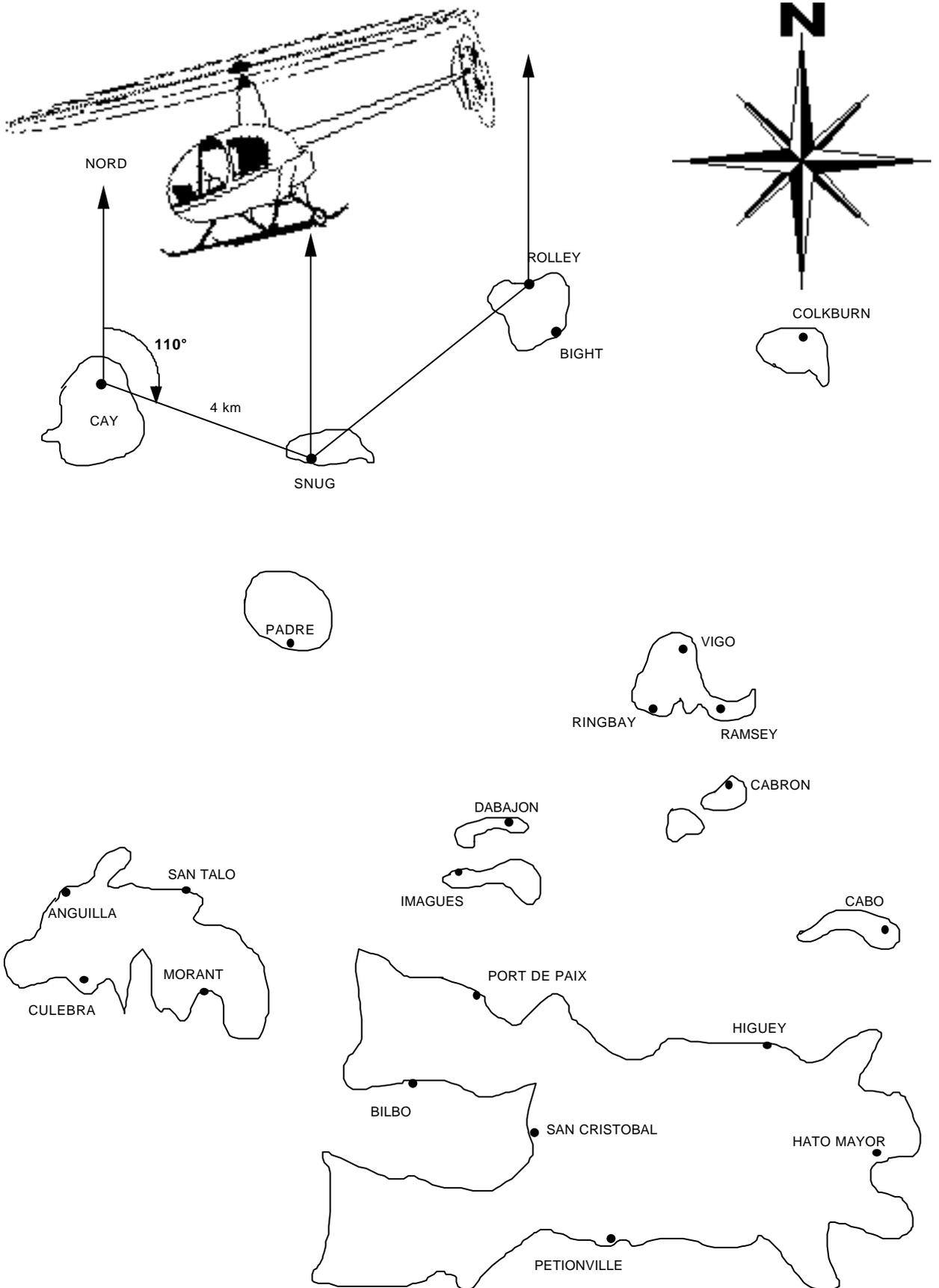
Dessine sur la carte le trajet de l'hélicoptère.

Le dessin est déjà commencé : continue-le. N'oublie pas à chaque étape de dessiner une demi-droite indiquant le nord pour pouvoir reporter le cap. Fais-le avec précision.

Complète le tableau avec le nom des villes-étapes.

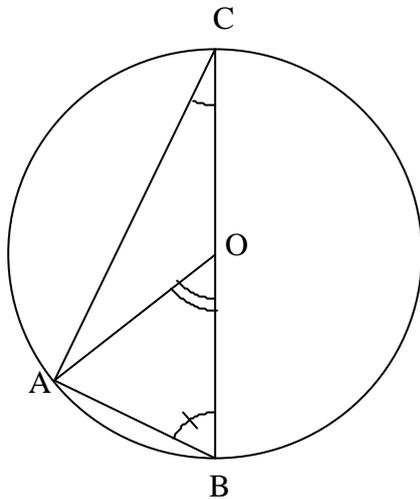
Tu pourras vérifier que la quatrième étape est VIGO.

| étape | ville | cap     | distance |
|-------|-------|---------|----------|
| 0     | CAY   | 110°    | 4 km     |
| 1     | SNUG  | 51°     | 5        |
| 2     |       | 101°    | 5        |
| 3     |       | 201°    | 6        |
| 4     | VIGO  | 271°    | 7        |
| 5     |       | 222°    | 6        |
| 6     |       | 81°     | 8        |
| 7     |       | 106°    | 7        |
| 8     |       | 182°    | 4        |
| 9     |       | 252°    | 5        |
| 10    |       | 329°    | 17,7     |
| 11    |       | ARRIVEE |          |



## 2. ANGLE... INSCRIT - ANGLE... AU CENTRE

1



O est le centre du cercle passant par A, B et C.

1. Sachant que  $\widehat{C} = 25^\circ$

a) complète en justifiant tes réponses.

$\widehat{B} = \dots\dots$

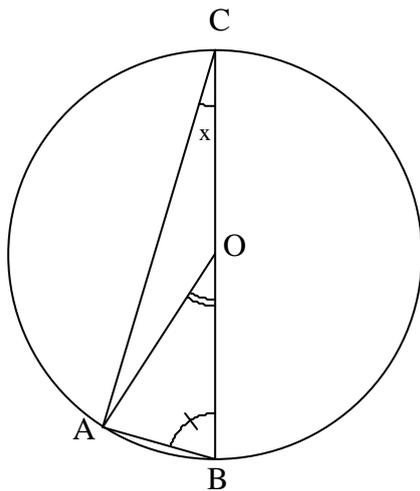
$\widehat{OAB} = \dots\dots$

$\widehat{AOB} = \dots\dots$

b) compare  $\widehat{AOB}$  et  $\widehat{C}$ .

2. Reprends les mêmes questions en supposant cette fois que  $\widehat{C} = 40^\circ$ .

2



O est le centre du cercle passant par A, B et C.

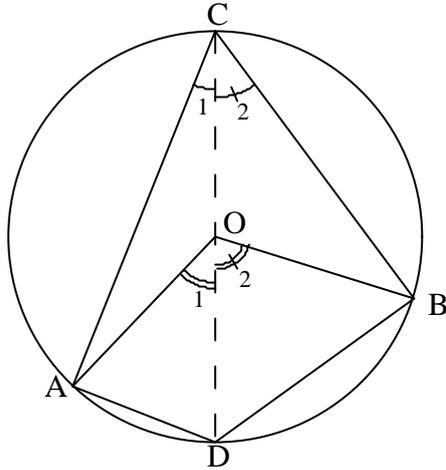
Nous avons posé  $\widehat{C} = x$ .

$\widehat{B} = \dots\dots$

$\widehat{OAB} = \dots\dots$

Calcule à l'aide de x  $\widehat{AOB} = \dots\dots$

3



O est le centre du cercle passant par A, B et C.

$$\widehat{ACB} = 65^\circ.$$

1. Sachant que  $\widehat{C}_1 = 25^\circ$

a) complète en justifiant tes réponses

$$\widehat{O}_1 = \dots\dots$$

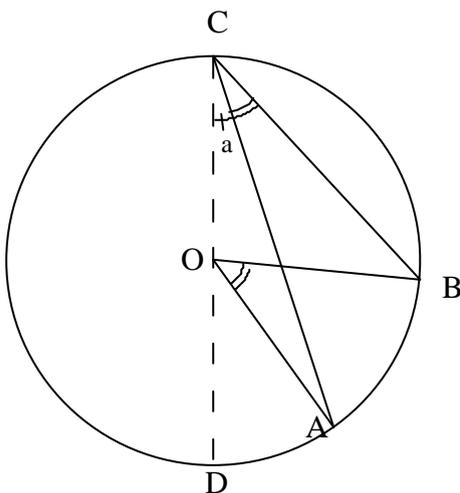
$$\widehat{C}_2 = \dots\dots$$

$$\widehat{O}_2 = \dots\dots$$

b) Compare  $\widehat{AOB}$  et  $\widehat{ACB}$ .

2. Reprends les mêmes questions avec  $\widehat{C}_1 = 15^\circ$

4



O est le centre du cercle passant par A, B et C

$$\widehat{ACB} = 20^\circ \quad \widehat{OCA} = a$$

1. Sachant que  $a = 15^\circ$

a) complète en justifiant tes réponses

$$\widehat{DOA} = \dots\dots$$

$$\widehat{DCB} = \dots\dots$$

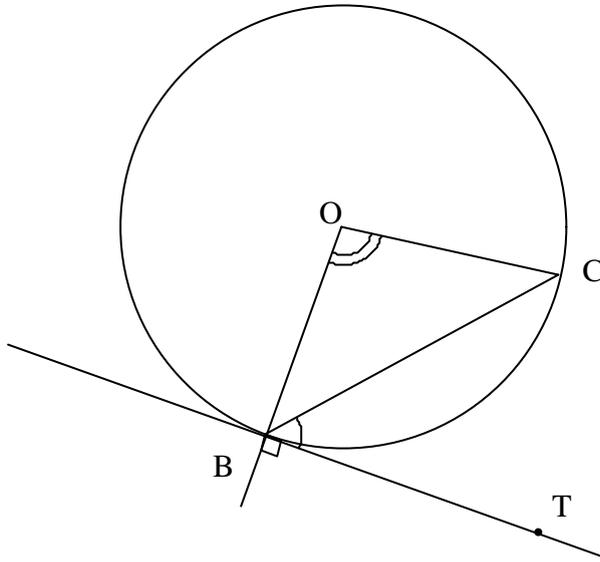
$$\widehat{DOB} = \dots\dots$$

$$\widehat{AOB} = \dots\dots$$

b) compare  $\widehat{AOB}$  et  $\widehat{ACB}$ .

2. Reprends les mêmes questions en donnant les mesures des angles à l'aide de a.

5



Rappelle-toi : si (BT) est tangente au cercle alors (BT) est perpendiculaire à (OB). C'est le cas ici.

1. Sachant que  $\widehat{BOC} = 95^\circ$

a) complète en justifiant tes réponses

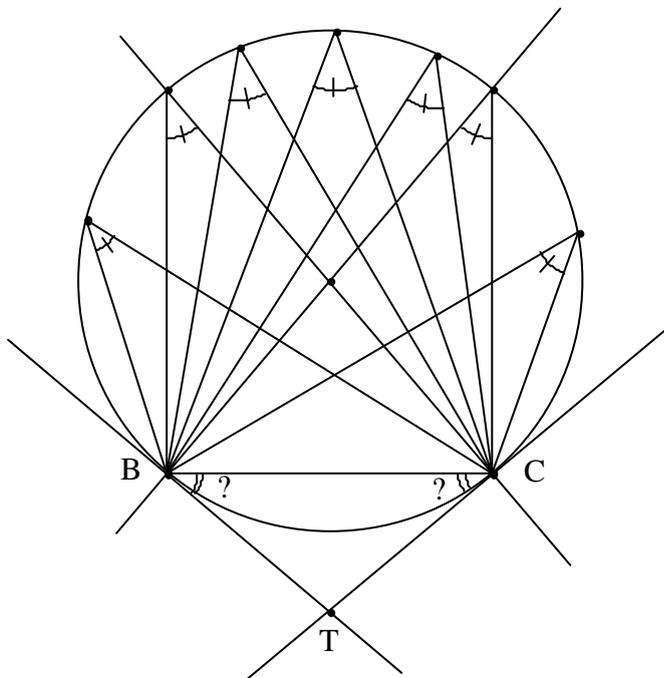
$$\widehat{OBC} + \dots + \dots = 180^\circ$$

b) Compare  $\widehat{TRC}$  et  $\widehat{BOC}$ .

2. Reprends les mêmes questions en posant

$$\widehat{BOC} = 2a.$$

6



a) Est-ce que tous les angles marqués d'un trait sont égaux ?

Justifie ta réponse.

b) A quelle condition, les angles marqués de sommet B et C sont-ils égaux aux autres ?

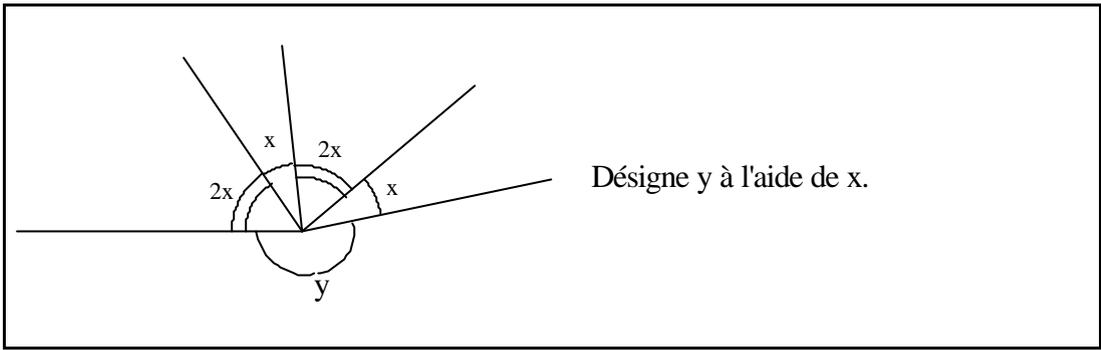
### 3. UN ANGLE A L'AIDE D'UN AUTRE...

Tu sais que  
 $x = \widehat{uOr} = \widehat{vOt}$   
 $y = \widehat{rOv} = \widehat{tOw}$

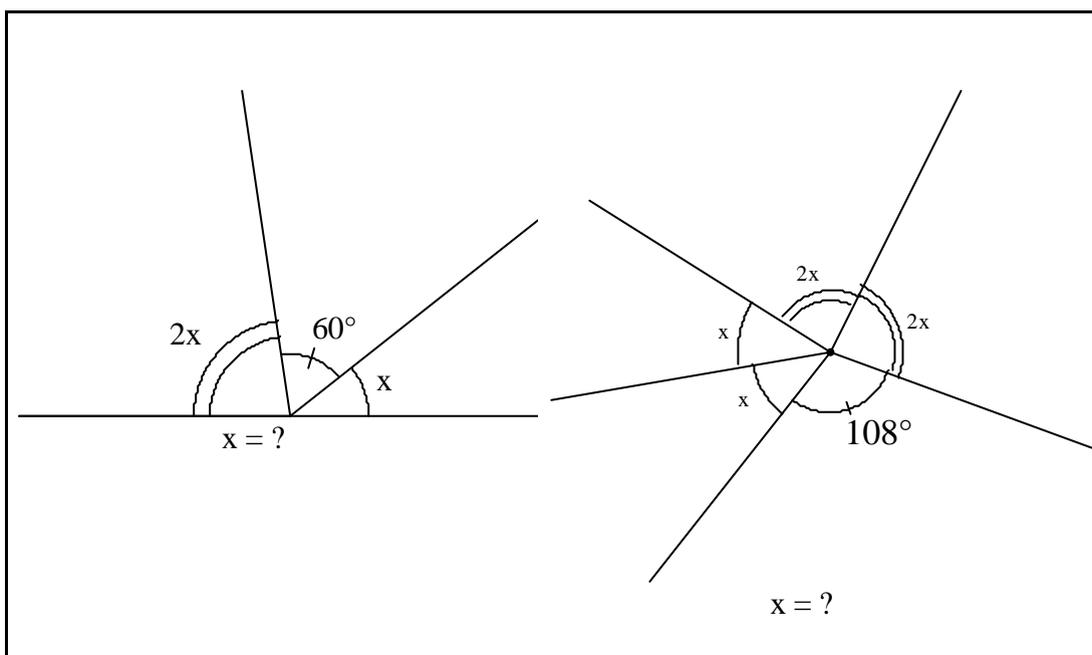
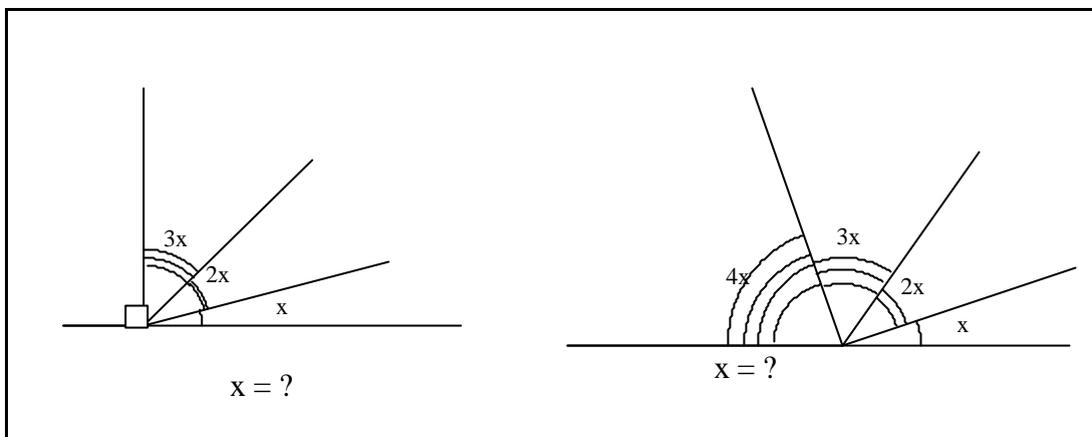
a) Montre que :  $(Ov) \perp (tOw)$   
 b) Montre que :  $(Or) \perp (Ot)$   
 c) Désigne y à l'aide de x :  
 $y = \dots$

a) Évalue sans mesurer  $x + y =$   
 b) Désigne y à l'aide de x.

Désigne y à l'aide de x.

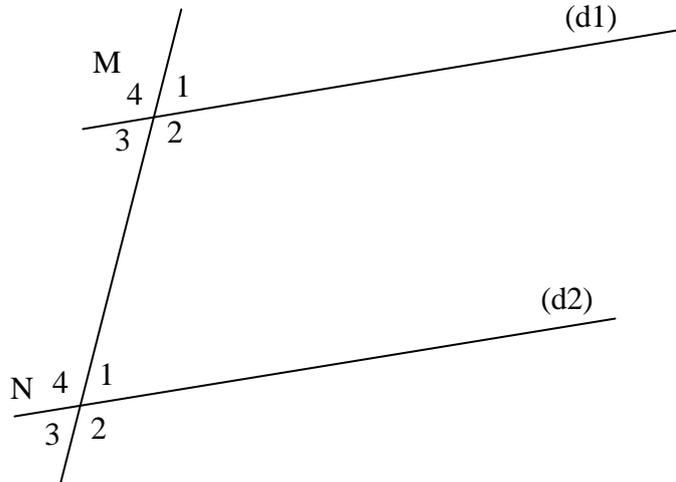
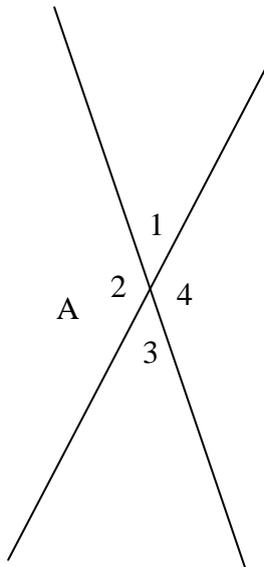


## 4. ANGLES



Donne les valeurs des angles sans les mesurer

$(d_1) // (d_2)$

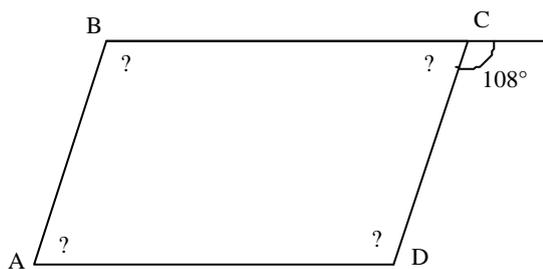


$$\widehat{M}_1 = 60^\circ ; \widehat{M}_2 = \quad ; \widehat{M}_3 = \quad ; \widehat{M}_4 = \quad$$

$$\widehat{N}_1 = \quad ; \widehat{N}_2 = \quad ; \widehat{N}_3 = \quad ; \widehat{N}_4 = \quad$$

$$\widehat{A}_1 = 40^\circ ; \widehat{A}_2 = \quad$$

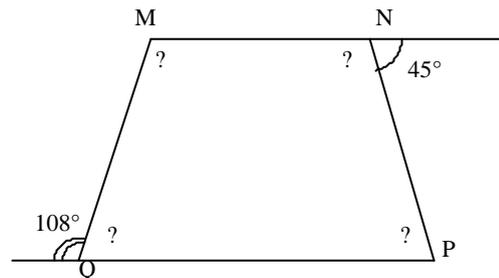
$$\widehat{A}_3 = \quad ; \widehat{A}_4 = \quad$$



ABCD est un parallélogramme

$$\widehat{A} = \quad \quad \widehat{B} = \quad$$

$$\widehat{C} = \quad \quad \widehat{D} = \quad$$

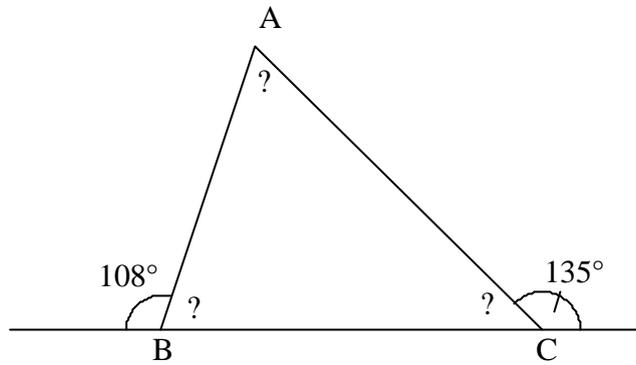


MNPQ est un trapèze  $(MN) // (QP)$

$$\widehat{M} = \quad \quad \widehat{N} = \quad$$

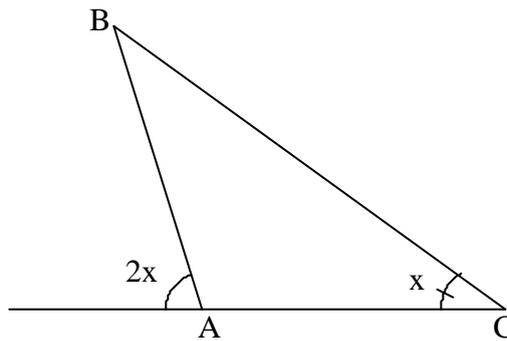
$$\widehat{P} = \quad \quad \widehat{Q} = \quad$$

Sans les mesurer, évalue la mesure des angles du triangle ABC.



a) Montre que le triangle ABC est isocèle.

b) Désigne  $\widehat{BAC}$  à l'aide de  $x$ .



c) Évalue les angles du triangle sachant que  $x = 36^\circ$ .

$ABC$  est un triangle rectangle en  $A$ .  
 $I$  est le milieu de  $BC$

Evalue sans les mesurer  $x$ ,  $y$  et  $z$

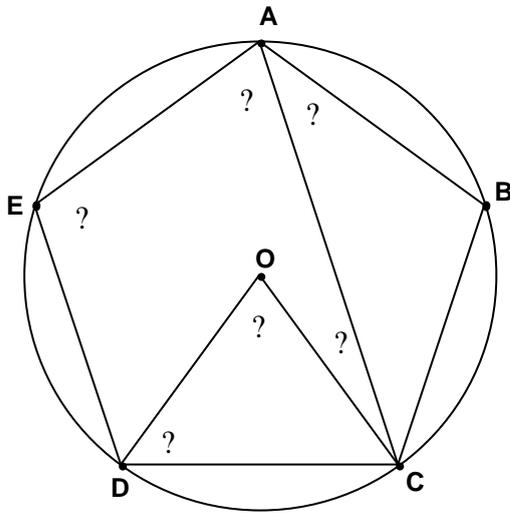
**5. ANGLES... DANS UN POLYGONE REGULIER**

**1**

$ABCD$  est un carré.  
 $DEC$  est un triangle équilatéral.

Evalue les angles marqués d'un ? sans les mesurer mais en justifiant tes réponses.

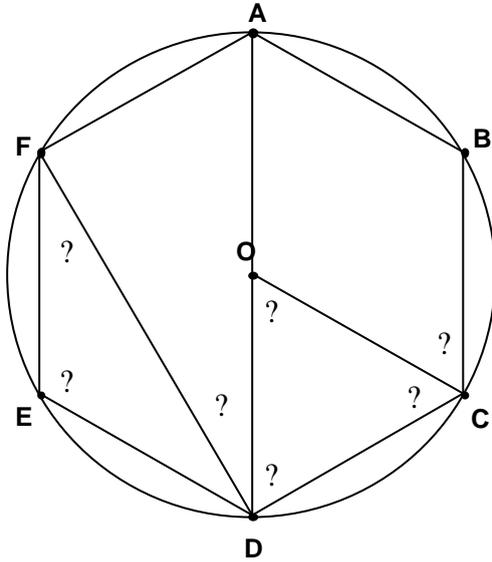
2



ABCDE est un pentagone régulier.

Évalue les angles marqués d'un ? sans les mesurer mais en justifiant tes réponses.

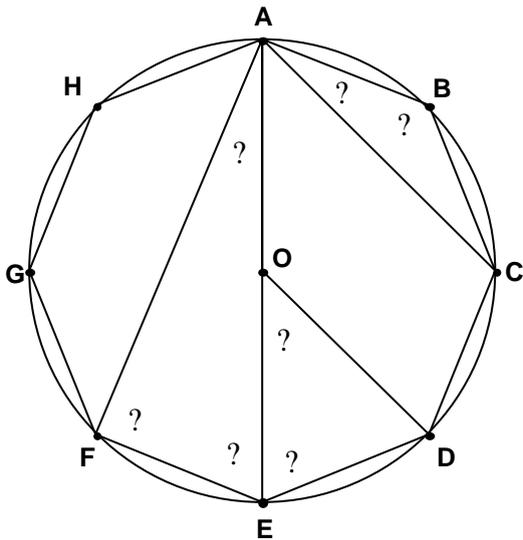
3



ABCDEF est un hexagone régulier

Evalue, sans les mesurer, les angles marqués d'un ? en justifiant tes réponses.

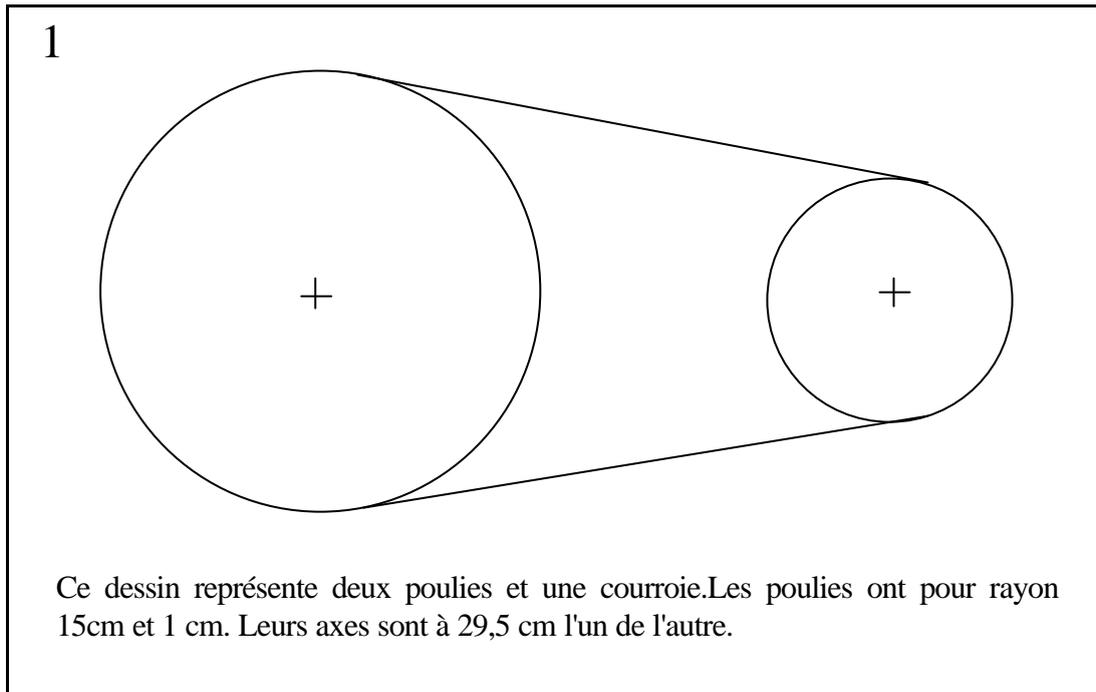
4



ABCDEFGH est un octogone régulier.

Evalue, sans les mesurer, les angles marqués d'un ? en justifiant tes réponses.

## 6. COURROIE



2

Trouver la longueur de la courroie

## 7. DECOUPES

Une partie de cette activité s'inspire d'une fiche du fascicule «à la recherche d'activités mathématiques» (sixième, tome II, p. 81, 1976) de l'IREM de Rennes.

Les deux activités présentées ici, apparemment très voisines, présentent en réalité des différences importantes, tant au niveau des difficultés qu'à celui des notions mises en œuvre.

Il s'agit dans les deux cas d'un travail sur la notion d'aire, dont la présentation a été conçue de façon à rendre difficile l'utilisation de formules de calculs d'aires. Il s'agit d'utiliser la notion d'aire en mettant l'accent sur la comparaison de surfaces et de la notion de pavé unitaire (découpes 2, cadre 3).

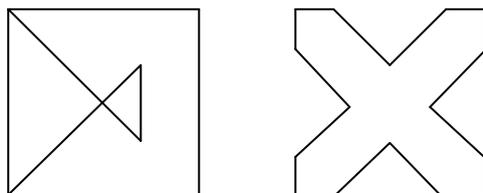
**DECOUPES 1** est plus abordable par des enfants jeunes, dès la sixième. C'est une activité numérique qui devrait leur permettre de construire un algorithme de calcul pour l'aire de la pièce E du puzzle. Notez que les cotes étant données, il n'y a pas de problème pour identifier les propriétés de la figure.

**DECOUPES 2** présente un dessin sans aucun commentaire sur les propriétés de la figure. Une observation de la figure doit permettre aux élèves d'en dresser une liste qui sera soumise à la classe pour déterminer celles qui seront retenues pour continuer le travail.

La suite de l'activité peut difficilement être abordée avec des enfants n'ayant pas quelques connaissances en calcul algébrique. Il s'agit en effet de choisir des désignations pour les objets mis en œuvre, longueurs et aires, puis d'écrire des expressions algébriques exprimant les relations entre ces différents objets.

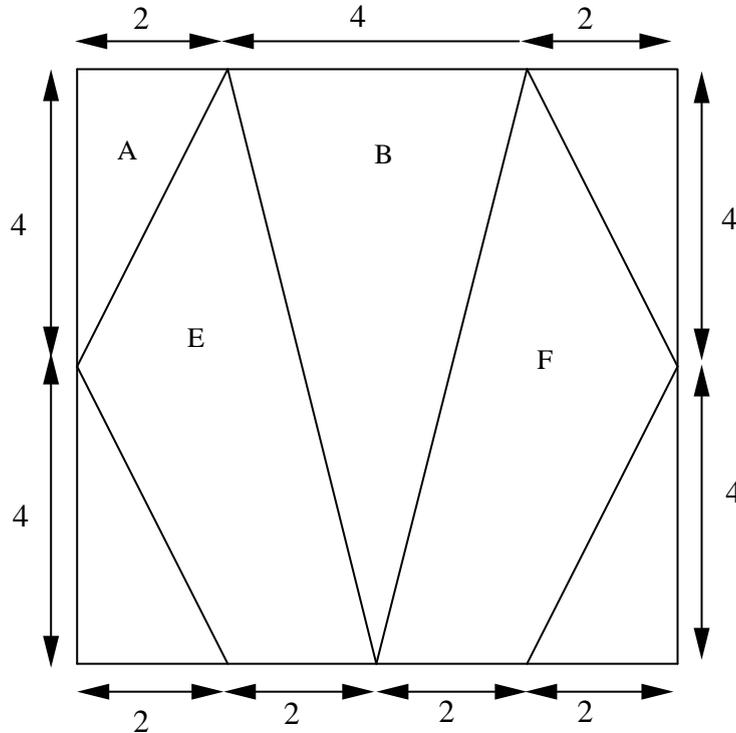
On peut reprendre le même travail avec d'autres dessins à condition de les choisir avec soin en fonction du niveau des enfants et des notions qu'on veut leur faire aborder ou approfondir.

En voici deux exemples extraits des « activités de soutien 6<sup>o</sup>-5<sup>o</sup> » de l'IREM de Grenoble édité chez Magnard Paris ».



## DECOUPES 1

**1** Ce carré a été partagé en plusieurs morceaux comme l'indique le dessin.



Observe ce dessin, et reproduis-le de façon à ce que le côté du carré mesure 12 cm.

Combien de fois peux-tu dessiner le triangle A à l'intérieur du carré ? Justifie ta réponse.

Comment calculer l'aire de E à partir de l'aire du carré ?

**2** Combien de fois peux-tu dessiner le triangle B à l'intérieur du carré ? Justifie ta réponse.

Comment calculer l'aire de B à partir de l'aire du carré ?

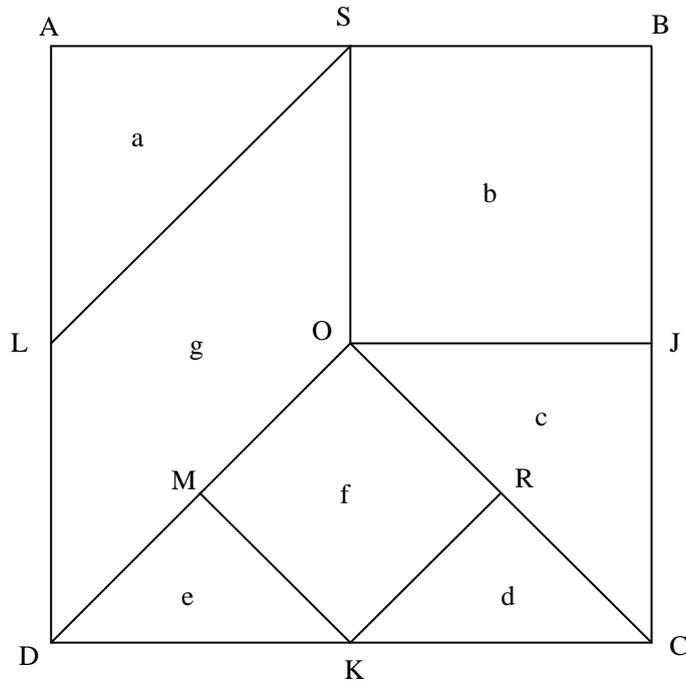
Comment calculer l'aire de E à partir de l'aire du carré ?

**3** Avec un carré de 20 cm de côté, découpé de la même façon, qu'elle est l'aire de A ? De B ? De E ? Justifie chaque fois ta réponse en écrivant les calculs que tu fais.

**4** Donne la liste des opérations qu'il faudrait faire pour calculer l'aire de E à partir du côté de n'importe quel carré.

## DECOUPES 2

**1** ABCD est un carré découpé en 7 plaques, désignées par des lettres, comme sur le dessin suivant :



Observe ce dessin : il possède des propriétés faciles à observer : fais-en une liste sur laquelle tout le monde puisse se mettre d'accord.

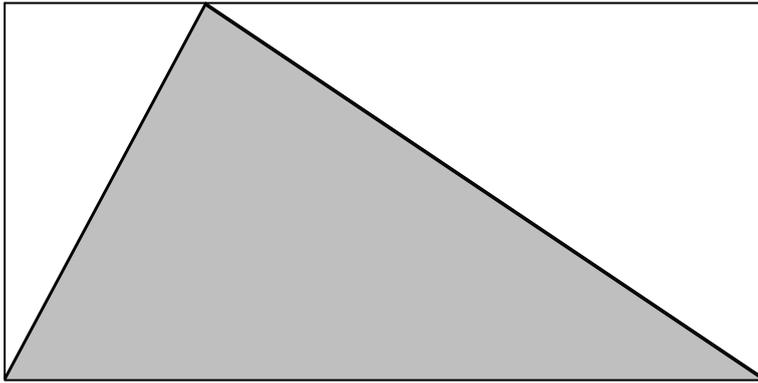
**2** Combien de plaques a peut-on dessiner à l'intérieur du carré ABCD ? Exprime l'aire de a à l'aide de l'aire du carré.  
Exprime l'aire de chaque plaque à l'aide de celle du carré ABCD.

**3** Exprime l'aire de chaque plaque à l'aide de celle de a.

**4** Calcule l'aire de chaque plaque dans le cas où le côté AB mesure 12 cm.

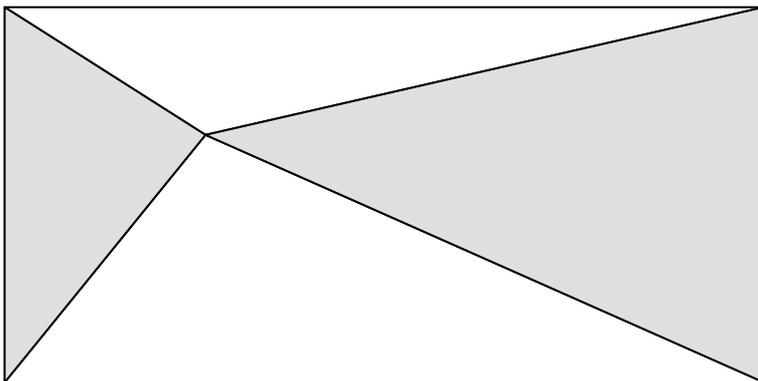
## 8. MOITIE ?

**1**



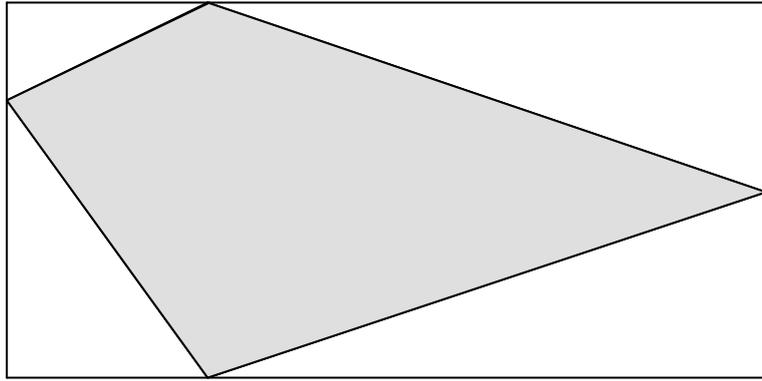
La partie hachurée est-elle la moitié du rectangle ?

**2**



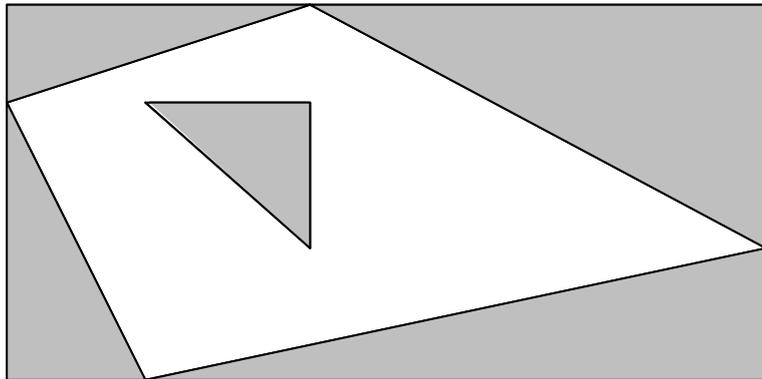
La partie hachurée est-elle la moitié du rectangle ?

**3**



La partie hachurée est-elle la moitié du rectangle ?

**4**

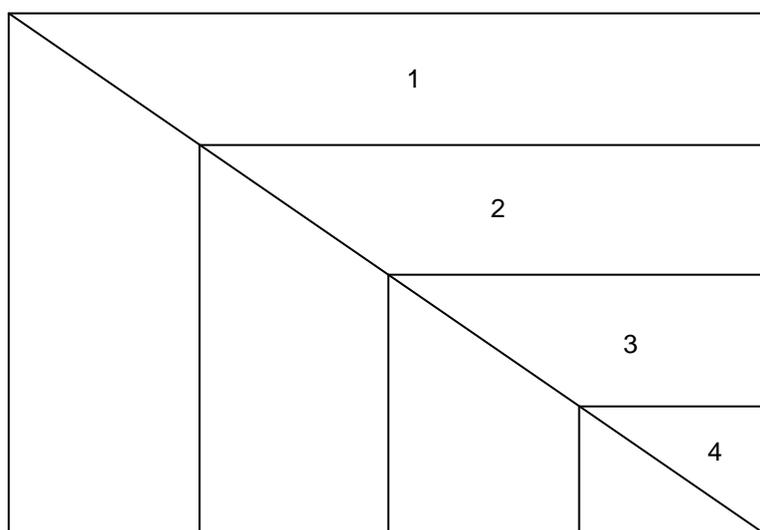


La partie hachurée est-elle la moitié du rectangle ?

## 9. FRACTIONS

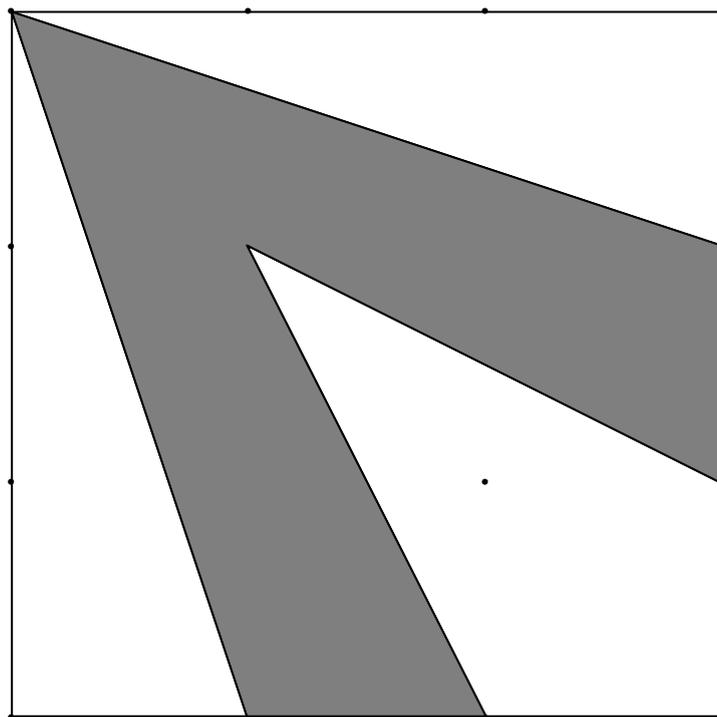
Dans ce rectangle on a partagé la diagonale en quatre parties égales.

Quelle fraction du rectangle représente chacune des parties numérotées de 1 à 4 ?



Explique soigneusement les résultats que tu trouves.

**10. FRACTIONS DANS UN CARRE**



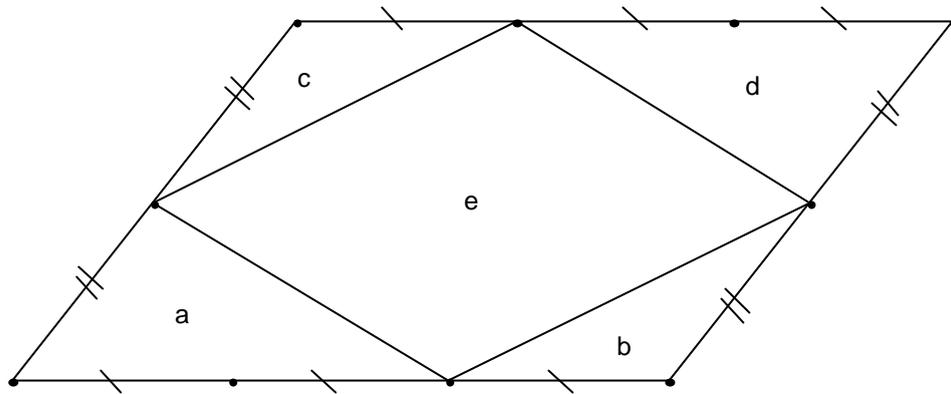
Quelle fraction du carré représente la partie coloriée ?

# 11. IL Y A DES FRACTIONS DANS L'AIR

**1**  
 Quelles fractions du triangle  
 représente a, b et c ?  
 Justifie ta réponse

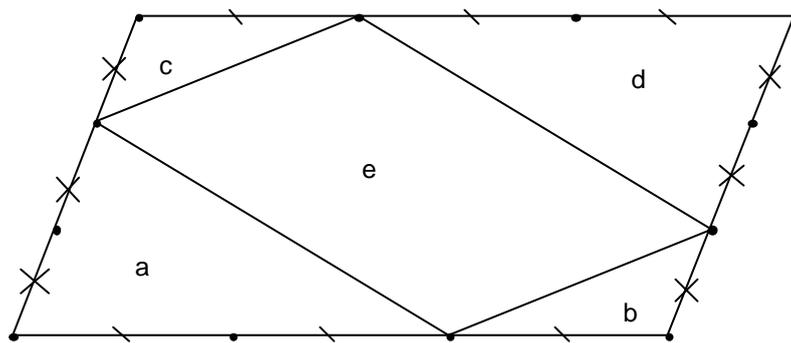
**2**  
 Quelles fractions du  
 parallélogramme  
 représentent a, b, c,  
 d, e et f ?  
 Justifie ta réponse.

3



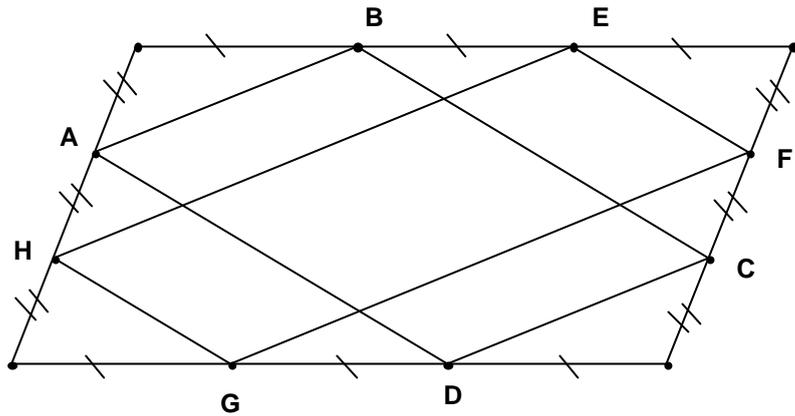
Quelles fractions du parallélogramme représentent a, b, c, d et e ?  
Explique tes réponses

4



Quelles fractions du parallélogramme représentent a, b, c, d et e ?  
Explique tes réponses

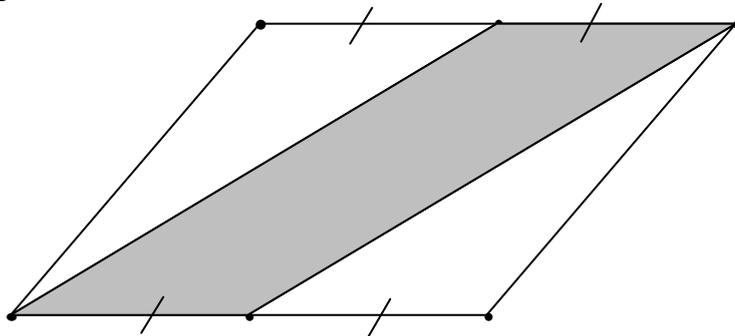
5



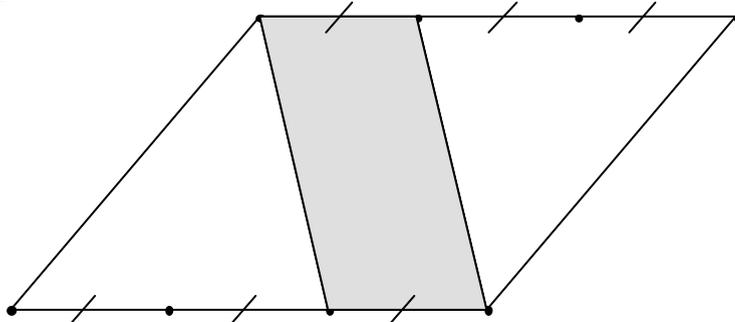
Montrer que les parallélogrammes ABCD et EFGH ont la même aire.

## 12. FRACTIONS DANS UN PARALLELOGRAMME

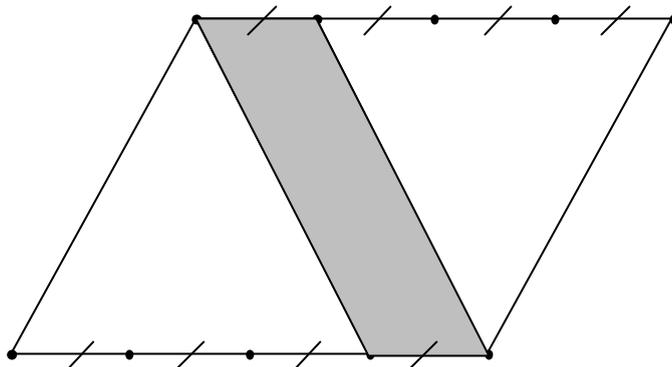
1 Quelle fraction est hachurée dans ce parallélogramme ?  
Justifie ta réponse.



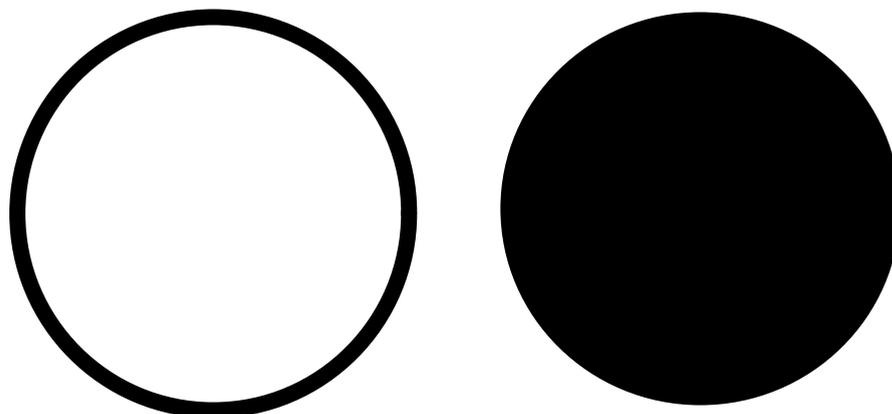
2 Quelle fraction est hachurée dans ce parallélogramme ?  
Justifie ta réponse.



**3** Quelle fraction est hachurée dans ce parallélogramme ?  
Justifie ta réponse.



## 13. PETANQUE



**1.** Une boule de pétanque est-elle pleine ou creuse ?  
Donne la réponse qui te semble correcte.

**2.** Pour étudier cette question nous donnons ici quelques renseignements sur une boule de pétanque.

- Masse 800 g.
- Diamètre 7,5 cm.
- Masse volumique  $7,8 \text{ g/cm}^3$ .

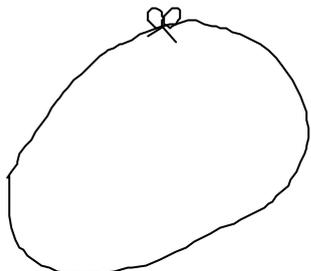
Utilise ces renseignements pour voir si ta première réponse est correcte ou non.

**3.** Dessine en coupe et en grandeur nature une boule de pétanque avec les caractéristiques données au cadre 2.  
Fais les calculs nécessaires avant de dessiner.

D'après une idée de Franck Bellemain

## 14. LA PLUS GRANDE SURFACE

**1** Une ficelle nouée fait une boucle mesurant  $p$  (en cm).



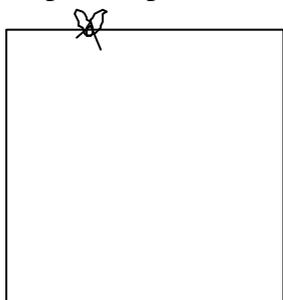
Tu peux disposer cette ficelle de façon à former un rectangle de côté 2.

a) Désigne l'autre côté du rectangle à l'aide de  $p$ .

b) Désigne l'aire de ce rectangle à l'aide de  $p$ .



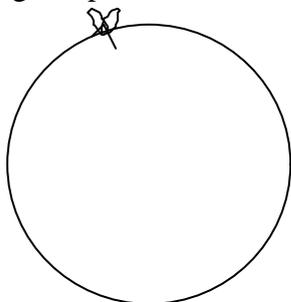
**2** Tu peux disposer cette même ficelle de longueur  $p$  de façon à former un carré.



a) Désigne le côté du carré à l'aide de  $p$ .

b) Désigne l'aire du carré à l'aide de  $p$ .

**3** Tu peux disposer toujours cette même ficelle de façon à avoir un cercle de longueur  $p$ .



a) Désigne le rayon du cercle à l'aide de  $p$ .

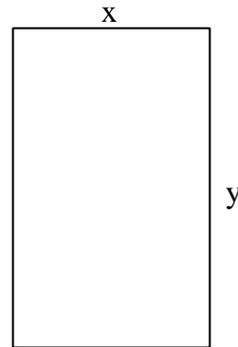
b) Désigne l'aire du cercle à l'aide de  $p$ .

**4** Dans quel cas l'aire délimitée par la ficelle est-elle la plus grande ?

## 15. LE PLUS GRAND VOLUME

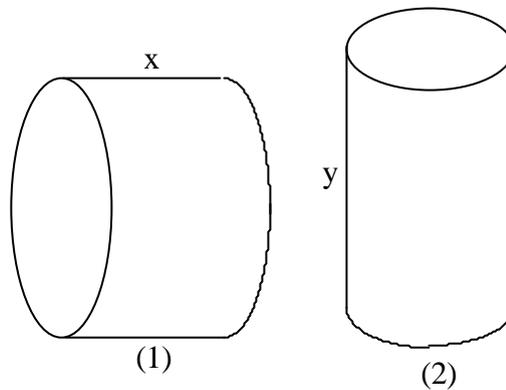
Voici une feuille de papier.

Désignons par  $x$  sa largeur  
Désignons par  $y$  sa longueur



On peut l'enrouler de deux façons :

- suivant la longueur  $y$  (1)
- suivant la largeur  $x$ . (2)



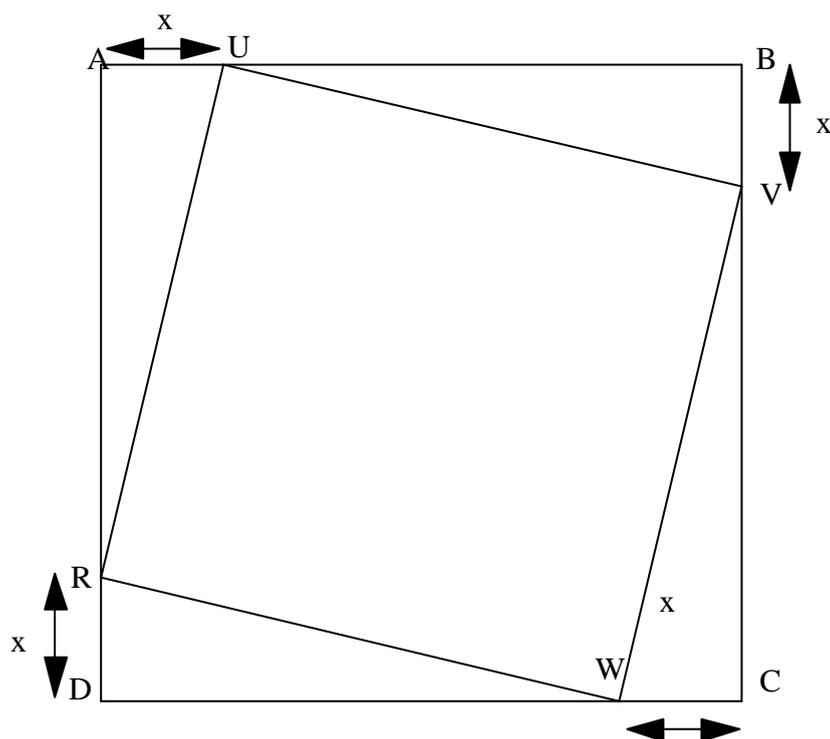
Il s'agit de chercher quelle façon d'enrouler délimite le plus grand volume.

- (1) a) Désigne le rayon  $R$  du cylindre à l'aide de  $y$ .  
b) Désigne l'aire de la section à l'aide de  $y$ .  
c) Désigne le volume du cylindre à l'aide de  $x$  et  $y$ .

- (2) a) Désigne le rayon  $r$  du cylindre à l'aide de  $x$ .  
b) Désigne l'aire de la section à l'aide de  $x$ .  
c) Désigne à l'aide de  $x$  et  $y$  le volume du cylindre.

## 16. TOURNE...

ABCD est un carré de 10 cm de côté et U, V, W et R sont des points construits sur les côtés du carré à la même distance  $x$  des sommets comme sur le dessin.



Explique pour quoi UVWR est un carré.

Calcule l'aire de UVWR en fonction de  $x$ .

Comment choisir  $x$  pour que cette aire soit égale à  $50 \text{ cm}^2$  ?

Dessine la figure correspondante.

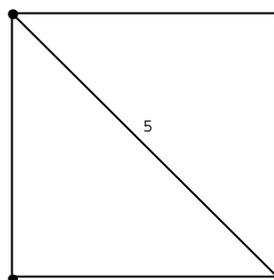
D'après les cahiers de troisième - IREM de Poitiers - Janvier 1985.

## 17. CARRES, RECTANGLES

**1**

Construis un carré dont la diagonale mesure 5 centimètres.

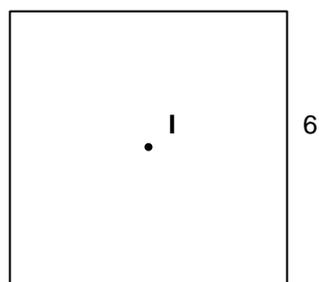
Explique ton programme de construction.



**2**

Marque un point I. Dessine un carré de centre I et de côté 6 cm.

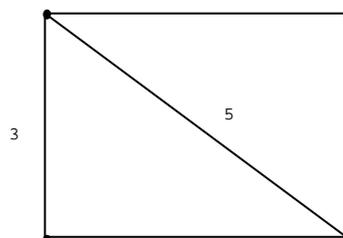
Explique ta construction.



**3**

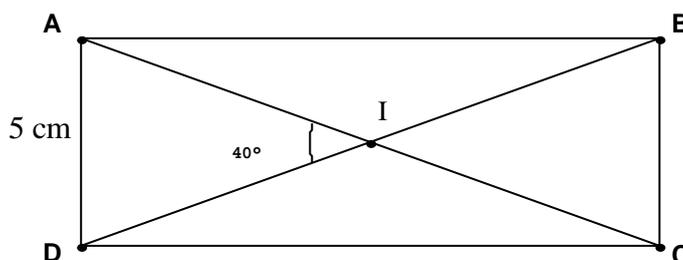
Construis un rectangle dont la diagonale mesure 5 cm et un côté mesure 3 cm.

Explique ta construction.



**4** Construis un rectangle en respectant les indications de la figure.

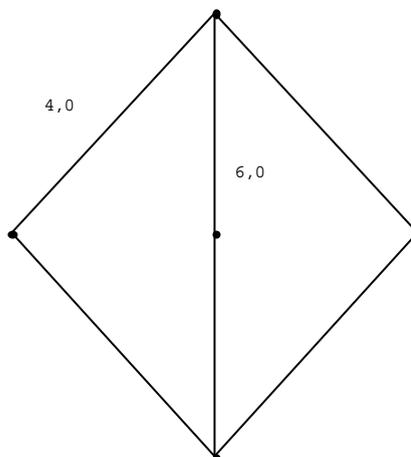
Explique ta construction.



## 18. LOSANGES

**1**

Construis un losange dont la diagonale mesure 6 cm et un côté mesure 4 cm.  
Explique ton programme de construction.



**2**

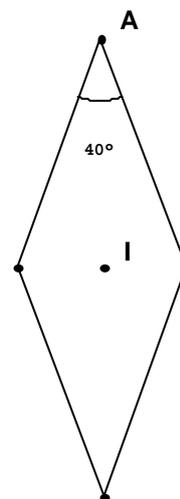
Marque deux points A et I à 4 cm environ l'un de l'autre.  
Construis le losange dont un sommet est A et le centre est I  
avec un côté de 5 cm.  
Explique ta construction.

• A

• I

**3**

Marque deux points A et I à 4 cm environ l'un de l'autre.  
Construis un losange dont A est un sommet et I le centre et  
tel que l'angle  $\hat{A} = 40^\circ$ .  
Explique ta construction.



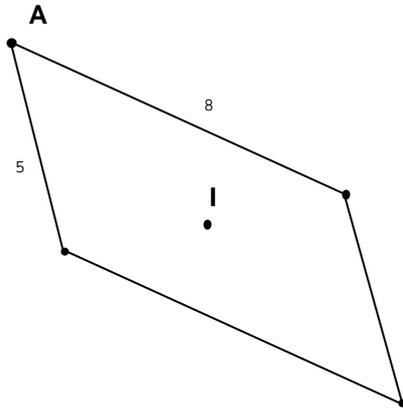
## 19. PARALLELOGRAMMES

**1**

Marque deux points A et I à 3 cm environ l'un de l'autre.

Construis un parallélogramme dont A est un sommet et I le centre avec des côtés qui mesurent 5 cm et 3 cm.

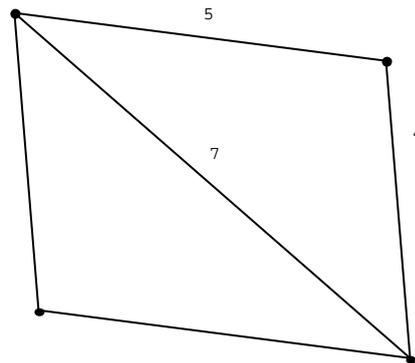
Explique ton programme de construction.



**2**

Construis un parallélogramme avec une diagonale de 7 cm et des côtés de 4 cm et 5 cm.

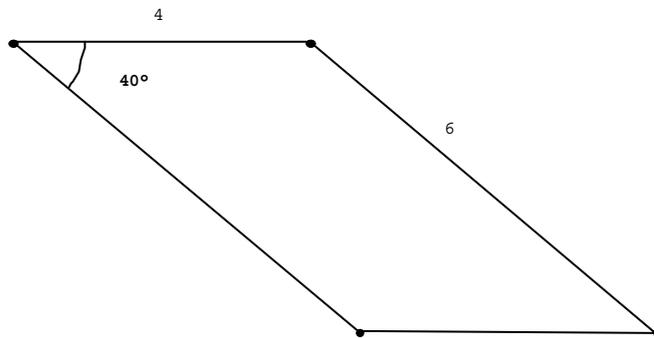
Explique ta construction.



**3**

Construis un parallélogramme dont les côtés mesurent 4 cm et 6 cm avec un angle de  $40^\circ$

Explique ta construction.

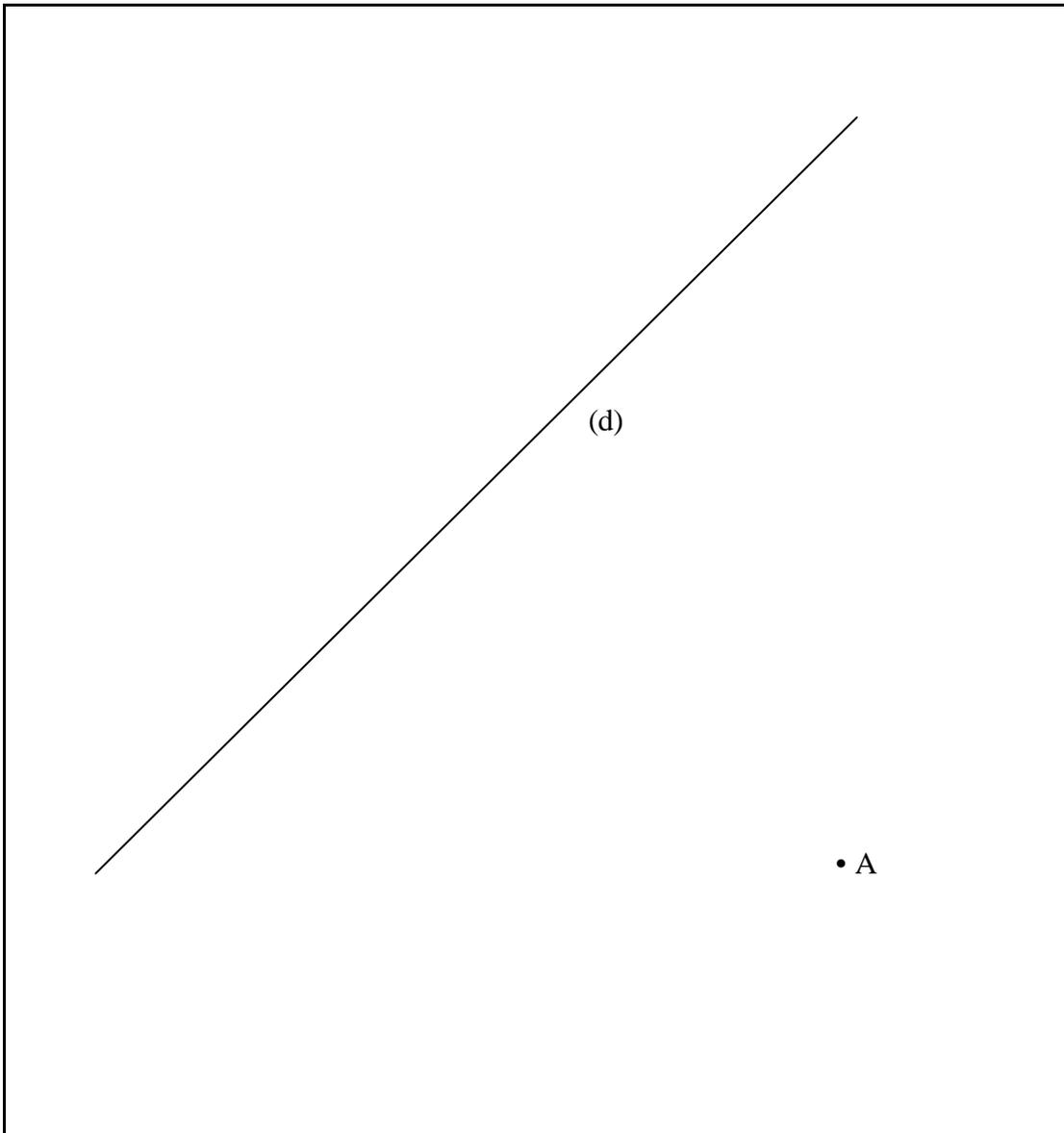


**4** Construis un parallélogramme avec un côté de 5 cm et une aire de  $20 \text{ cm}^2$ .  
Y a-t-il plusieurs solutions ? Explique ta réponse.

## 20. CONSTRUCTION : TRIANGLE

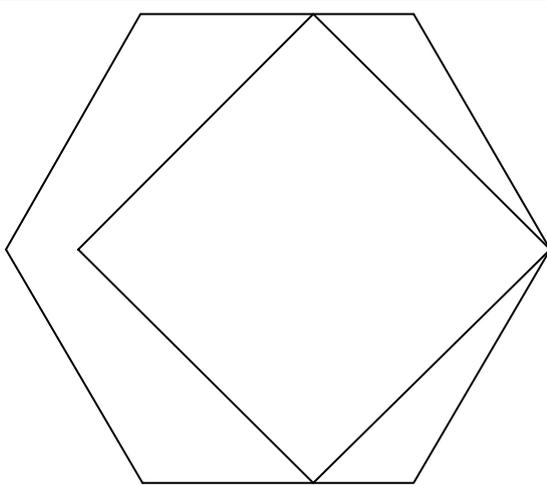
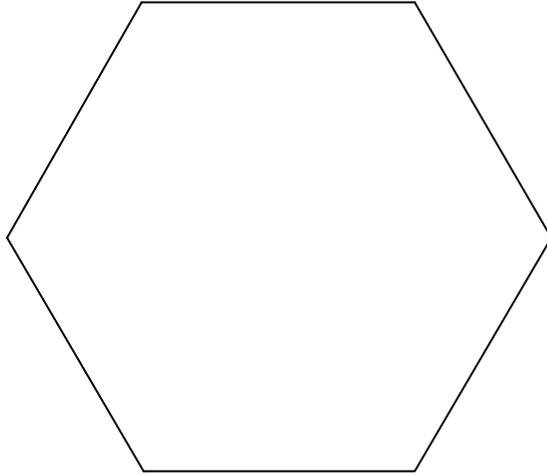
Construis un triangle équilatéral qui a pour sommet A et dont les deux autres sommets sont sur la droite (d).

Explique et justifie ce que tu fais.



## 21. EMBOITE

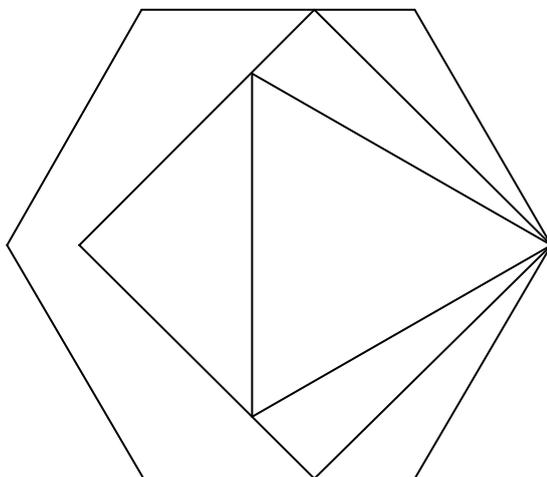
Utilise ta règle et ton compas pour construire un hexagone dont le côté mesure 12 cm.



Dessine un carré qui a un sommet commun avec l'hexagone et deux sommets sur les côtés de l'hexagone.

Explique soigneusement comment tu fais.

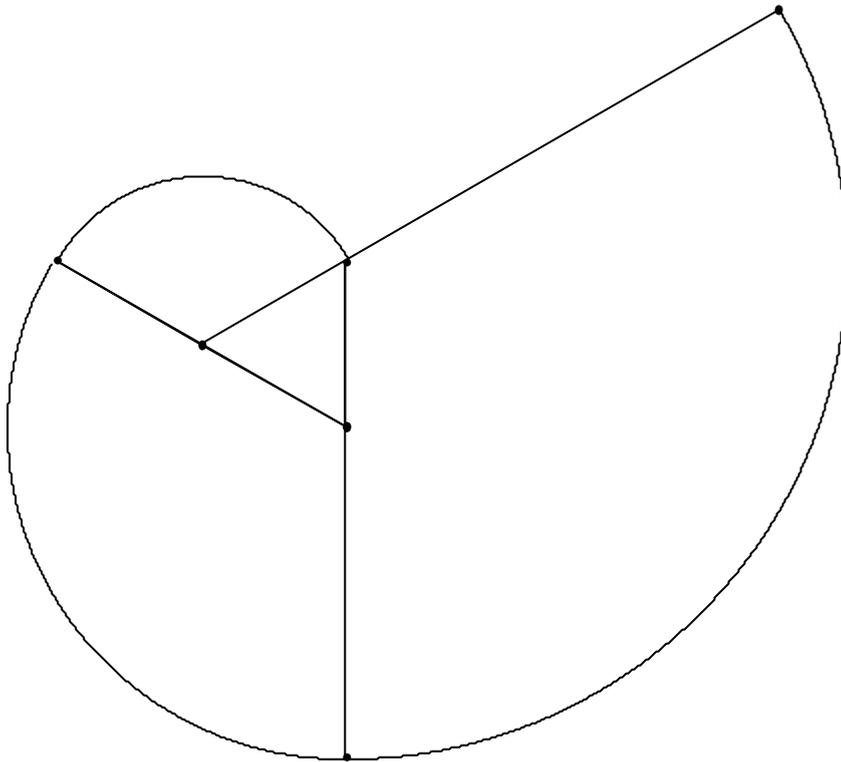
Dessine maintenant un triangle équilatéral comme sur le dessin avec deux sommets sur les côtés du carré.



## 22. SPIRALE

### Autour d'un triangle.

**1** Observe cette spirale. Elle est construite à partir d'un triangle équilatéral.



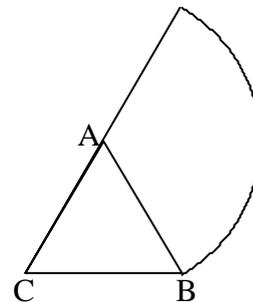
**2** Pour la dessiner il faut :

a) Construire un triangle équilatéral ABC ( $AB = 2$ )

b) Tracer un arc de cercle de centre A et de rayon B à partir de B et jusqu'au prolongement de CA. Quelle fraction du cercle représente cet arc ?).

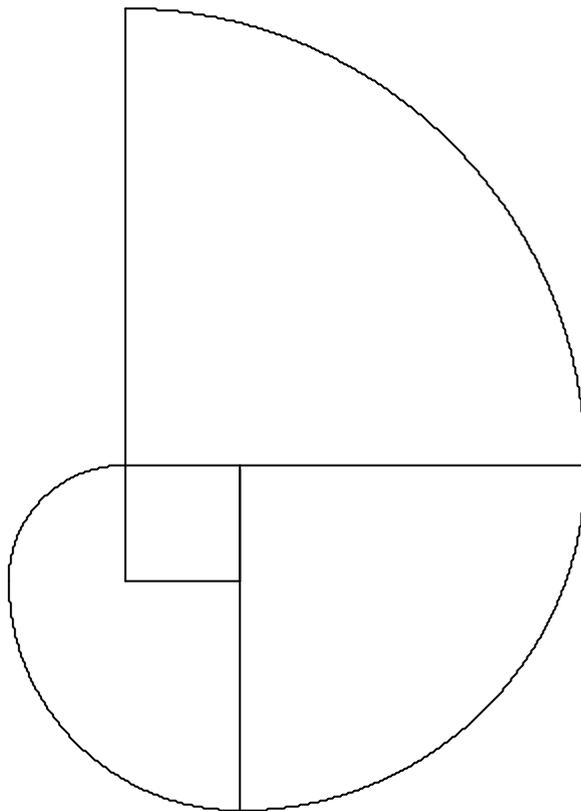
c) Tracer un arc de cercle de centre C se raccordant au précédent jusqu'au prolongement de BC.

d) Tracer un arc de centre B et ainsi de suite.



**3** Calcule la longueur des 3 arcs de la spirale sachant que  $AB = 2$  cm

**4**



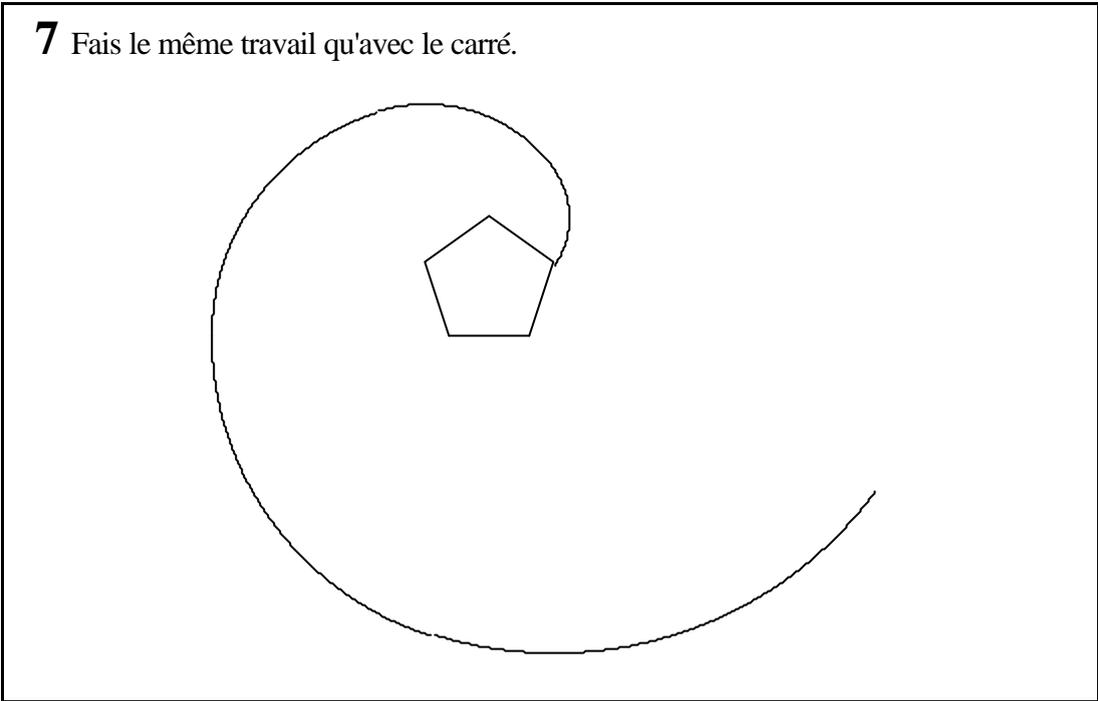
Observe cette spirale, elle est construite autour d'un carré.

**5** Ecris les explications nécessaires pour la dessiner.  
Reproduis ce dessin en prenant pour longueur d'un côté 1,5 cm

**6** Si  $a$  désigne la largeur du côté du carré  
désigne à l'aide de  $a$  :  
la longueur du 1er arc  
la longueur du 2ème arc  
la longueur du 3ème arc  
la longueur du 4ème arc  
Désigne à l'aide de  $a$  la longueur totale.

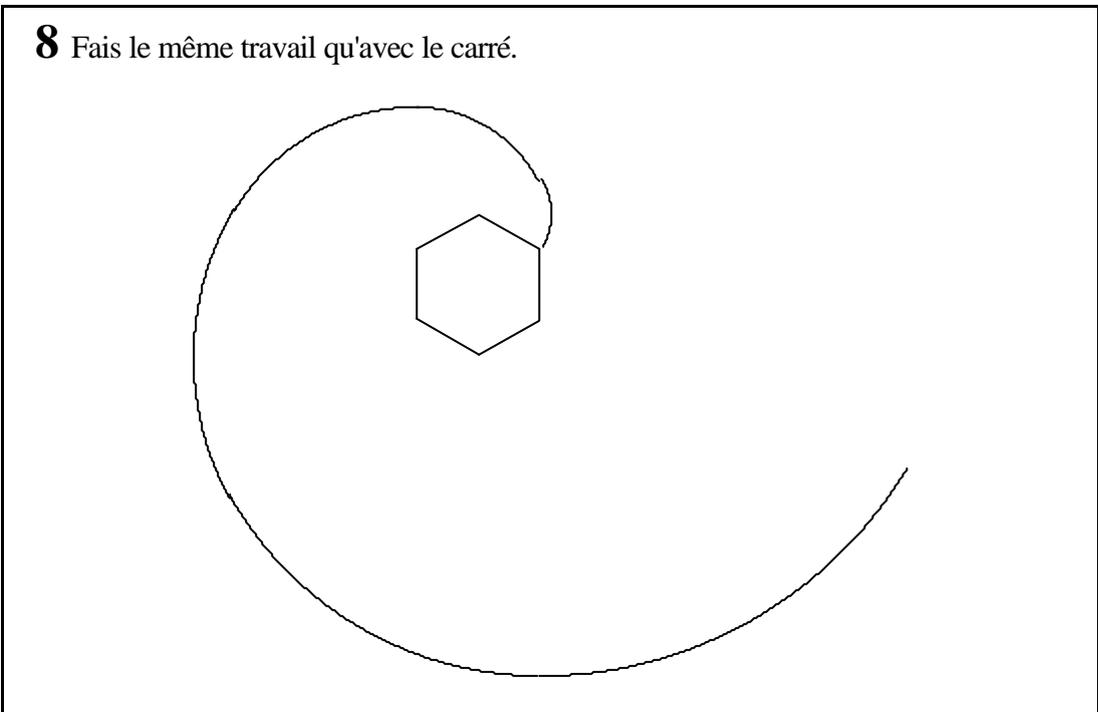
**Autour d'un pentagone régulier.**

**7** Fais le même travail qu'avec le carré.



**Autour d'un hexagone régulier.**

**8** Fais le même travail qu'avec le carré.



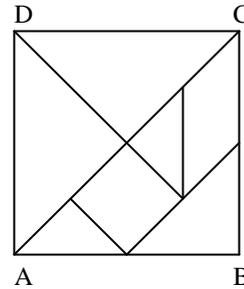
## 23. TANGRAM

### exercice 1.

1) Reproduis la figure ci-contre sur une feuille de papier bristol.

Tu prendras  $AB = 10 \text{ cm}$ .

2) Quel nom peux-tu donner à chacun de 7 morceaux obtenus ?



### exercice 2.

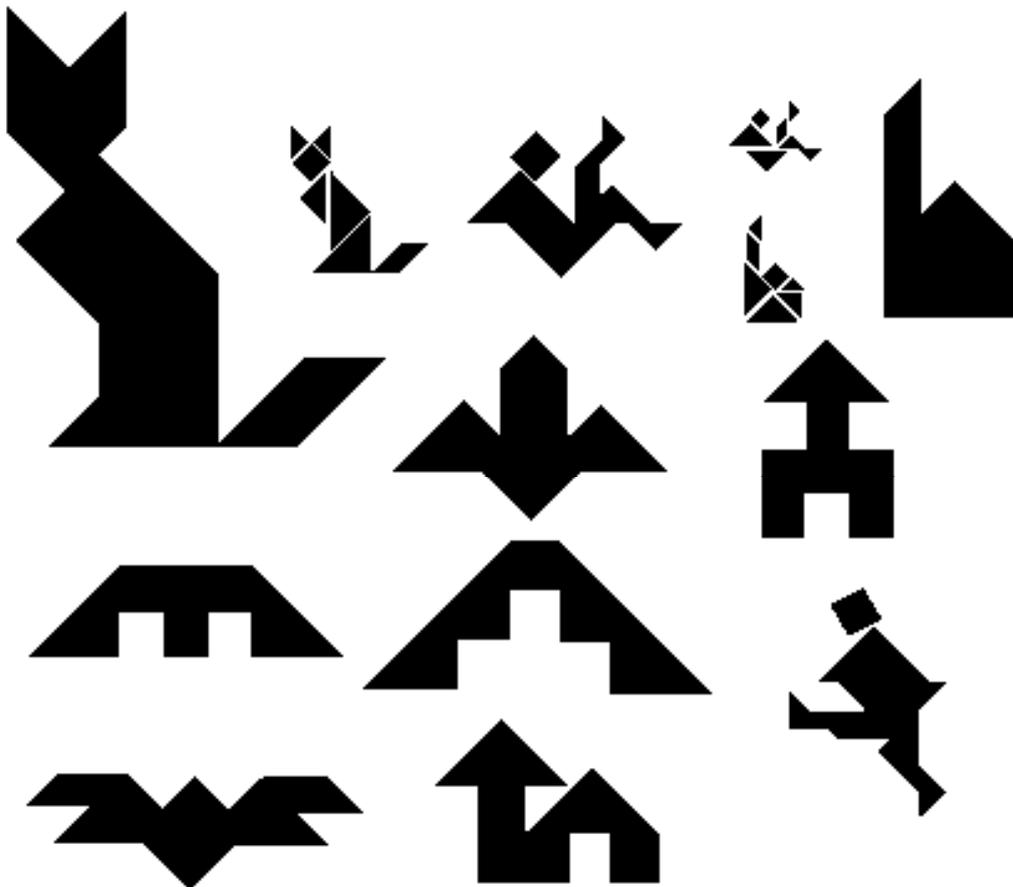
Découpe la figure que tu as obtenue à l'exercice 1.

Tu obtiens ainsi 7 pièces d'un puzzle d'origine chinoise appelé "TANGRAM".

Le but du jeu est de construire différentes figures en utilisant les 7 pièces.

(Attention, on ne peut pas superposer des pièces (ou parties de pièces)!!!)

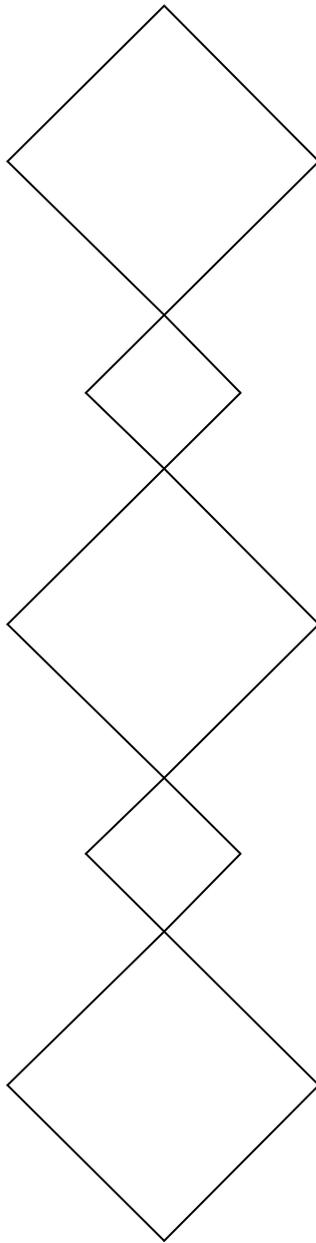
Voici quelques dessins, essaie de les reproduire.





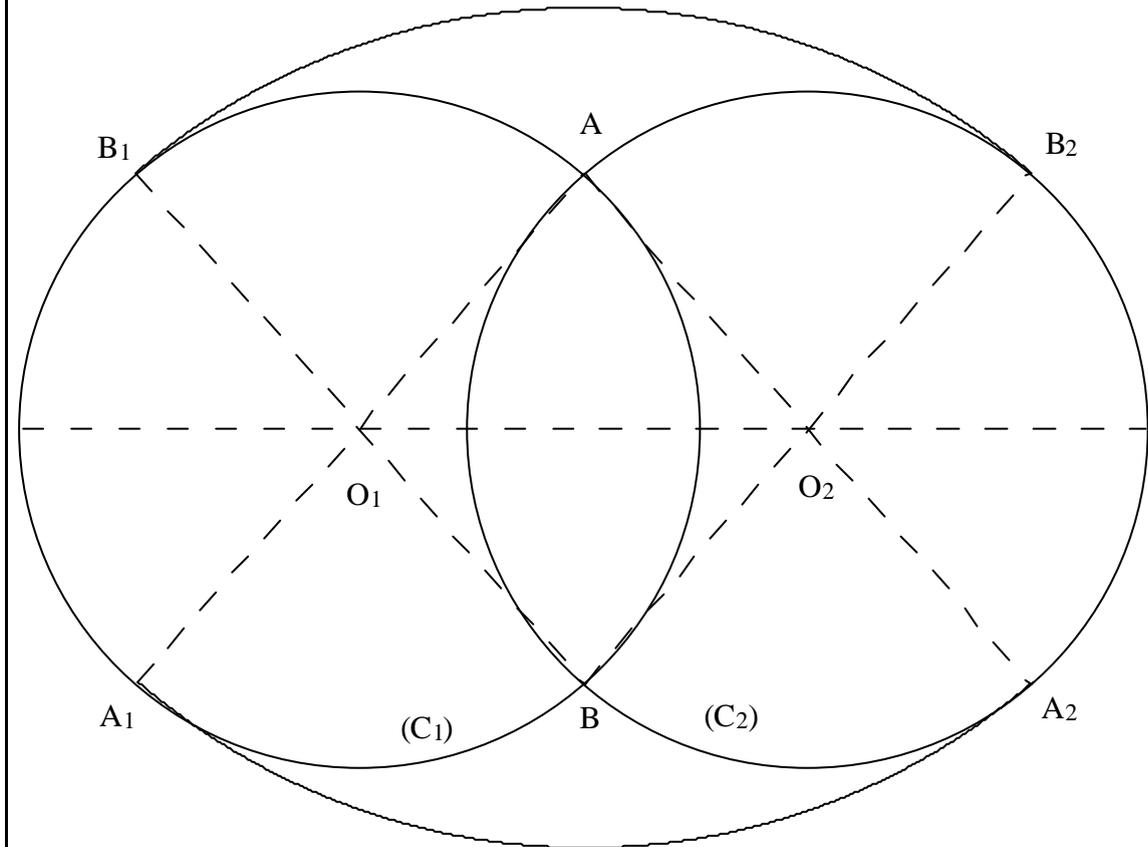
## 24. FRISE

Sur une feuille de papier reproduis et continue la frise de façon qu  $AC = 4,5$  cm et  $AB = 1,5$  cm.



## 25. OVALE

Reproduis l'ovale ci-dessous à partir des consignes suivantes :  
 $O_1O_2 = 8 \text{ cm}$ .  
 $C_1$  et  $C_2$  sont deux cercles de rayon égal au  $\frac{3}{4}$  de  $O_1O_2$ .  
 $A_1A_2$  et  $B_1B_2$  sont deux arcs de cercle de centres A et B.



D'après les cahiers de sixième de l'IREM de Brest

## 26. BOITE

L'objectif de cette activité est l'observation et la reproduction d'un dessin déjà un peu complexe. Elle peut être réalisée avec profit dès la sixième avec des enfants ayant déjà une bonne habitude du dessin géométrique, que ce soit en mathématique ou en Enseignement Manuel et Technique.

On donne le dessin aux enfants avec quelques indications dont ils devront tirer parti pour le reproduire exactement sur un carton, et aussi des instructions de montage.

Voici un dessin à reproduire sur un bout de carton pas trop épais, comme du bristol ou un emballage de chaussures. Une fois le dessin réalisé, et après pliage tu obtiendras une boîte où tu pourras ranger un petit cadeau à offrir le jour d'un anniversaire...

Sur le dessin de la page suivante :

les traits les plus épais représentent les limites extérieures du dessin, c'est-à-dire ce que tu découperas avec une paire de ciseaux ;

les traits les plus fins représentent les parties à plier ;

les pointillés sont des traits de construction du dessin que tu dessineras aussi mais qui doivent être gommés à la fin.

Voici maintenant quelques renseignements bien utiles :

ABCD est un carré de 8 cm de côté ;

I et J sont les milieux des côtés AB et DC de ce carré ;

P, centre d'un cercle qui passe par A et B, est aux trois quarts du segment [IJ] du côté J ;

xx' est un axe de symétrie pour la figure ;

BC est un axe de symétrie pour la figure (si on ne tient pas compte de la languette de collage le long de EF).

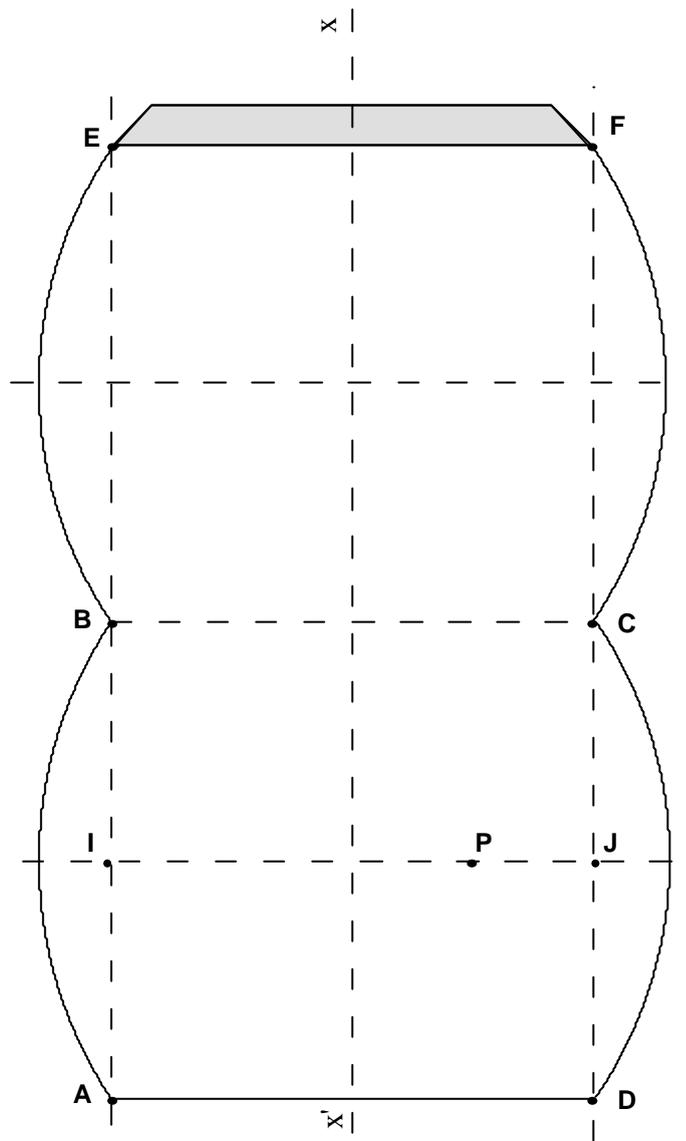
Une fois ton dessin terminé :

découpe-le en suivant le bord extérieur (traits épais) ;

marque les plis le long des traits fins ;

plie le long de BC et de EF et colle la languette le long de AB, à l'intérieur. Laisse sécher quelques minutes ;

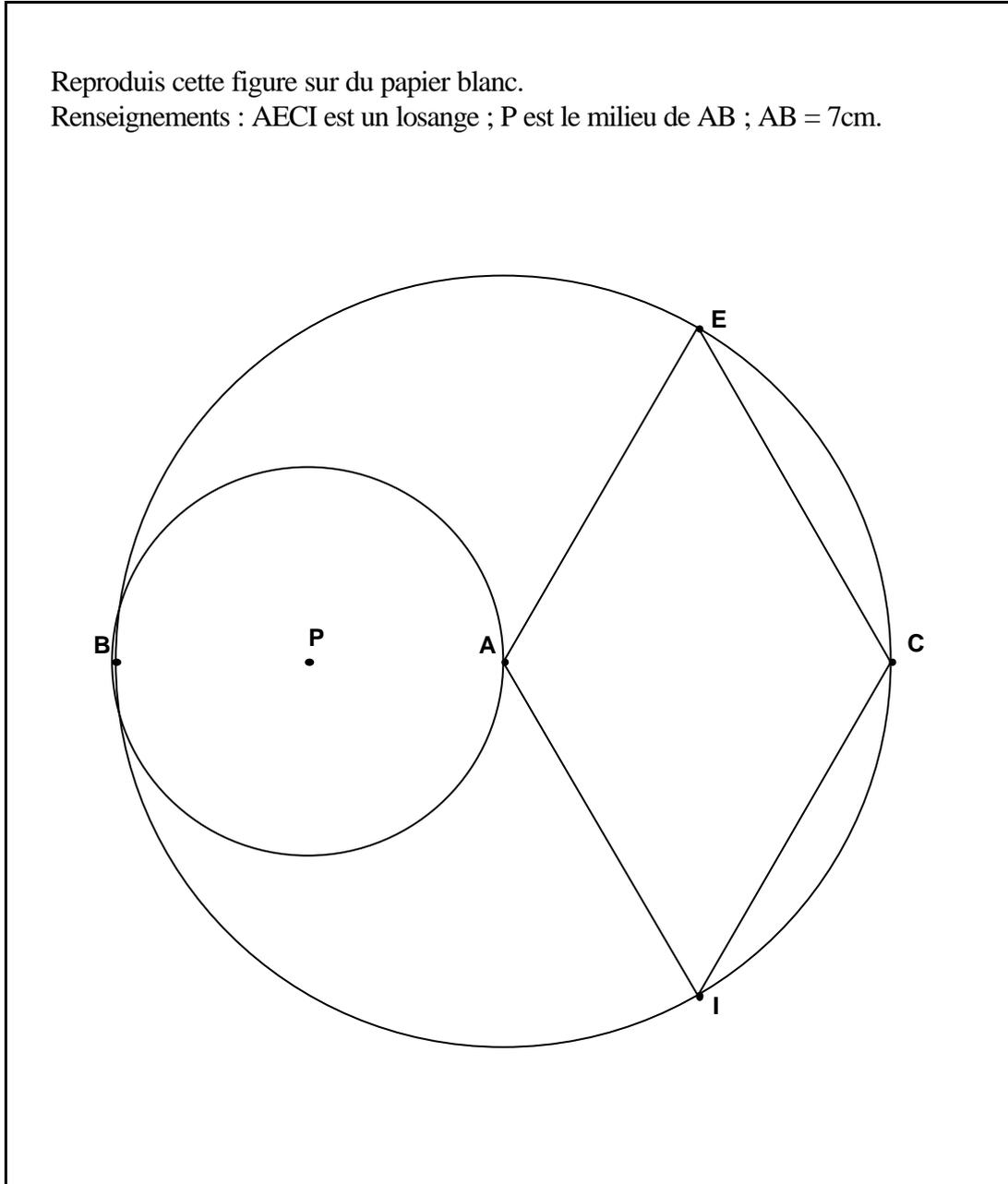
montre la boîte en appuyant sur les arêtes AD et BC et en rabattant à l'intérieur les «croissants» des bords.



27. **FIGURE**

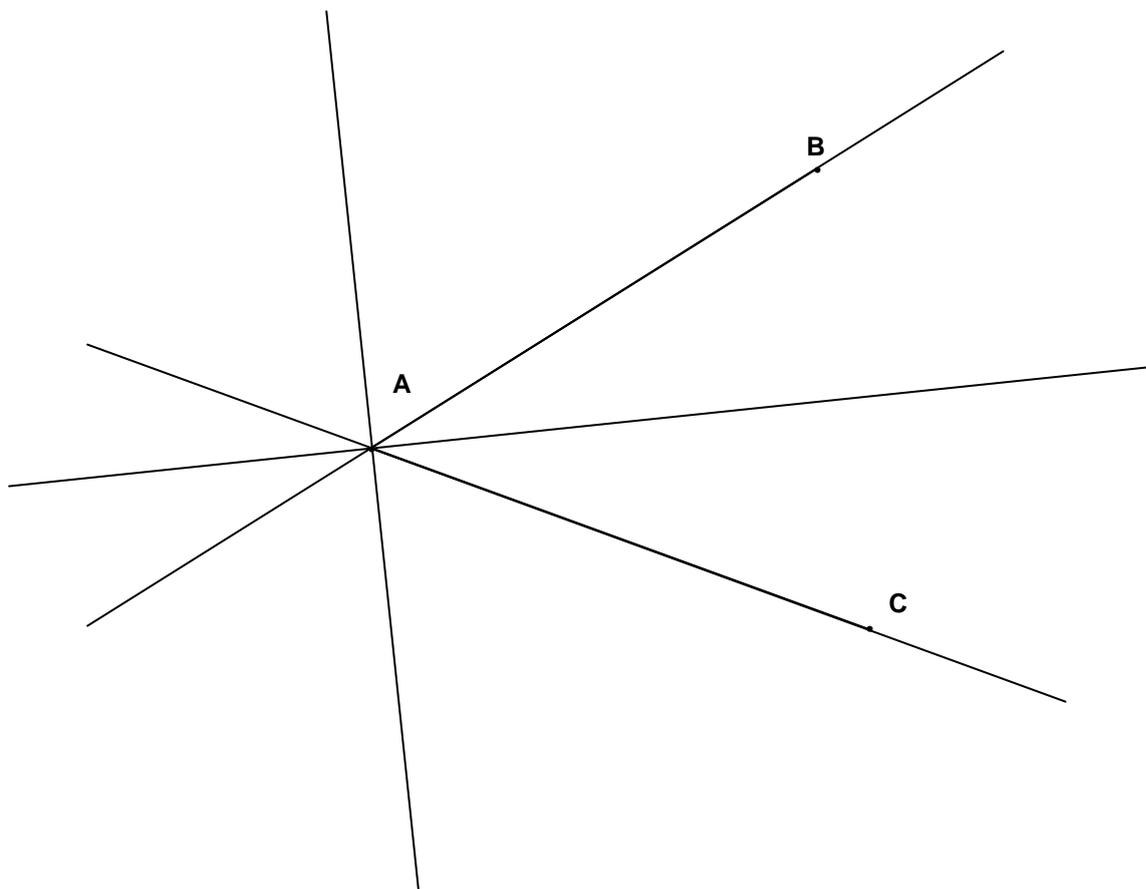
Reproduis cette figure sur du papier blanc.

Renseignements : AECI est un losange ; P est le milieu de AB ; AB = 7cm.



D'après les fiches élèves 6ème de l'IREM de Brest

28. DEUX BISSECTRICES POUR UN ANGLE...



Dessine un angle  $\widehat{BAC}$  ; prolonge ses côtés ; trace les bissectrices des angles déterminés.  
Montre qu'elles forment deux droites perpendiculaires ;  
- l'une est la bissectrice de l'angle  $\widehat{BAC}$  (dessine-la en bleu),  
- l'autre est la **bissectrice extérieure** de l'angle  $\widehat{BAC}$  (dessine-la en rouge).

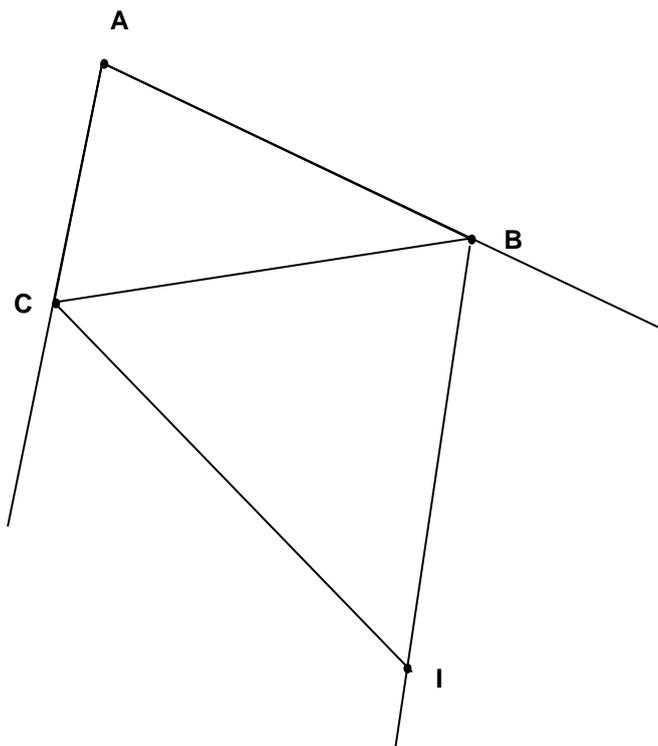
## 29. UN TRIANGLE ET SES BISSECTRICES

Dessine un triangle ABC et construis les bissectrices extérieures des angles  $\hat{B}$  et  $\hat{C}$ .

Elles se coupent en I.

Montre que I est le centre d'un cercle tangent aux trois côtés du triangle (Pense à les prolonger si nécessaire).

Montre que le point I est aussi sur la bissectrice de l'angle  $\hat{A}$ .



Construis la bissectrice extérieure de l'angle  $\hat{A}$  puis la bissectrice intérieure de l'angle  $\hat{B}$ .

Que peux tu observer sur le point d'intersection de ces deux droites ?

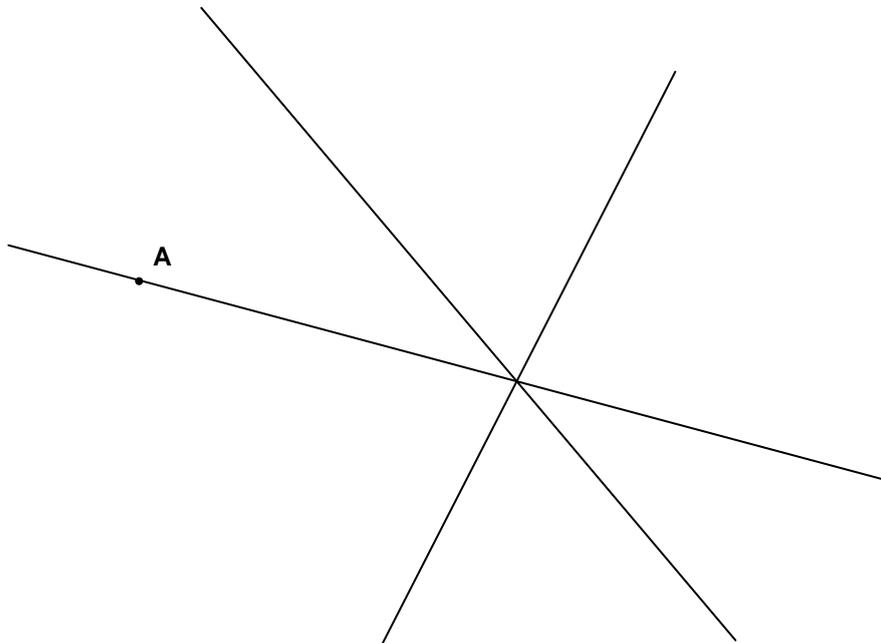
### 30. UN TRIANGLE A PARTIR DE SES BISSECTRICES

Les droites  $d_1$ ,  $d_2$  et  $d_3$  sont les trois bissectrices d'un triangle.

Le point A est un sommet de ce triangle.

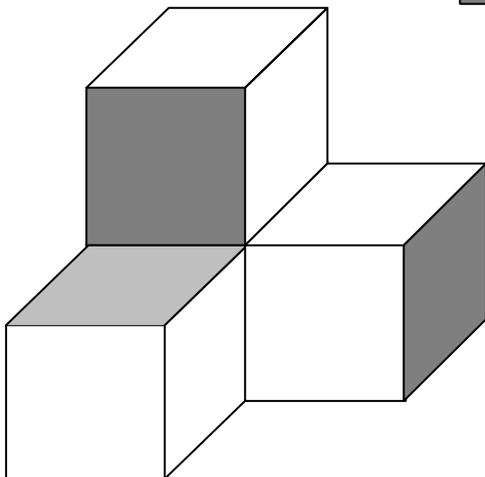
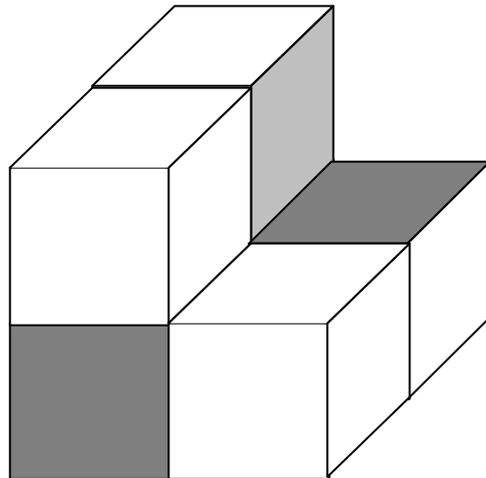
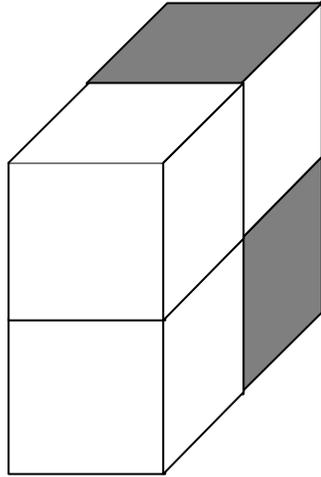
Construis les deux autres sommets B et C de ce triangle.

Justifie ta construction.

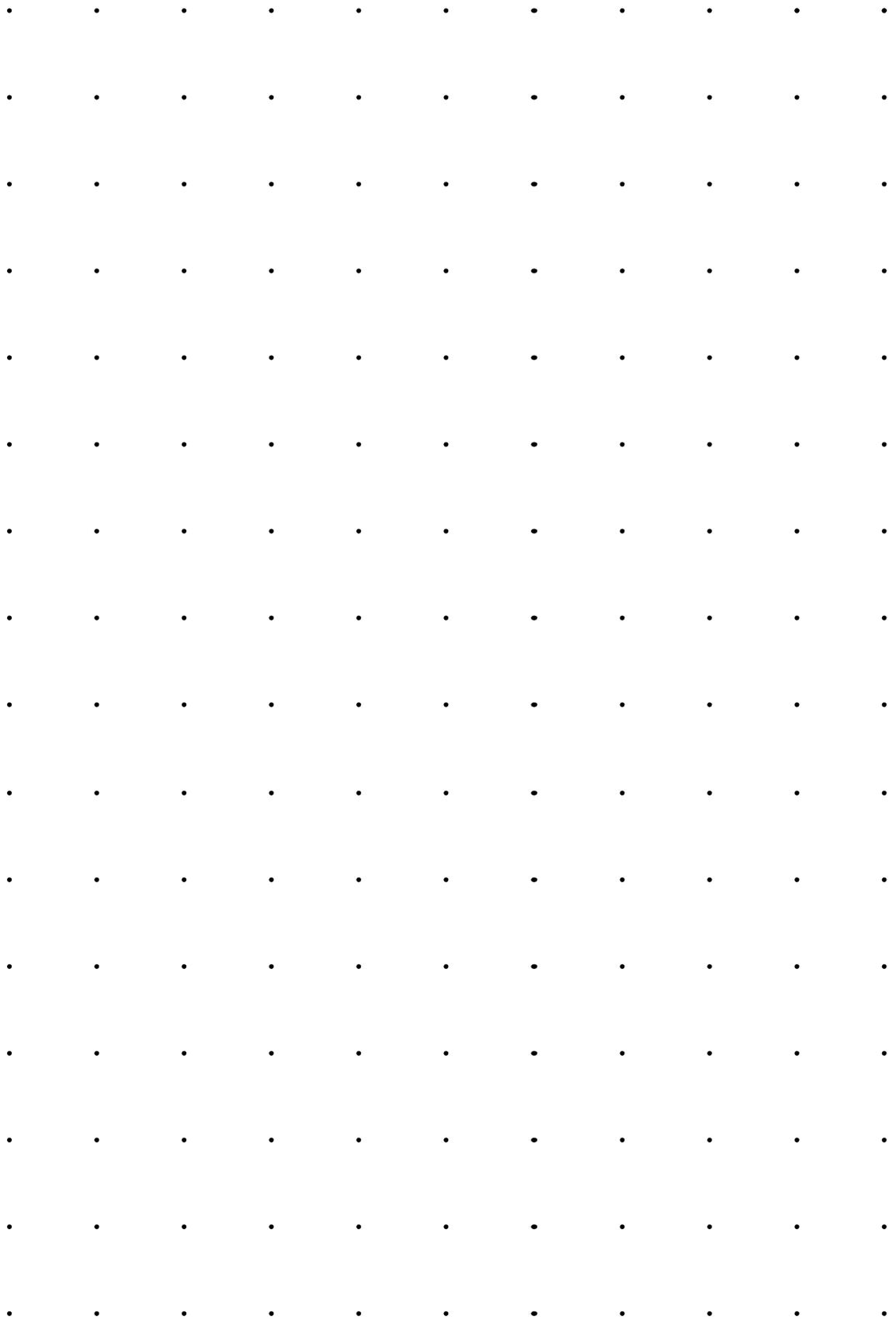


### 31. AJOUTE LES CUBES

Reproduis chacun des dessins de cette page sur du papier pointé en ajoutant un cube sur les faces hachurées.



D'après le South Nottinghamshire project

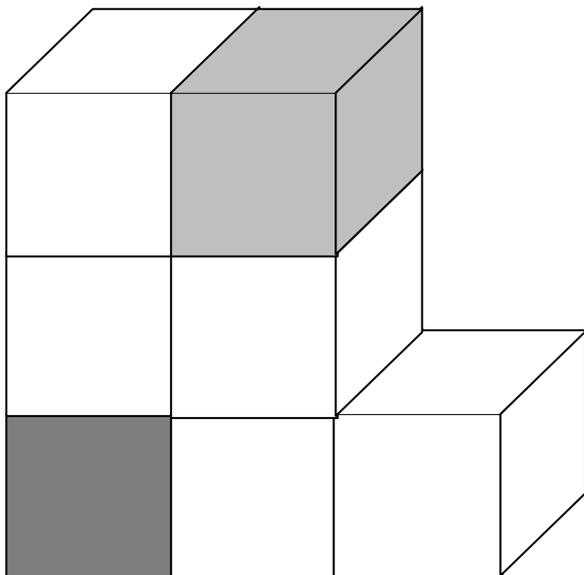
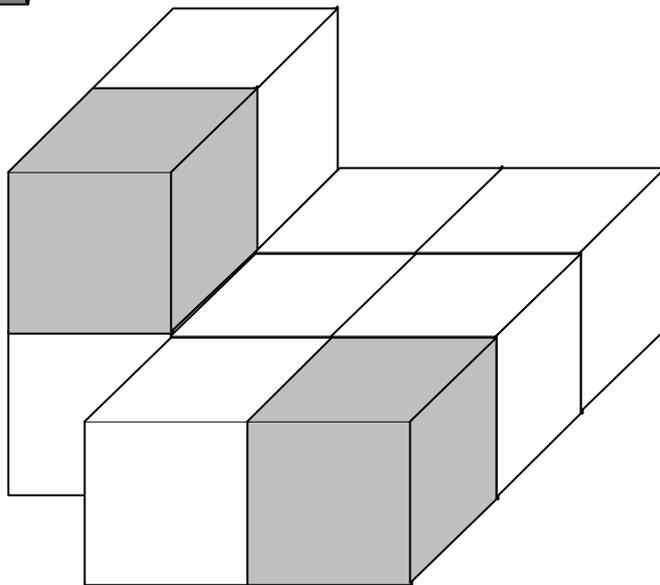
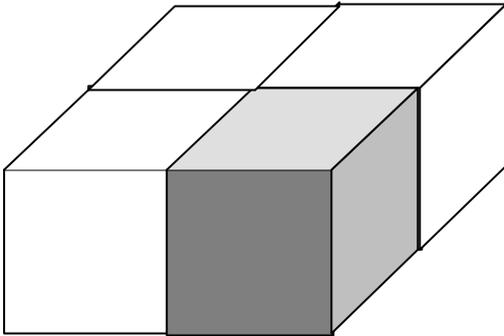


ACTIVITE... Ajoute et Enlève les cubes

Papier pointé

### 32. ENLEVE LES CUBES

Redessine chaque figure sur du papier pointé en enlevant le cube hachuré



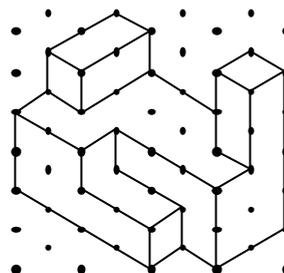
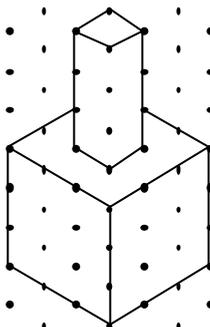
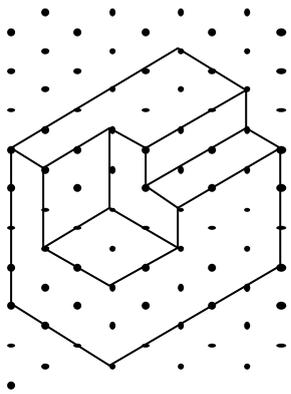
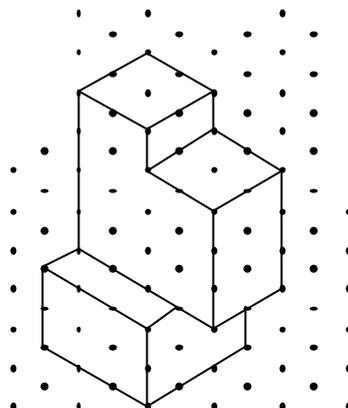
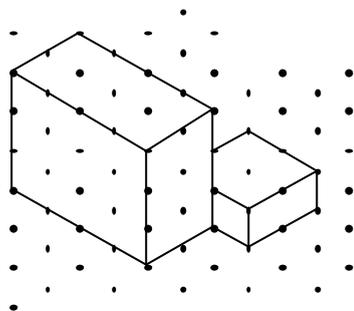
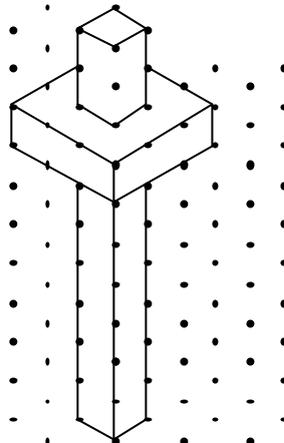
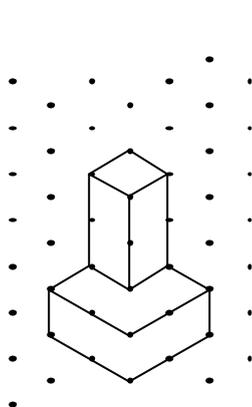
D'après le South Nottinghamshire project

### **33. JEUX DE CUBES**

Cette activité est construite à partir d'une fiche préparée par le groupe de recherche de Quimper de l'IREM de Brest. (Fiches élèves sixième juin 1987 2ème édition). Elle prend place après des activités sur la perspective cavalière et utilise un papier pointé "isométrique", c'est-à-dire avec des triangles équilatéraux dont un côté est "vertical". Un jeu de cubes peut aussi être utilisé.

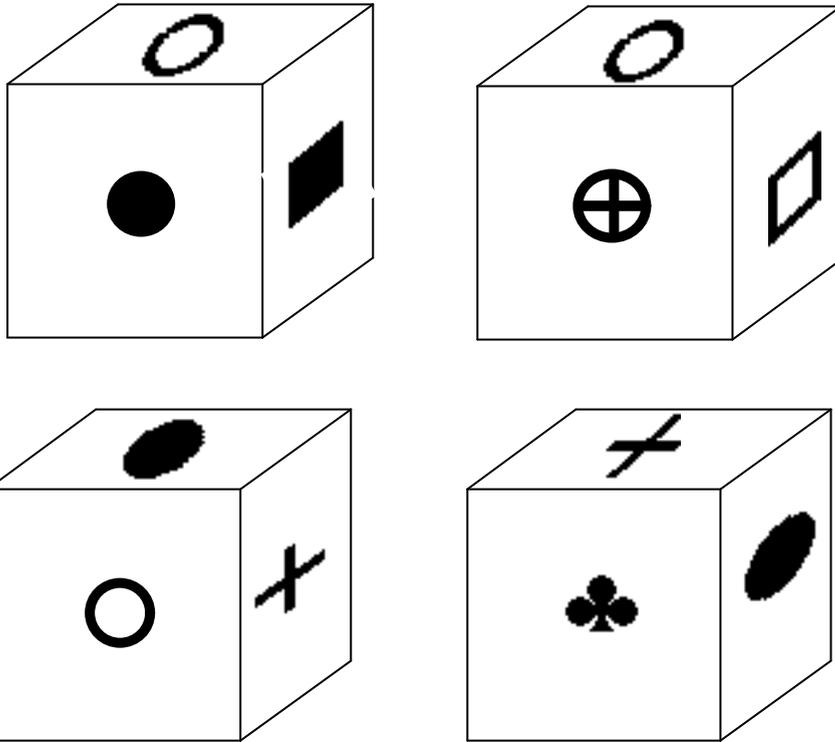
Les dessins suivants représentent, en perspective isométrique, des empilements de cubes.

- 1 Pour augmenter l'effet de relief, colorie ces dessins à l'aide de trois couleurs.
- 2 Avec des cubes, réalise les empilements dessinés.
- 3 Représente ces empilements sur une feuille de papier pointé.



papier isométrique Irem de Brest

### 34. FACE A FACE



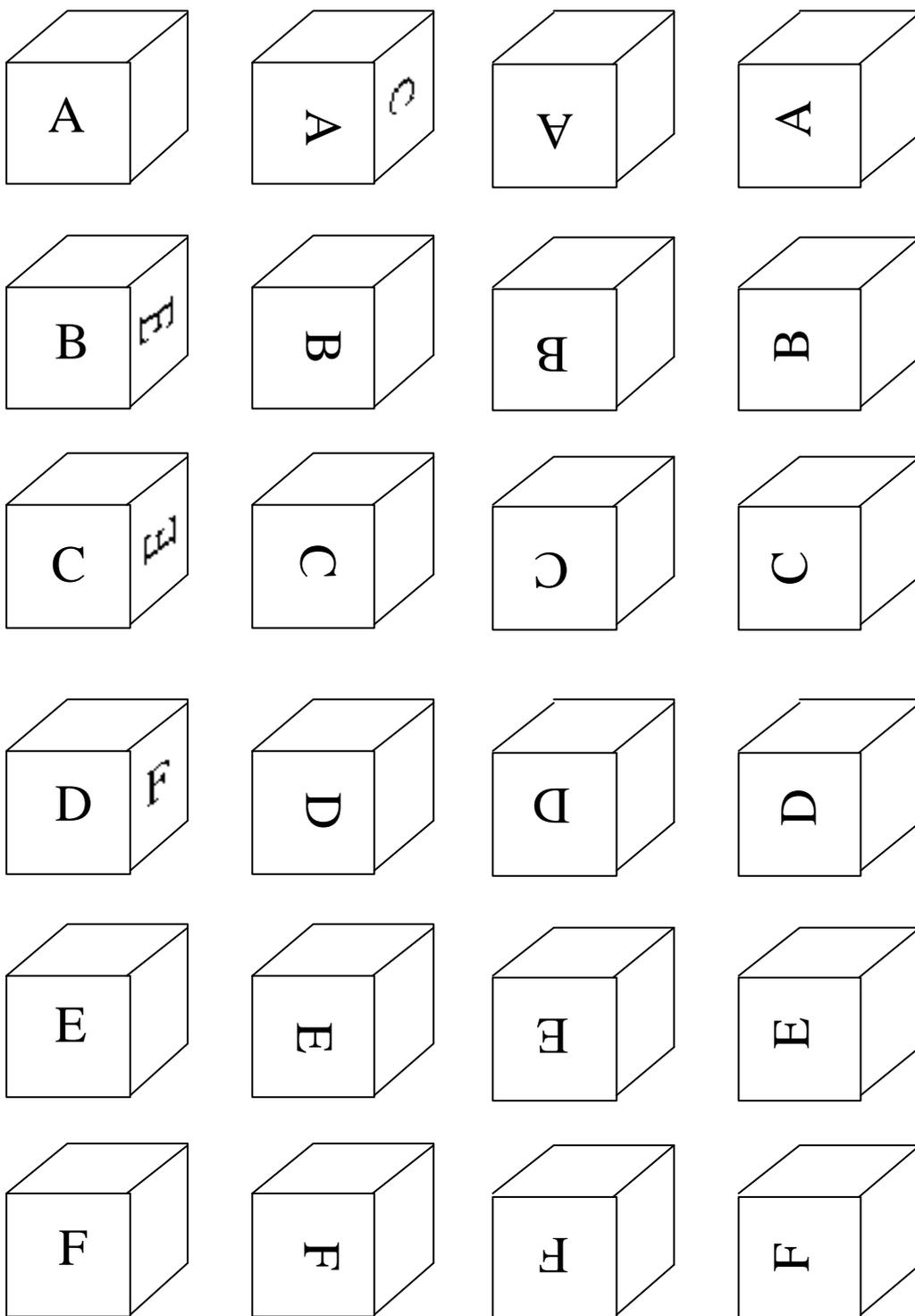
Ces dessins représentent le même cube dans quatre positions différentes.

Détermine les symboles qui sont sur des faces opposées.  
Explique comment tu t'y prends.

### 35. UN CUBE QUI TOURNE

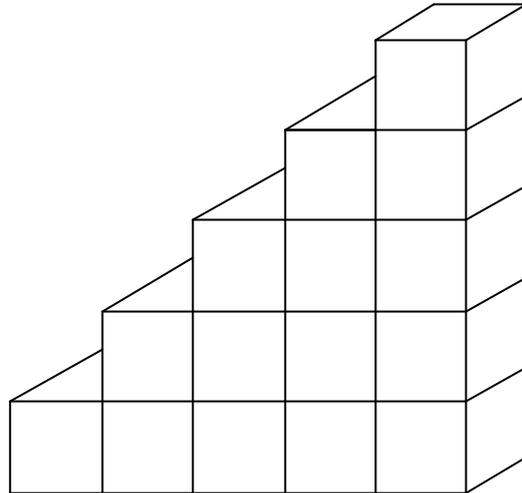
Ces dessins représentent les 24 façons différentes de poser un cube.

Dessine, avec leur position correcte les lettres qui manquent.

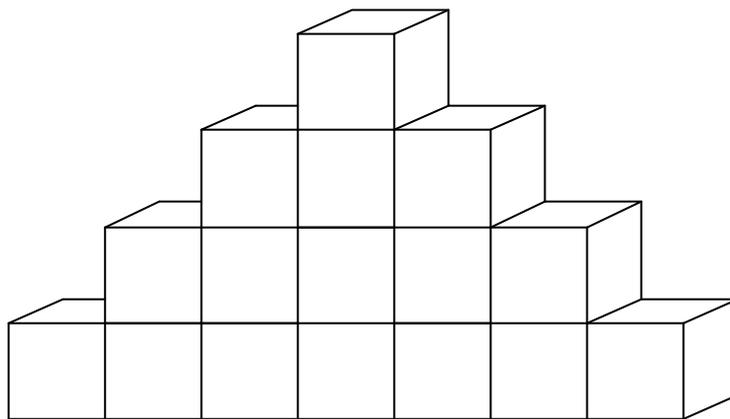


### 36. ESCALIERS

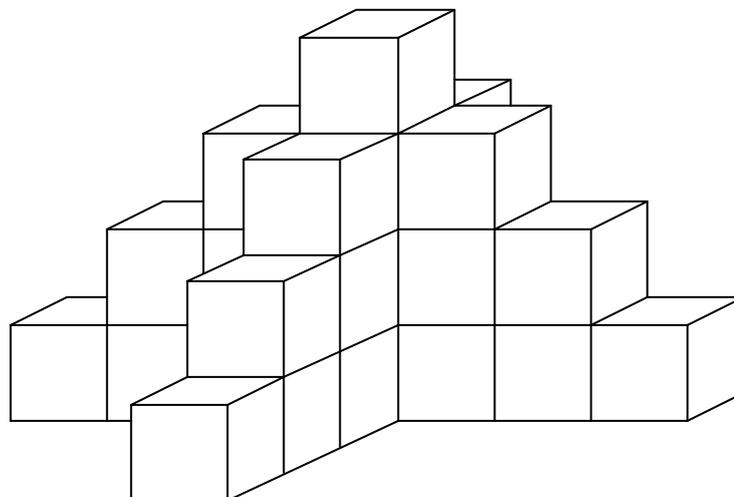
Voici trois types d'escaliers construits avec des cubes.  
Combien de cubes faudra-t-il pour construire des escaliers de chaque type à 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 marches.



un escalier

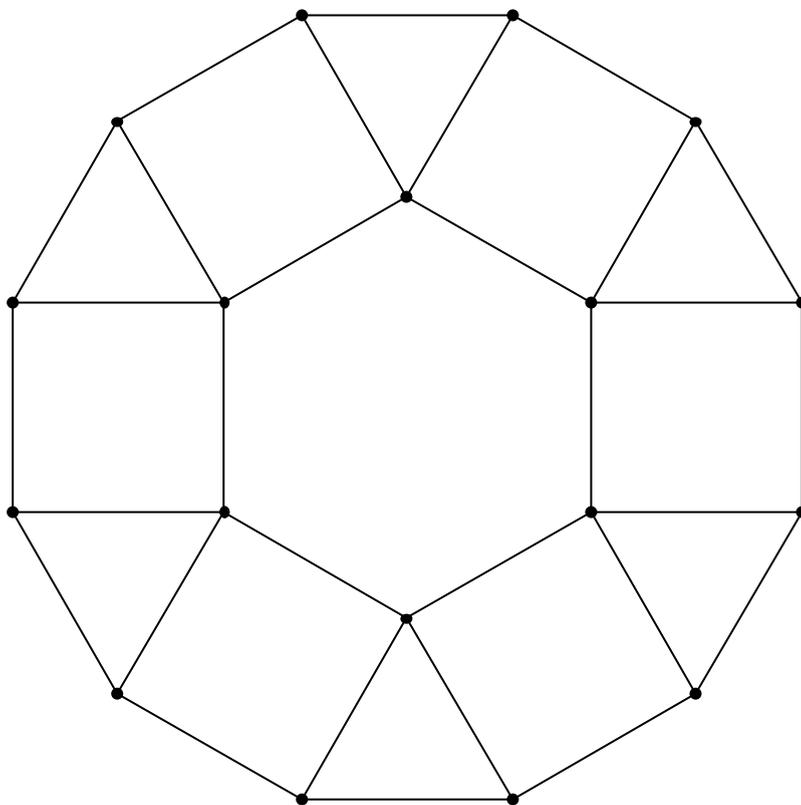


deux escaliers



quatre escaliers

### 37. LA ROSACE DU TEMPLE DE DIANE



Dans les jardins de la Fontaine à Nîmes, on trouve cette rosace appelée rosace du temple de Diane.

Reproduis cette rosace sur ton cahier de façon que les côtés des carrés mesurent 4 centimètres.

Les triangles compris entre deux carrés sont-ils équilatéraux ?

D'après "activités mathématiques en cinquième" Janvier 1989 IREM de Rennes.

## 38. PLIAGE

Une feuille de papier...  
Quelques pliages...

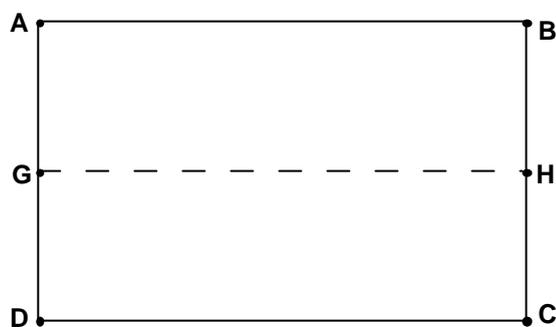
On crée une figure qui ressemble à un triangle équilatéral. Encore faut-il montrer que cela en est un !

C'est aussi un moyen de se fabriquer un angle de  $60^\circ$  !

**1**

Prends une feuille rectangulaire  
de format 21 6 29,7.

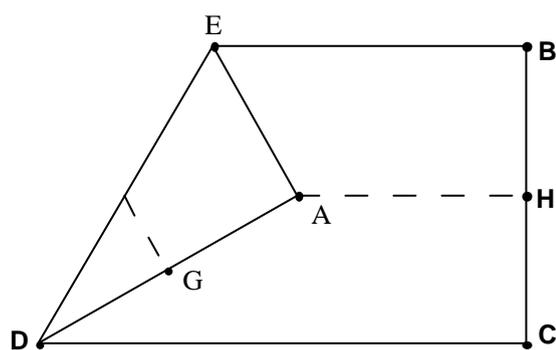
Plie cette feuille en deux comme  
sur le dessin et marque le pli  
GH.  
Déplie.



**2**

Plie de façon que le point A soit  
sur GH et que le pli passe par  
D.

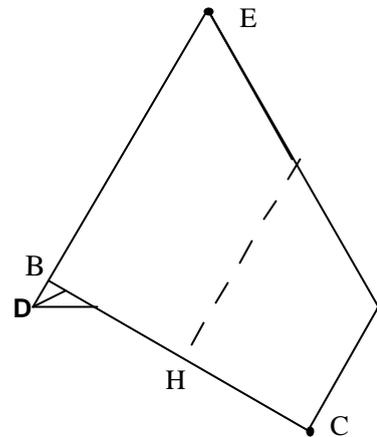
Marque le point E.



**3**

Replie EB sur ED.

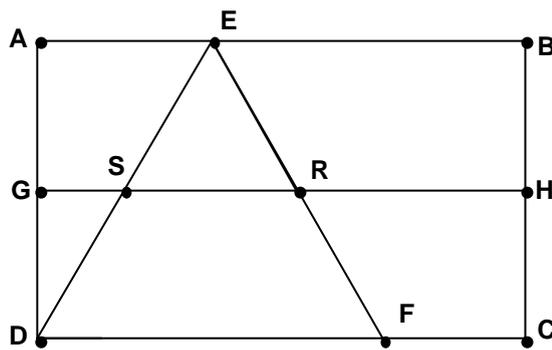
Déplie la feuille



**4**

Marque au crayon sur ta feuille tous les points obtenus.  
Ta figure est semblable à celle-ci.

Marque les points R et S.



**5**

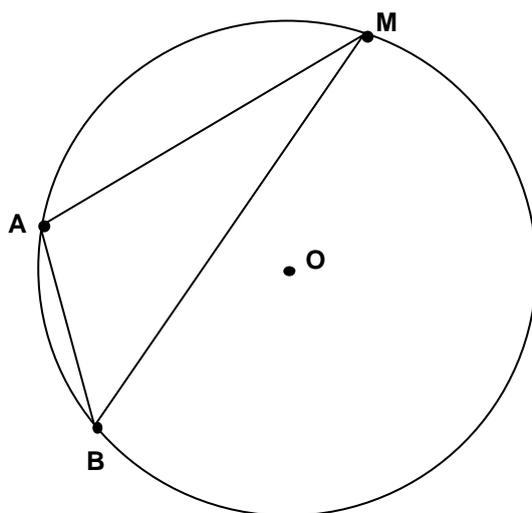
EDF est-il un triangle équilatéral ?

Justifie soigneusement ta réponse.

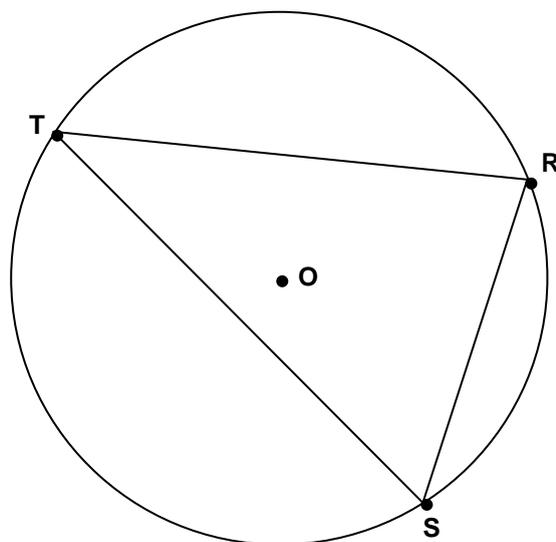
Peut-on obtenir ce triangle avec n'importe quelle feuille rectangulaire ?

### 39. LA PLUS GRANDE AIRE

A et B sont deux points du cercle.  
Où placer le point M sur le cercle pour que l'aire du triangle ABM soit la plus grande possible.  
Justifiez soigneusement votre réponse.



Comment placer les trois points R, S et T pour que l'aire du triangle RST soit la plus grande possible.  
Justifiez soigneusement votre réponse.

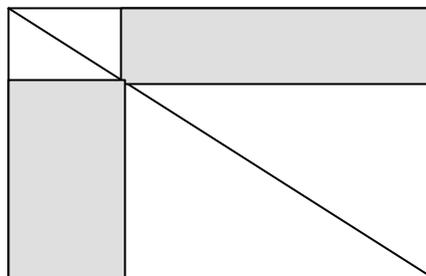


## 40. COMPARONS LES AIRES

1

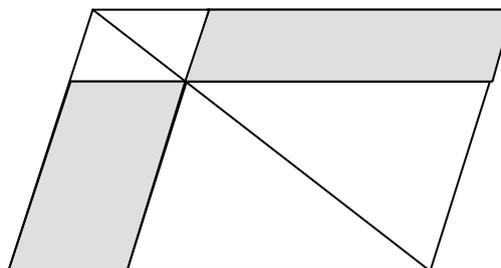
Les aires hachurées sont-elles égales ?

Quels arguments donnerais-tu pour convaincre ?



2

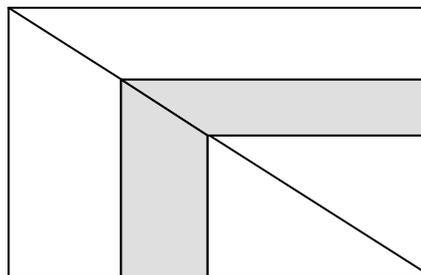
Et avec un parallélogramme ?



3

Les aires hachurées sont-elles égales ?

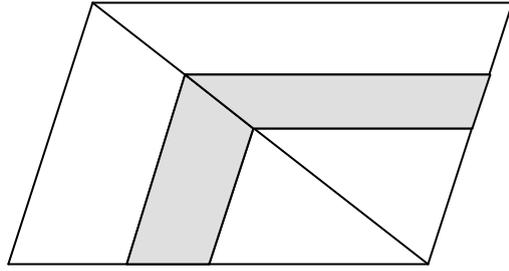
Comment peux-tu être sûr(e) de ton résultat ?



4

Les aires hachurées sont-elles égales ?

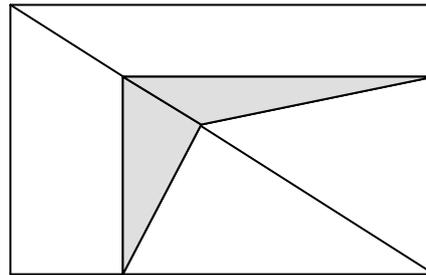
Comment peux-tu être sûr(e) de ton résultat ?



5

Les aires hachurées sont-elles égales ?

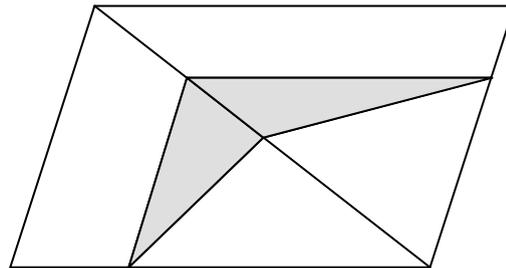
Comment peux-tu être sûr(e) de ton résultat ?



6

Les aires hachurées sont-elles égales ?

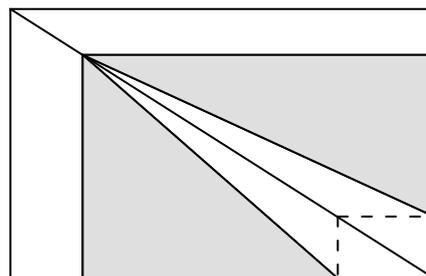
Comment peux-tu être sûr(e) de ton résultat ?



7

Les aires hachurées sont-elles égales ?

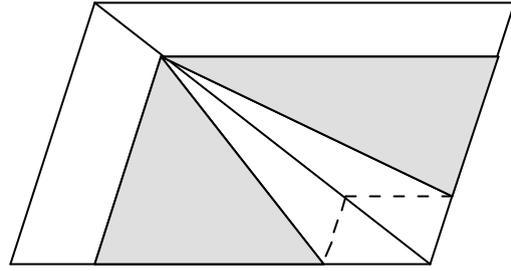
Comment peux-tu être sûr(e) de ton résultat ?



8

Les aires hachurées sont-elles égales ?

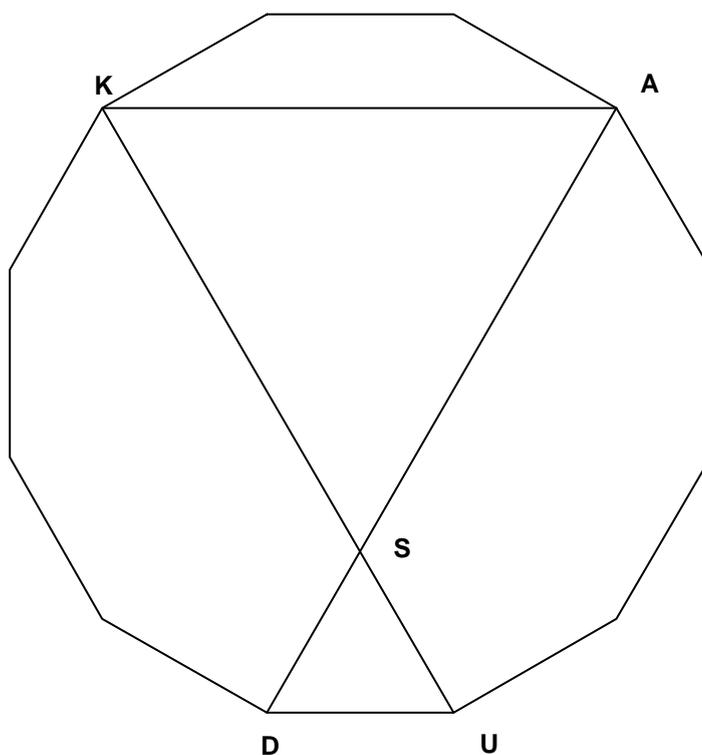
Comment peux-tu être sûr(e) de ton résultat ?



## 41. DODECAGONE

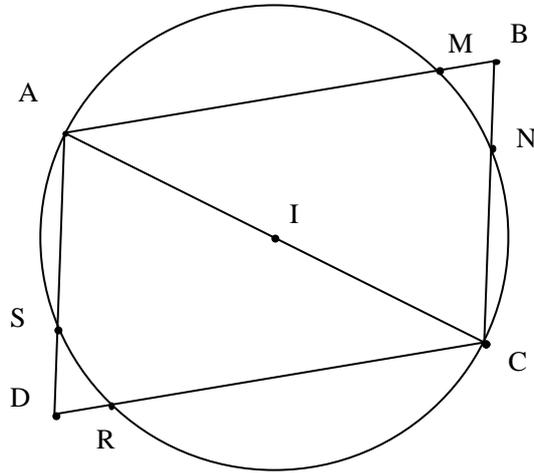
Un dodécagone est un polygone régulier à 12 côtés.  
Sur la figure on a tracé 3 diagonales.

Les triangles KAS et SUD ont l'air d'être équilatéraux.  
Est-ce vrai ?



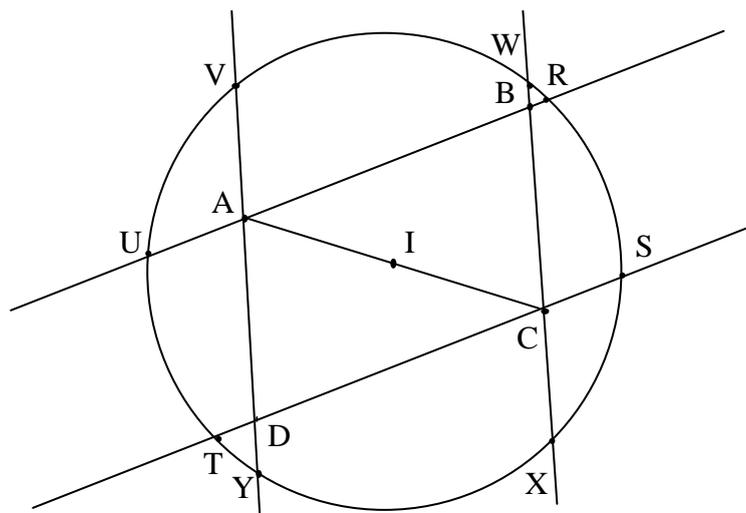
42. CERCLE ET PARALLELOGRAMME

1 ABCD est un parallélogramme de centre I. Le cercle a pour diamètre AC.



1. Pourquoi peux-tu être sûr que le symétrique de M par rapport à I est sur la droite (CD) ? Et aussi sur le cercle ?
2. Pourquoi peux-tu être sûr que I est le milieu de [NS] ?
3. Quel est la nature de MNRS ?

2 ABCD est un parallélogramme de centre I. Le cercle est de centre I.



Pourquoi peux-tu être sûr que RSTU et VWXY sont des rectangles.

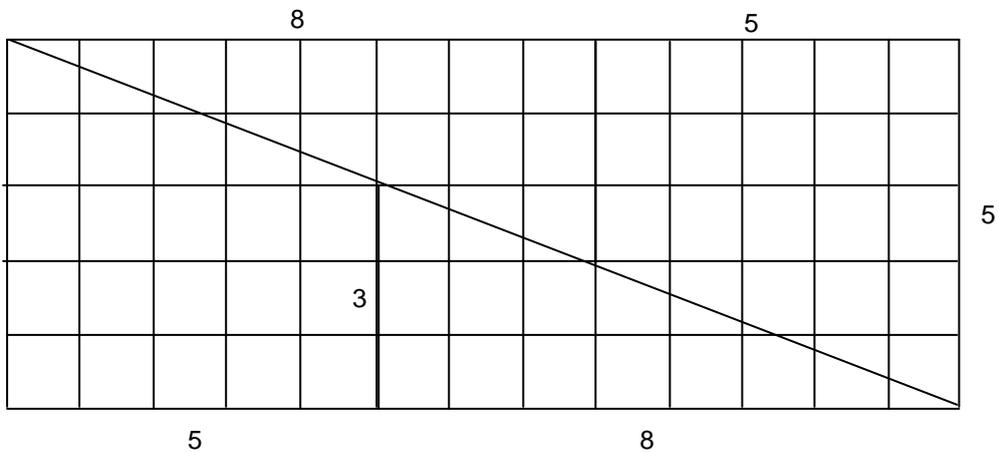
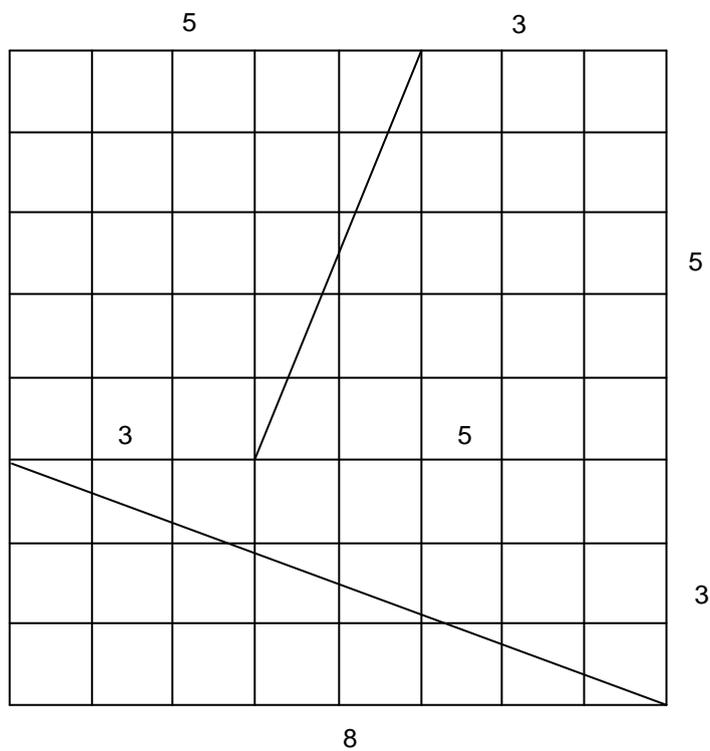
### 43. POUR UN CARREAU DE PLUS...

Le carré découpé comme sur le dessin doit permettre de reconstituer le rectangle.

L'aire du carré est 64 carreaux.

L'aire du rectangle est 65 carreaux.

**Comment expliquer cette différence ?**



#### 44. LE JOURNAL\*



J'ai trouvé par terre une feuille de journal.

Je sais que ce journal n'est constitué que de feuilles doubles.

Quel est le numéro de la dernière page du journal ?

---

\* D'après Rallye mathématique d'Orléans 1986. Dessin de Serge Cecconi.

## 45. MARELLE

Complète les cases de ce carré pour avoir 1, 2, 3, 4 et 5 dans chaque ligne et chaque colonne.

|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 4 | 3 | 2 | 5 |
| 4 |   |   |   |   |
| 3 |   |   |   |   |
| 2 |   |   |   |   |
| 5 |   |   |   |   |

## 46. COURSES

**1** Complète le texte suivant en utilisant les unités qui conviennent.

Un samedi Monsieur CASTRIC se rend au supermarché à 3,5 ... de sa maison. Il a payé 190 ... pour :

- un ... d'huile,
- un ... de raisin,
- 400 ... de fromage,
- 500 ... de beurre,
- 250 ... de café,
- une rallonge de 2 ... de fil électrique,
- 10 bouteilles de 33 ... de bière,
- un bidon de 5 ... d'huile pour sa voiture,
- 10 sacs poubelles de 100 ...

**2** Voici son ticket de caisse :

Le prix du fromage a disparu.

Retrouve-le.

Donne le prix d'un kilo de fromage.

Quel est le prix d'un kilo de beurre ?

Quel est le prix d'un kilo de café ?

Quel est le prix d'un litre de bière ?

|             |   |
|-------------|---|
| 28/06/87    |   |
| huile arach | 12,00   |
| raisin      | 6,00  |
| fromage     |  |
| beurre      | 7,50  |
| beurre      | 7,50  |
| café        | 11,00   |
| electric.   | 25,00   |
| bière       | 32,00   |
| huile auto  | 45,00   |
| droguerie   | 25,00   |
| TOTAL       | 190,00  |

D'après cahiers de sixième de l'I.R.E.M. de Brest

## 47. LA BONNE LONGUEUR

Voici 9 cartes avec sur chacune une longueur.

1,5 cm

4807 m

260 km

1 dm

70 m

0,1 mm

1,30m

70 cm

15 000 000 km

Associe chacune des cartes à une des longueurs suivantes :

distance Lyon Marseille

épaisseur d'une feuille de papier

altitude du Mont-Blanc

taille d'un enfant de 11 ans

longueur d'un semi-remorque

diamètre d'un stylo bille

épaisseur d'un livre de 200 pages

distance terre-soleil

longueur d'un champ

épaisseur d'un dictionnaire

diamètre d'une roue de vélo

Remplir les deux cartes qui manquent :

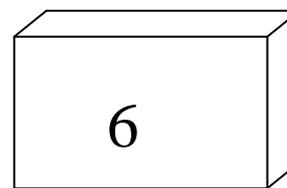
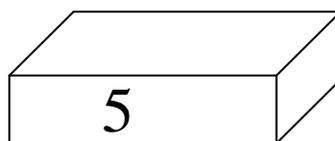
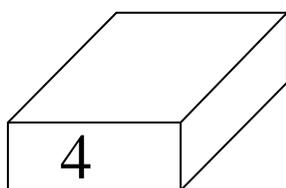
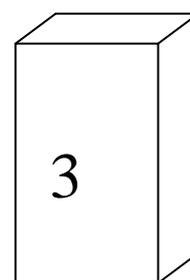
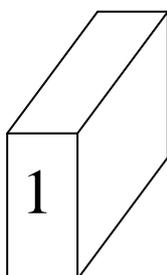
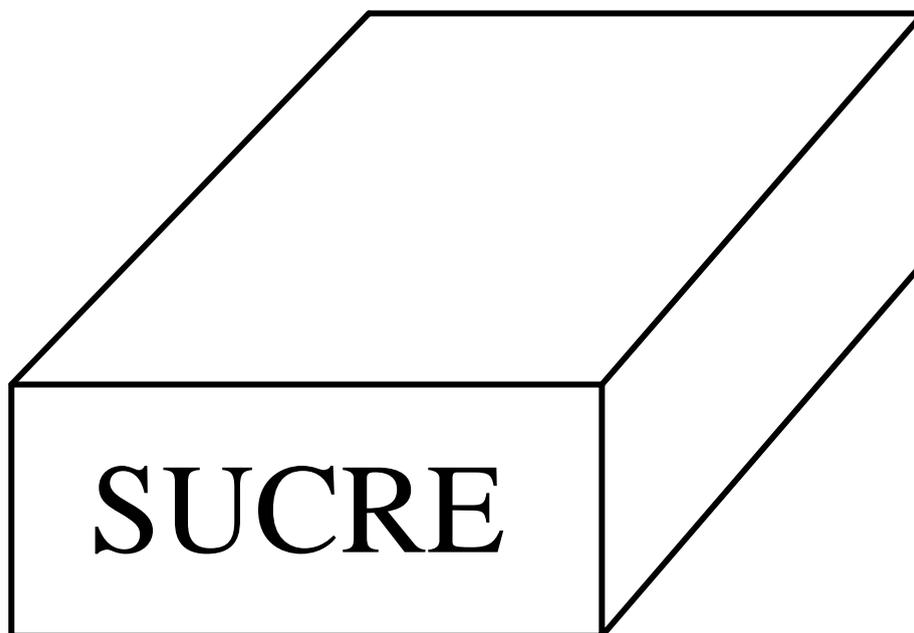
D'après les cahiers de sixième de l'I.R.E.M. de Brest

## 48. UNITES

Voici 16 cartes. Regroupe celles qui représentent la même longueur.

|              |               |               |               |
|--------------|---------------|---------------|---------------|
| A<br>35 km.  | B<br>35 cm.   | C<br>350 cm.  | D<br>0,35 cm. |
| E<br>3,5 cm. | F<br>0,35 m.  | G<br>35000 m. | H<br>0,35 hm. |
| I<br>3,5 m.  | J<br>35 hm.   | K<br>3,5 km.  | L<br>0,35 km. |
| M<br>3,5 mm. | N<br>0,035 m. | O<br>350 m.   | P<br>350 dm.  |

49. UNE BOITE ET DES SUCRES



Les dimensions de l'intérieur d'une boîte de sucre de 1 kilo sont 17,1 cm ; 11,2 cm et 5,4 cm. Les dimensions d'un morceau de sucre sont : 1,14 cm ; 1,8 cm et 2,8 cm. Les morceaux de sucre peuvent être posés dans l'une des six positions dessinées.

Indique dans quelle position sont rangés les morceaux de sucre :

Coche la bonne case

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        |

Explique ton choix.

Combien y a-t-il de morceaux dans la longueur, dans la largeur et la hauteur de la boîte ?

Dessine sur la boîte pour indiquer comment sont rangés les morceaux.

Quelle est la masse d'un morceau de sucre ?

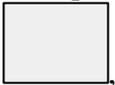
## 50. ORANGE

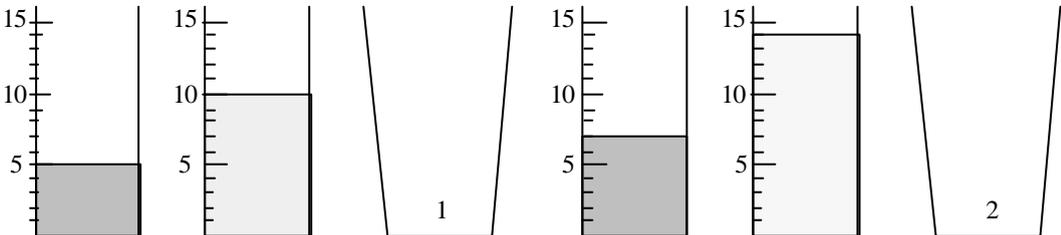
Pour cette activité, les élèves doivent au moins savoir simplifier des écritures de rationnels. Il est aussi souhaitable qu'ils aient déjà réalisé quelques réductions au même dénominateur, même si leur pratique est encore hésitante.

**Cette activité pose, dans une situation simple, un problème de comparaison de deux ou trois fractions.**

Il faudra seulement veiller à ce que le problème soit bien compris en faisant un premier bilan après le premier cadre.

Pour préparer des verres de sirop d'orange j'utilise des éprouvettes graduées.

Le sirop est symbolisé par  et l'eau par .



Le verre numéro 1 contiendra 5 parts de sirop pour 10 parts d'eau.  
Le verre numéro 2 contiendra 7 parts de sirop pour 14 parts d'eau.

Est-ce que le goût d'orange sera le même dans les deux verres ?

Voici deux autres verres A et B.

Le goût d'orange est-il plus fort dans l'un des deux verres ?  
 Explique soigneusement ta réponse.

Classe dans l'ordre les trois verres C, D et F en commençant par celui qui a le plus fort goût d'orange.  
 Explique soigneusement ta réponse.

Réponds à la même question pour les trois verres F, G et H.

Classe de la même façon tous les verres A, B, C, D, E, F, G et H.

## 51. DE L'EAU ET DU SUCRE



A

B

Je prépare de l'eau sucrée dans deux bouteilles A et B .

### **Premier essai :**

Dans la bouteille A je mets 4 verres d'eau et 2 morceaux de sucre.

Dans la bouteille B je mets 6 verres d'eau et 3 morceaux de sucre.

Quelle est l'eau la plus sucrée ? pour répondre entoure le numéro de la phrase qui te semble correcte.

- 1 L'eau de la bouteille A est plus sucrée que celle de la bouteille B
- 2 L'eau de la bouteille B est plus sucrée que celle de la bouteille A
- 3 L'eau des deux bouteilles sont aussi sucrées l'une que l'autre
- 4 Je ne sais pas

Explique ici ta réponse.

### **Deuxième essai :**

Dans la bouteille A je mets 4 verres d'eau et 5 morceaux de sucre.

Dans la bouteille B je mets 5 verres d'eau et 7 morceaux de sucre.

Quelle est l'eau la plus sucrée ? pour répondre entoure le numéro de la phrase qui te semble correcte.

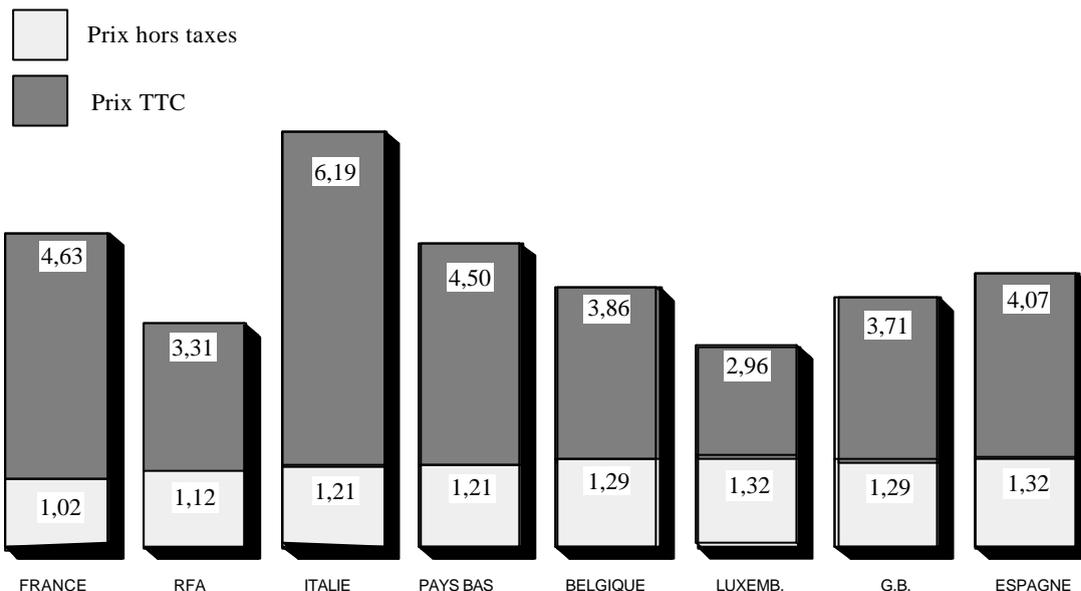
- 1 L'eau de la bouteille A est plus sucrée que celle de la bouteille B
- 2 L'eau de la bouteille B est plus sucrée que celle de la bouteille A
- 3 L'eau des deux bouteilles sont aussi sucrées l'une que l'autre
- 4 Je ne sais pas

Explique ici ta réponse.

## 52. ESSENCE

### PRIX MOYEN DU SUPER A LA POMPE

(en francs par litre au 1<sup>er</sup> février 1988)



«Que choisir» n° 238 avril 88

**1** Remplis le tableau suivant en utilisant les données du graphique.

**2** Quels sont les 3 pays d'Europe où l'essence est la plus chère ?

|  | F | D | I | NL | B | L | GB | E |
|--|---|---|---|----|---|---|----|---|
| Prix du super à la pompe                   |   |   |   |    |   |   |    |   |
| % des taxes par rapport au prix à la pompe |   |   |   |    |   |   |    |   |

**3** Calcule les pourcentages des taxes par rapport au prix du super vendu à la pompe  
Inscris ces résultats dans le tableau

## 53. GRAPHIQUE

Les graphiques sont des moyens puissants pour visualiser et traiter un grand nombre de problèmes. Ils sont utilisés par les enseignants du premier cycle dans toutes les disciplines (physique, biologie, géographie, mathématiques...), comme un outil ne nécessitant pas d'apprentissage.

Mais les enfants des collèges, surtout ceux de 6ème et de 5ème, ont des difficultés à comprendre et à interpréter les représentations graphiques. De façon plus générale, celles faisant intervenir le temps sont l'occasion de confusions et de fausses interprétations.

Nous proposons ici trois exemples de représentations graphiques de ce type qu'il faut interpréter. Ils devraient permettre à chacun de se rendre compte des difficultés qu'éprouvent les élèves face à de tels problèmes.

Cette fiche est un point de départ pour un travail avec les enfants sur les représentations graphiques\*

---

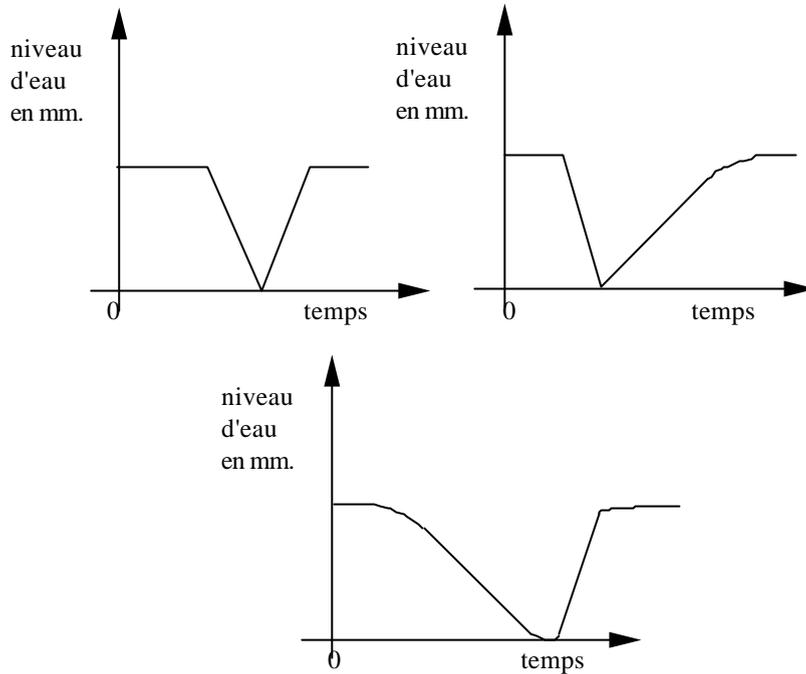
\* **Remarque :** des idées intéressantes sur les fonctions et représentations graphiques se trouvent dans la brochure Inter-IREM numéro 3 : «Quelles activités pour quels apprentissages». (Spécialement le chapitre fonction).

**CHASSE** On tire la chasse d'eau : quel graphique correspond à la situation ?

⑩

Ⓙ

①

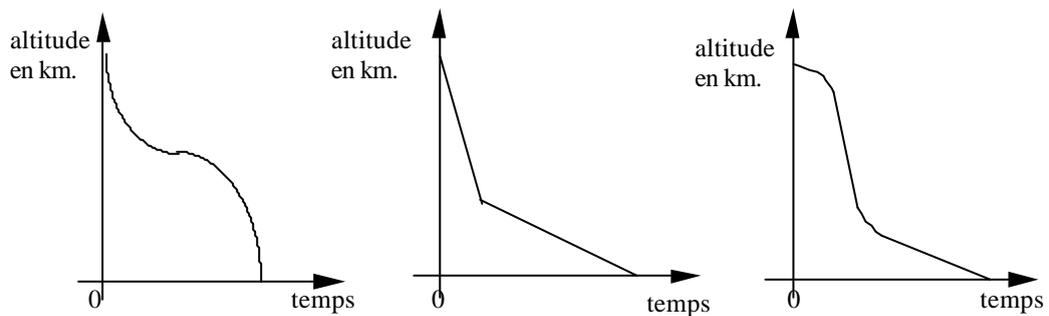


**PARACHUTISME** Quel graphique correspondra à la chute du parachute ?

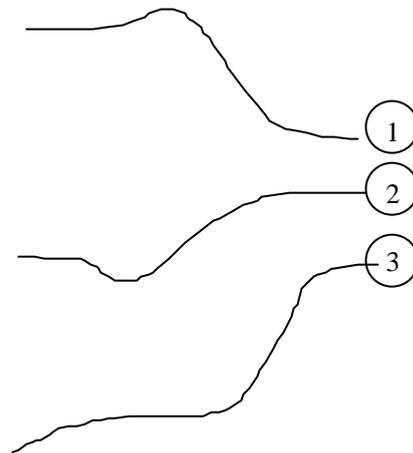
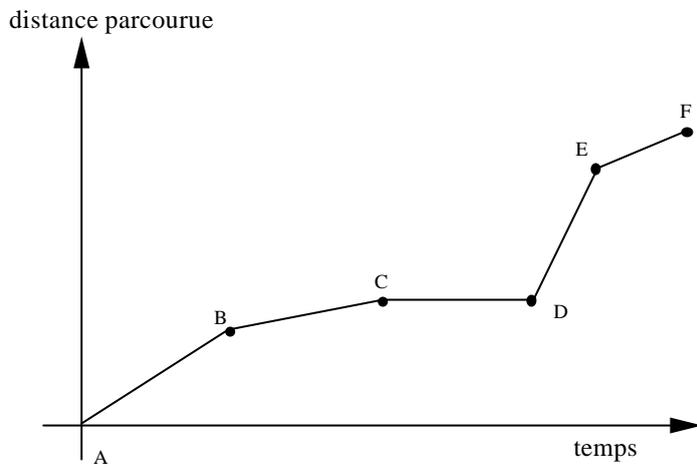
⑩

Ⓙ

①



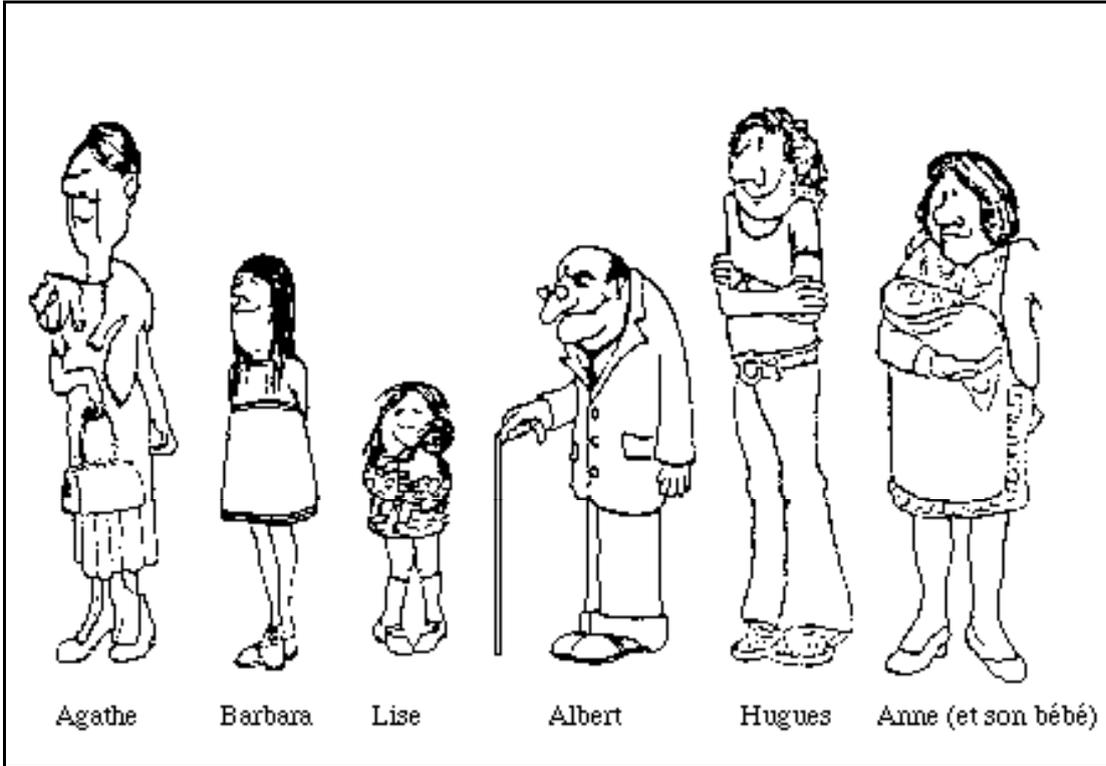
**CYCLISTE** Quel est le profil de la route qui correspond au graphique ?



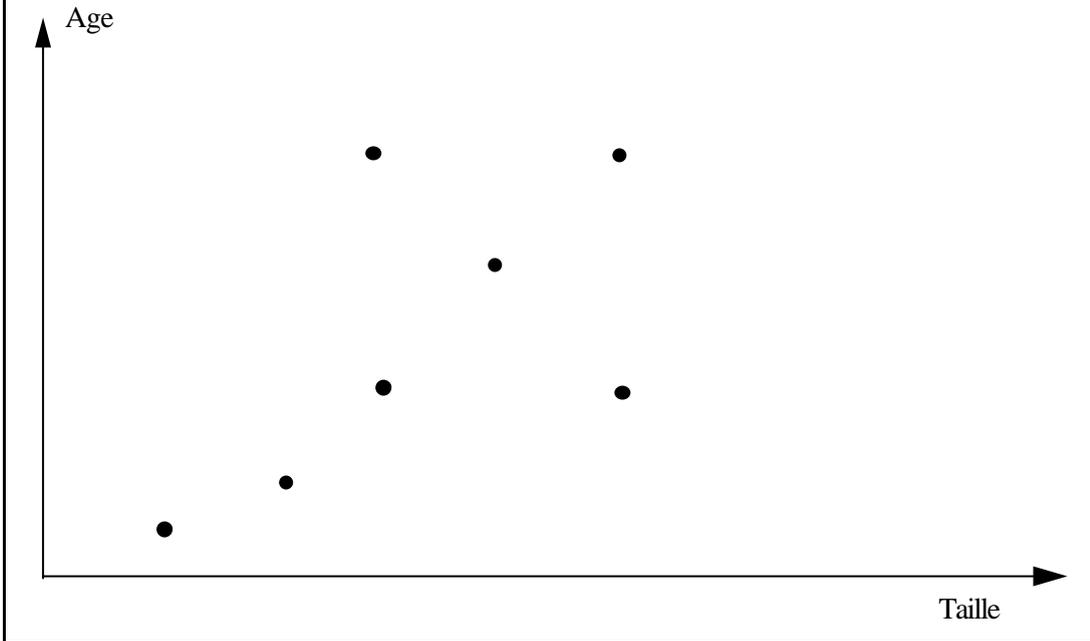
## 54. LES GRANDS ET LES PETITS

Voici deux activités qui permettront aux enseignants de faire travailler leurs élèves sur l'interprétation de graphiques. Ces deux activités sont extraites d'un document que l'IREM de Lille a réalisé à l'occasion de la rentrée 1985. (Bulletin n° 18, spécial collège).

LES GRANDS ET LES PETITS

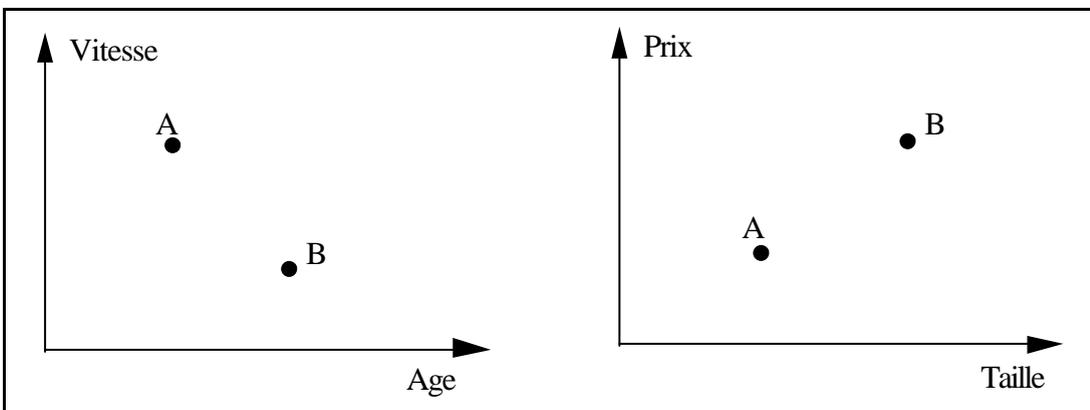
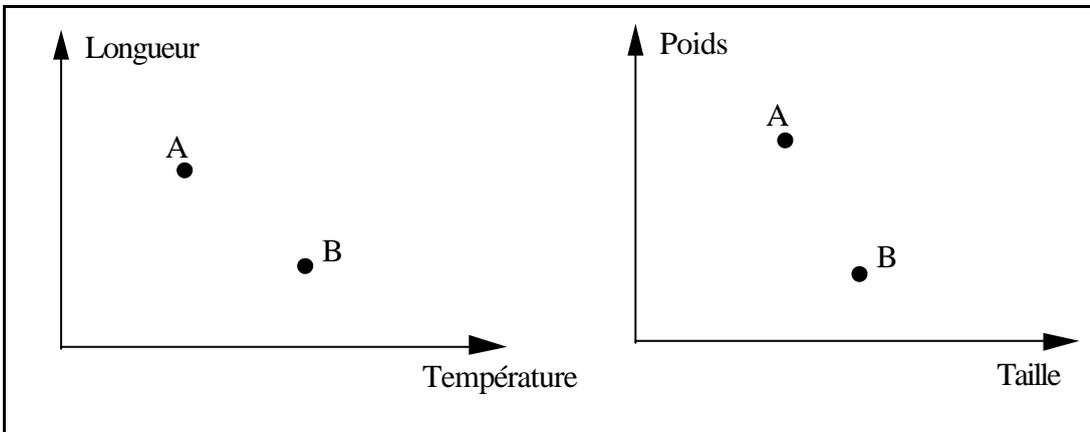


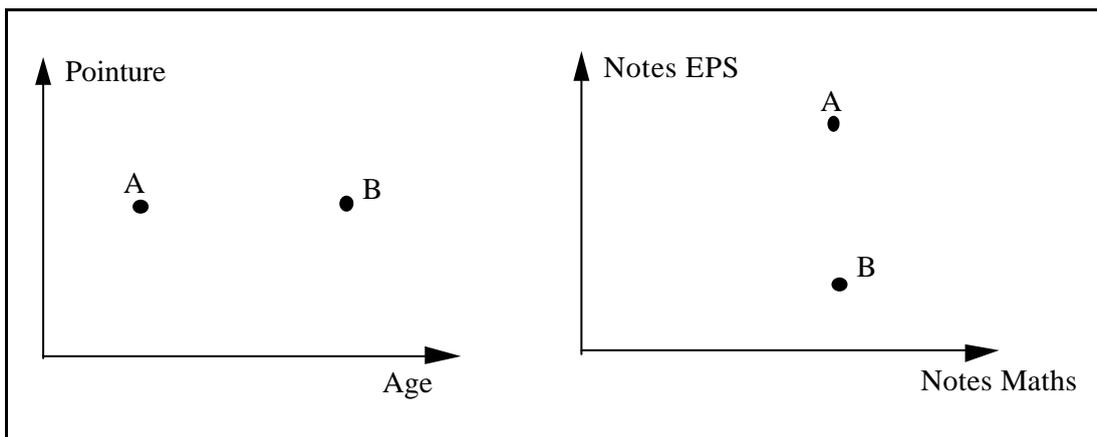
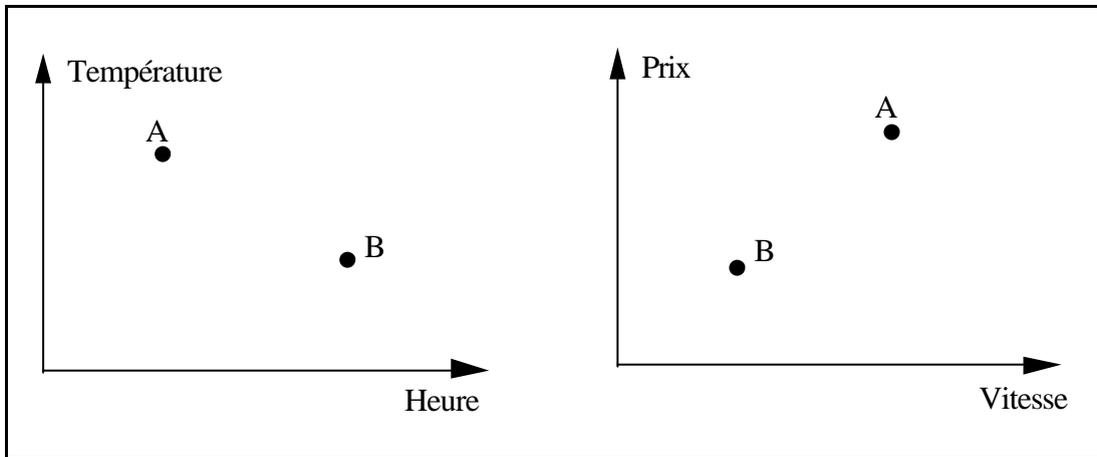
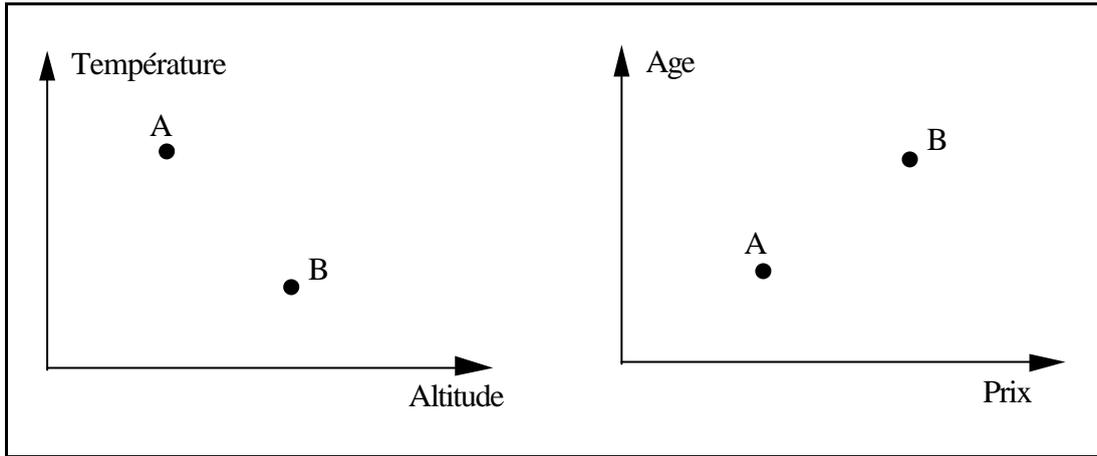
Chaque personne est représentée par un point sur le graphique. Mets à côté de chaque point le nom de la personne qu'il représente.



COMPARER

Pour chacun des graphiques ci-dessous écris une phrase comparant A et B.





## 55. CAMION

Tous les camions circulent en France avec un «mouchard» qui enregistre la vitesse du camion à chaque moment de la journée. Les renseignements sont inscrits sur un disque comme celui de la page suivante. Le disque est changé chaque jour.

Observe ce disque et réponds aux questions suivantes.

**1** Quel est le nom du chauffeur ?

**2** Quel est le numéro d'immatriculation du camion ?

**3** Quelle est la ville de départ ?

**4** Quel est le jour où ce disque a été enregistré ?

**5** A quelle heure le chauffeur a-t-il commencé à rouler ?

**6** A quelle heure s'est-il arrêté à la fin de la matinée ?

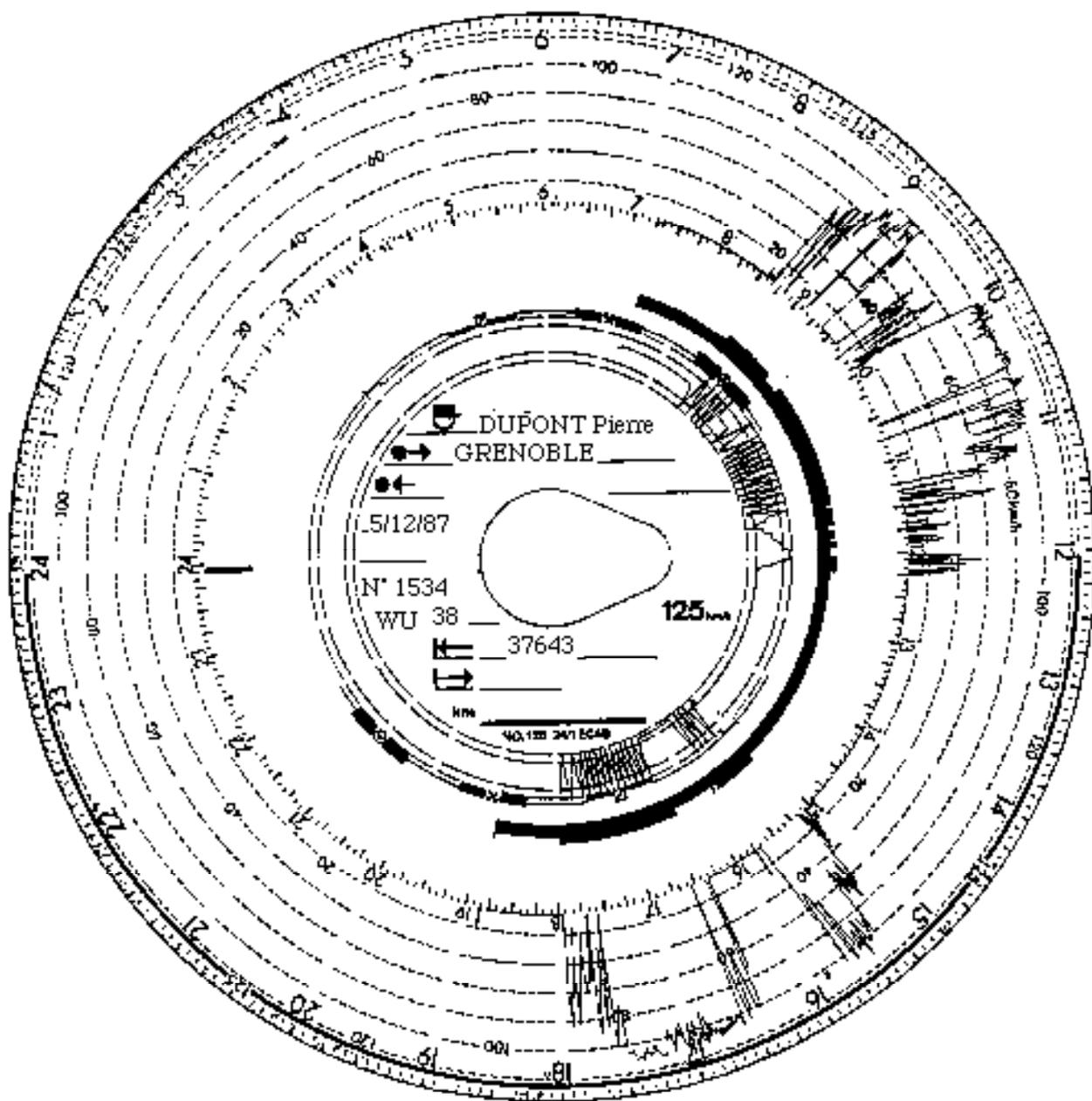
**7** Quelle est a été approximativement sa vitesse maximale le matin ?

**8** A quelle heure a-t-il commencé à rouler l'après midi ?

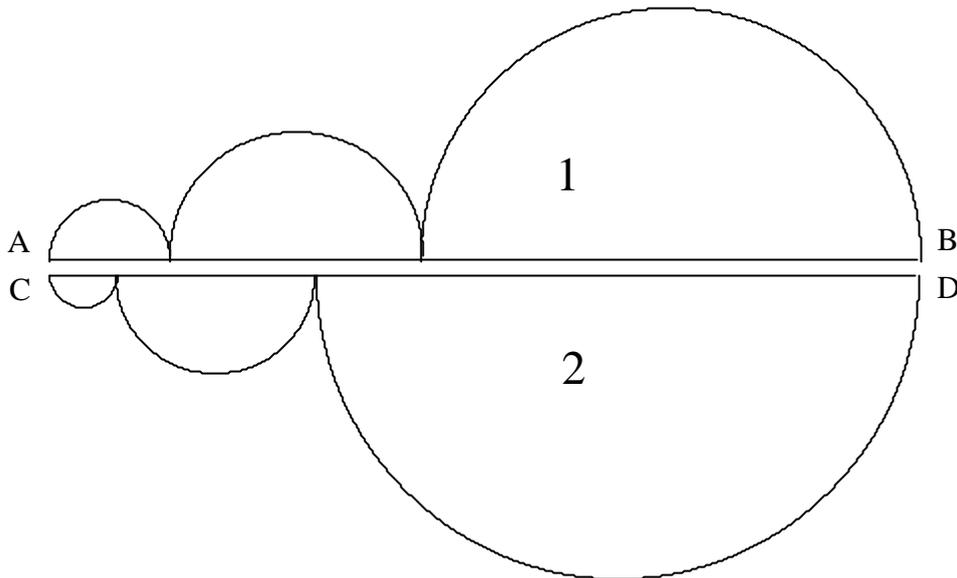
**9** A quelle heure a-t-il garé son camion en fin de journée ?

**10** Quelle a été sa vitesse maximale l'après midi ?

**11** Combien de temps (en tout) a-t-il été au volant de son camion (il est descendu un quart d'heure le matin et 40 minutes l'après midi) ?



## 56. TRAJETS



Sur le dessin 1, le petit cercle a pour diamètre  $x$  et les deux autres  $2x$  et  $4x$ .  
Sur le dessin 2, le petit cercle a pour diamètre  $y$  et les deux autres  $3y$  et  $9y$ .

Pour aller de A à B sur le dessin 1 il y a deux trajets possibles :

- tout droit de A à B. Appelle T1 ce trajet.
- en suivant les cercles . Appelle C1 ce trajet.

Exprime la longueur des trajets T1 et C1 en fonction de  $x$ . Exprime la longueur des trajets T1 et C1 en fonction de AB.

Pour aller de C à D sur le dessin 2 il y a deux trajets possibles :

- tout droit de C à D. Appelle T2 ce trajet.
- en suivant les cercles . Appelle C2 ce trajet.

Exprime la longueur des trajets T2 et C2 en fonction de  $x$  .  
Exprime la longueur des trajets T2 et C2 en fonction de CD.

On sait que  $AB=CD =d$  .

Compare les longueurs des trajets C1 et C2.

## 57.            MAGIQUE

**1**

Ceci est un carré magique : c'est-à-dire que la somme des nombres en ligne en colonne et en diagonale est la même.

Tu appelleras cette somme  $S$ .

- Exprime  $S$  en fonction de  $a$  et  $b$ .
- Complète toutes les cases du carré.

|     |       |        |       |
|-----|-------|--------|-------|
| $a$ |       | $b$    | $a+3$ |
|     | $a+5$ | $a+6$  | $a+8$ |
|     | $b-4$ | $a+10$ | $a+4$ |
|     |       | $a+1$  |       |

Tous les carrés magiques qui suivent sont construits sur le modèle de celui-ci. Toutes les cases sont reliées par les mêmes relations que celles définies dans le cadre 1.

**2**

Calcule la somme de ce carré magique.

- Complète ce carré.

|      |      |  |  |
|------|------|--|--|
|      |      |  |  |
| $25$ | $10$ |  |  |
|      |      |  |  |
|      |      |  |  |

**3**

Tu connais la somme de ce carré :  $S = 64$ .

Tu sais aussi qu'une case contient 14 comme sur le dessin.

Complète ce carré.

Explique ta méthode.

|  |  |    |  |
|--|--|----|--|
|  |  |    |  |
|  |  |    |  |
|  |  | 14 |  |
|  |  |    |  |

**4**

Même travail avec ce carré de somme  $S = 93$ .

|  |    |  |  |
|--|----|--|--|
|  |    |  |  |
|  |    |  |  |
|  | 26 |  |  |
|  |    |  |  |

**5**

Ce carré est aussi construit sur le modèle de celui du cadre 1.

Exprime  $S$  en fonction de  $p$  et  $r$ .

Complète les cases du carré à l'aide de  $p$  et  $r$ .

|  |     |  |     |
|--|-----|--|-----|
|  | $p$ |  |     |
|  |     |  |     |
|  |     |  |     |
|  |     |  | $r$ |

**6**

Complète les cases de ce carré en remplissant chaque case avec une expression en fonction de  $x$  et  $S$ .

|  |  |     |  |
|--|--|-----|--|
|  |  |     |  |
|  |  |     |  |
|  |  | $x$ |  |
|  |  |     |  |

**7**

Même travail pour ce carré que dans le cadre 6.

|  |   |  |  |
|--|---|--|--|
|  |   |  |  |
|  |   |  |  |
|  | x |  |  |
|  |   |  |  |

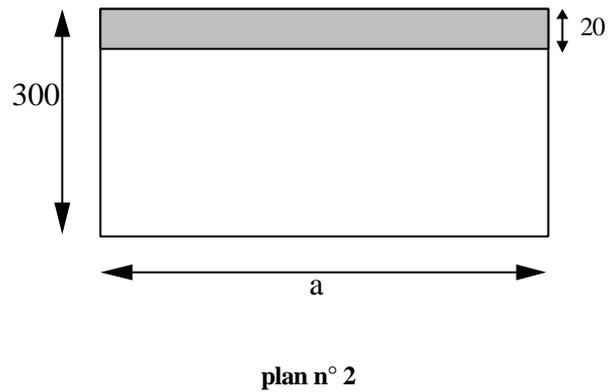
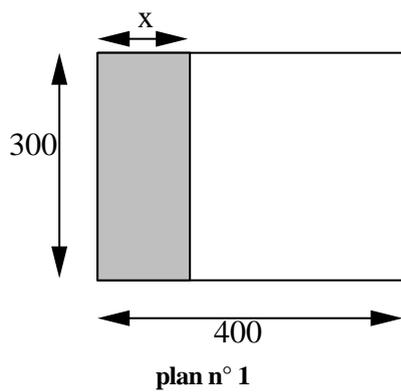
**8** A quelles conditions les nombres figurant dans les cases du carré du cadre 7 sont-ils des entiers naturels ?

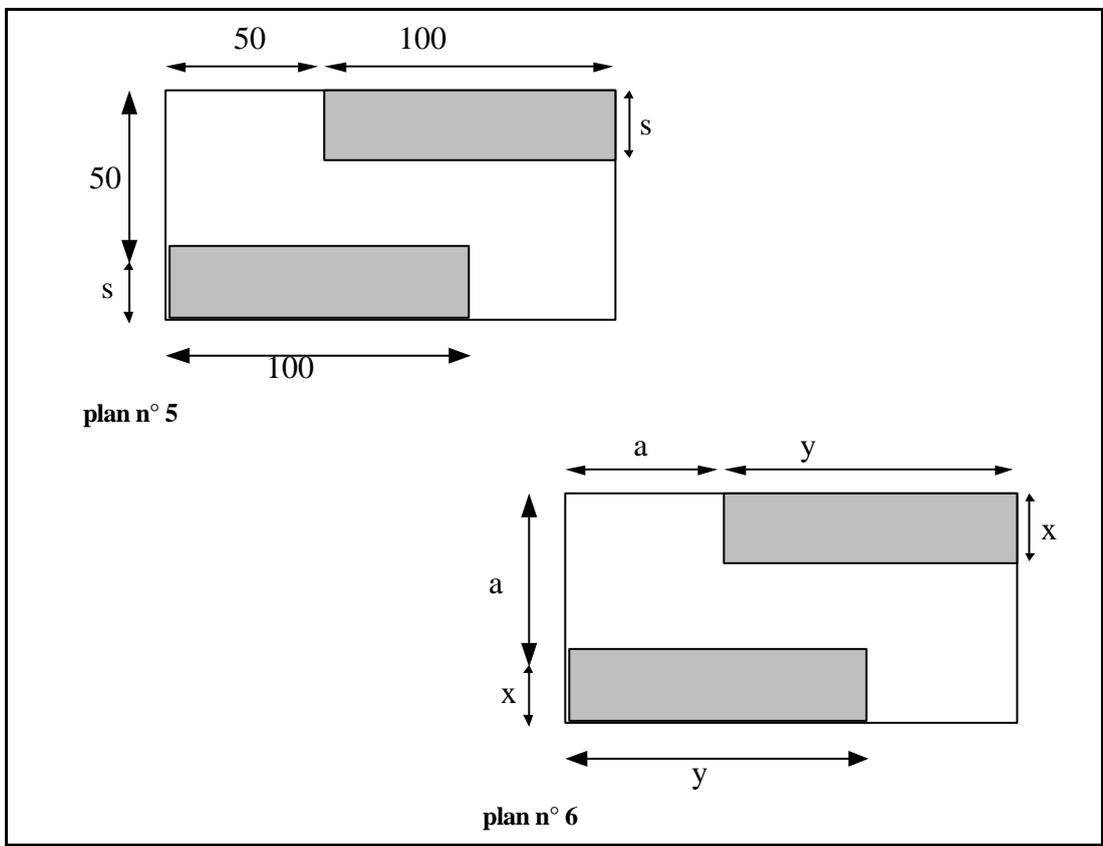
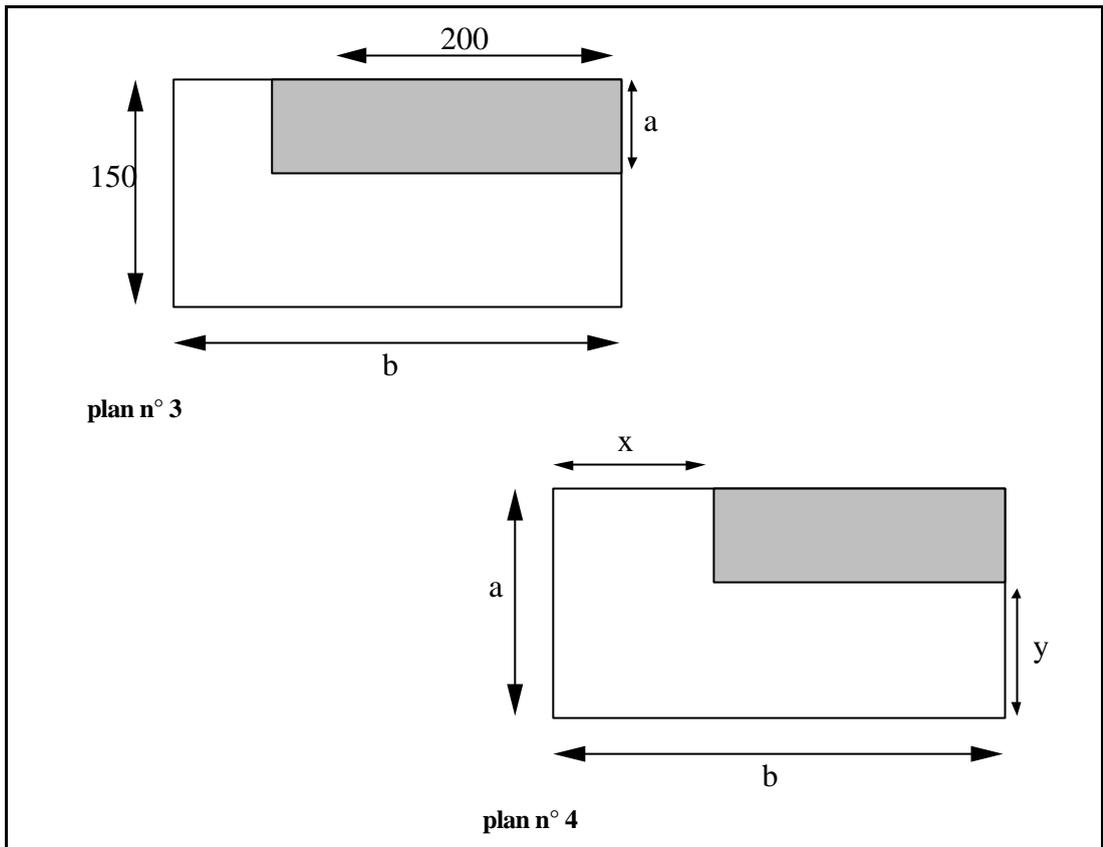
## 58. CARPETTE

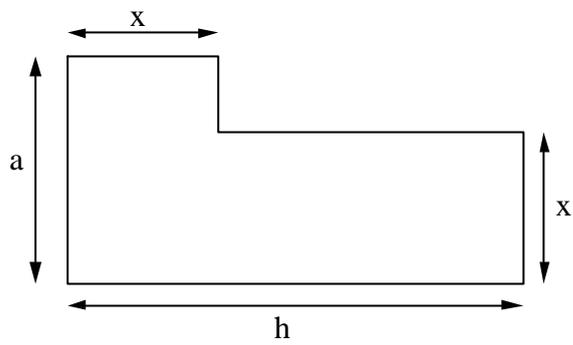
En prenant pour «prétexte» l'aire d'une carpeite, les enfants sont amenés à exprimer des aires à l'aide d'écritures algébriques.

Voici le plan de plusieurs pièces. La partie non hachurée est recouverte d'une carpeite.

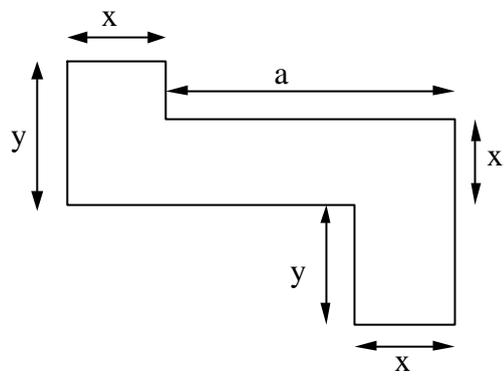
Dans chacun des cas, désigne la mesure de l'aire de la carpeite à l'aide des dimensions données.







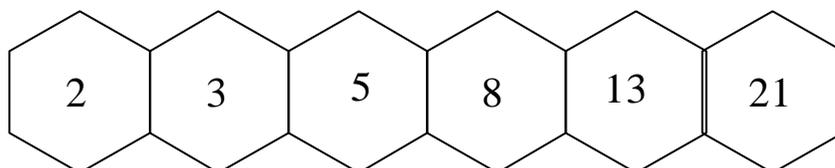
plan n° 7



plan n° 8

## 59. QUATRE FOIS ?

**1** Voici une suite de six nombres décimaux :



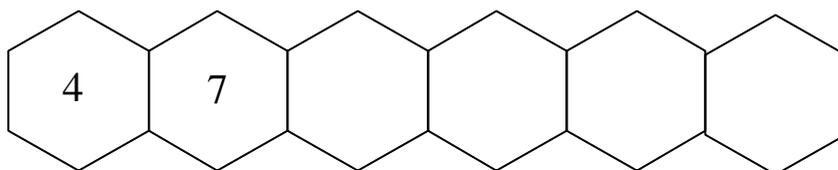
Les deux premiers nombres sont choisis au hasard, les suivants sont obtenus en ajoutant les deux précédents :  $2 + 3 = 5$  ;  $3 + 5 = 8$  .....

En ajoutant ces six nombres on obtient  $S = \dots\dots$

En multipliant le cinquième nombre par 4 on obtient .....

Tu peux remarquer que  $S = \dots\dots 64$ .

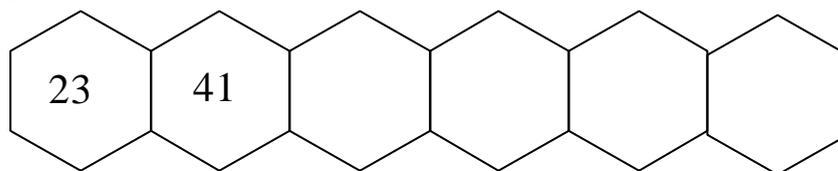
**2** Complète cette suite comme dans le cadre 1



Calcule  $S$

Est-ce que  $S$  s'obtient en multipliant le cinquième nombre par 4 ?

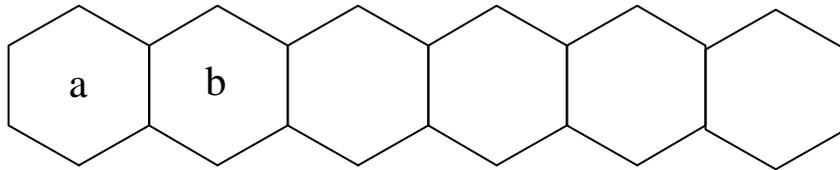
**3** Complète cette suite



Calcule  $S$

A t-on la même relation entre  $S$  et le cinquième nombre ?

**4**



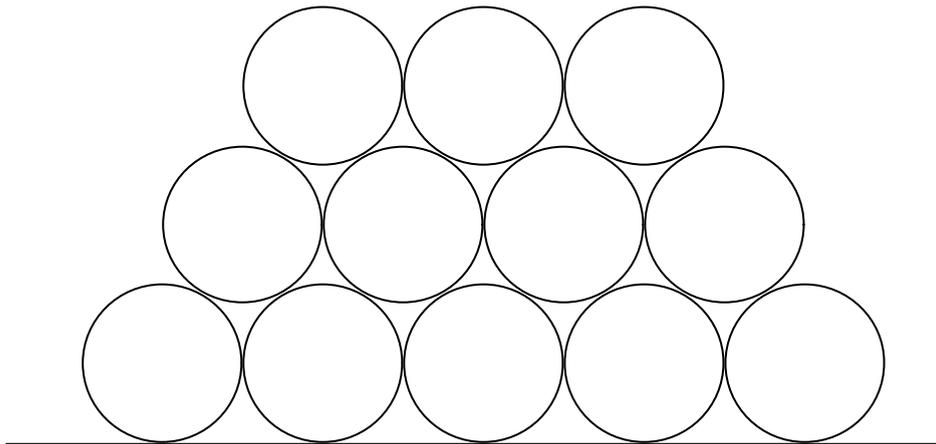
a et b sont des nombres décimaux quelconques

Ecris les autres nombres de la suite en utilisant une écriture avec a et b

Ecris la somme S des 6 nombres à l'aide de a et b

Peux-tu dire que S s'obtient en multipliant le cinquième nombre par 4 ?

## 60. TUYAUX



Un entrepreneur empile les tuyaux qu'il fabrique comme indiqué sur le dessin.

**1.** Il ajoute 4 tuyaux à la pile. Dessine-les.

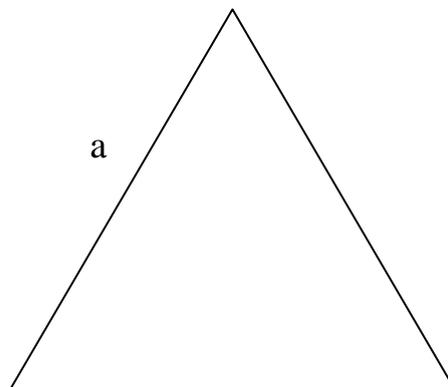
**2.** Combien peut-il empiler de tuyaux au maximum en plaçant seulement 10 tuyaux sur la rangée au sol ?

**3.** Explique comment il peut empiler 120 tuyaux.

## 61. TRIANGLES

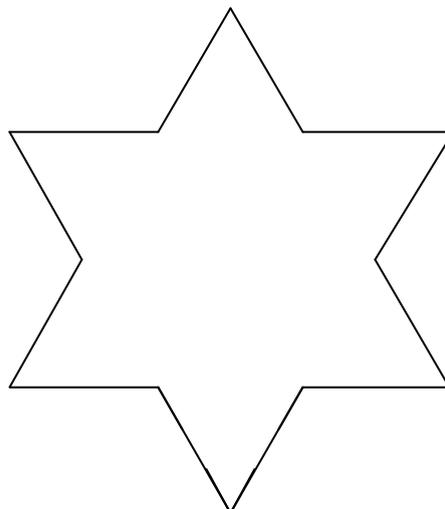
Ce triangle équilatéral a pour côté  $a$ .

Exprime le périmètre de ce triangle en fonction de  $a$ .



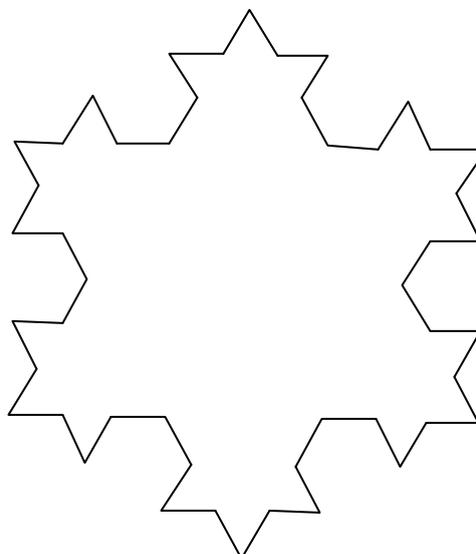
Sur chaque côté on construit un triangle équilatéral comme l'indique la figure.

Exprime le périmètre de cette figure en fonction de  $a$ .



Sur chaque côté des triangles on continue à construire des triangles équilatéraux.

Exprime le périmètre de cette figure en fonction de  $a$ .



## 62. LETTRES

Cette activité est un nombre croisé du même type que Hex dans petit x n° 8.

|   |   |   |   |   |   |  |
|---|---|---|---|---|---|--|
|   | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |  |
| A |   |   |   |   |   | <p>Les traits épais séparent les nombres.</p> <p>On donne <math>a = 2</math><br/> <math>b = 3</math><br/> <math>c = 5</math></p> <p>Utilise les définitions pour compléter ce nombre croisé.</p> |
| B |   |   |   |   |   |  |
| C |   |   |   |   |   |  |
| D |   |   |   |   |   |  |
| E |   |   |   |   |   |  |

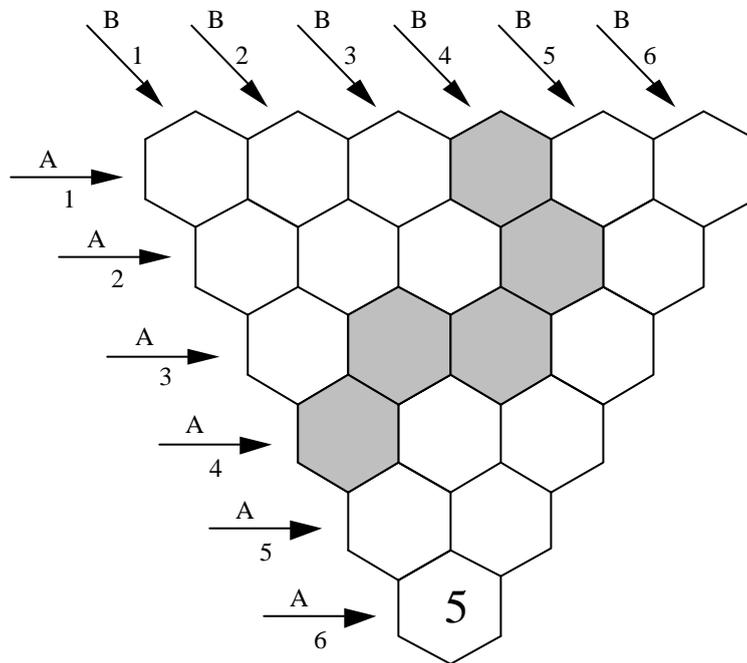
  

|  |  |
|--|--|
| <p><b>Horizontalement</b></p> <p>A : <math>bd</math> ; <math>a^5</math> ; <math>g - d</math><br/>         B : <math>13g</math> ; <math>(ab)^2</math><br/>         C : <math>f - a^2</math> ; <math>48b^2</math> ; <math>d^2 - b^2c</math><br/>         D : <math>d^2</math> ; <math>acf</math><br/>         E : <math>2(f - e)</math> ; <math>e^2</math> ; <math>a^3d</math></p> | <p><b>Verticalement</b></p> <p>1 : <math>\frac{g + b^2}{2c}</math> ; <math>ab^2</math> ; <math>abe</math><br/>         2 : <math>f^2</math> ; <math>ef</math><br/>         3 : <math>bg</math> ; <math>b</math> ; <math>ad</math><br/>         4 : <math>a^4 + d</math> ; <math>(b + f)^2</math><br/>         5 : <math>d^2 - b</math> ; <math>ce</math> ; <math>f - ab</math></p> |
|--|--|

## 63.      HEX

Cette activité est un «nombre croisé» où les définitions sont des écritures algébriques. Il s'agit de déterminer les nombres représentés par des lettres et de remplir le pavage en mettant un chiffre par hexagone.

Les élèves seront amenés à résoudre l'équation  $13 - j = \frac{j+2}{2}$  : il faut veiller à ce qu'ils en soient capables avant de leur proposer cette activité.



Remplir les hexagones et trouver le nombre représenté par chaque lettre

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| a  | b  | c  | d  | e  | f  | g  | h  | j  | x  | y  |
| .. | .. | .. | .. | .. | .. | .. | .. | .. | .. | .. |

Un chiffre par case.

Chaque lettre représente un entier naturel différent de zéro et plus petit que 20.

Deux lettres différentes représentent deux nombres différents.

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 1 $f^2 + e ; ab^2$<br>2 $d^2 + 3b^2 + 2 ; bf - cd$<br>3 $d - 2b ; f - j$<br>4 $2(x + 4)^2 + 8$<br>5 $c(d - e)^2$<br>6 $d - b$ | A | 1 $11(h - b) ; 11b$<br>2 $e^2 + 4e ; d^2 - 4y$<br>3 $6d + e ; d^0 - 1$<br>4 $\frac{j+2}{2}$<br>5 $7d + b$<br>6 $\frac{1}{2}(g + 1)$ | B |
|---|---|---|---|

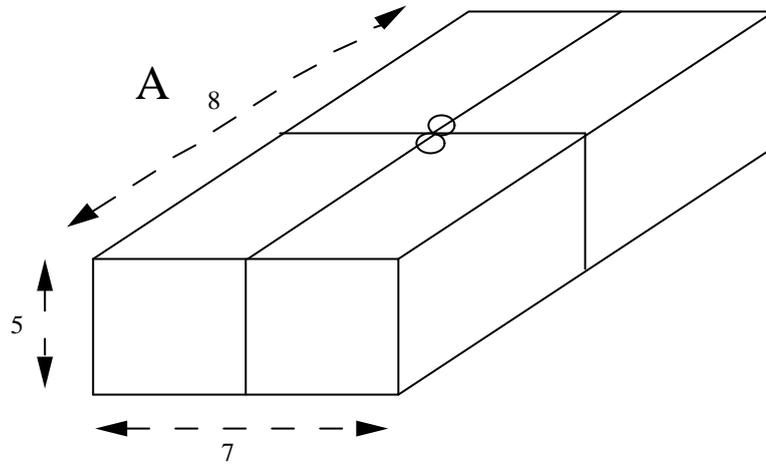
## 64. FICELLE

Cette activité, proposée en quatrième et en troisième, illustre l'apport du calcul algébrique à la résolution d'une classe de problèmes faisant appel à la modélisation d'une situation physique simple. En effet si dans les activités 1 et 2 ci-dessous les dimensions sont connues, il n'en est pas de même pour l'activité 3. Dans cette dernière partie, l'introduction de lettres pour désigner les longueurs utilisées permet d'établir que la longueur de la ficelle est minimum quand, le nœud étant sur le dessus, la plus petite des trois longueurs du paquet est prise comme hauteur.

C'est une des rares situations d'optimisation dont la solution puisse être établie avec les connaissances du niveau de la classe de quatrième.

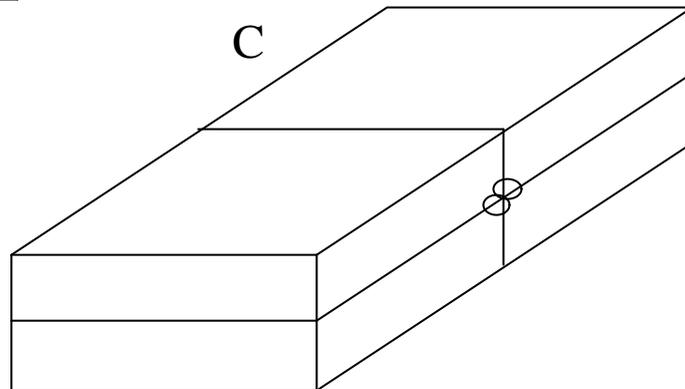
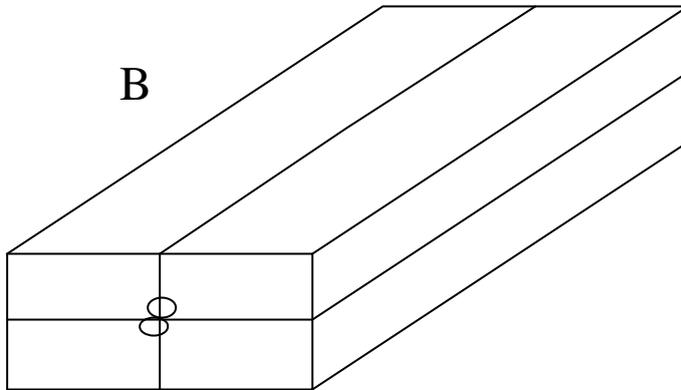
Beaucoup d'élèves ont du mal se représenter la situation, il ne faut pas hésiter à leur donner de la ficelle... Il faut aussi noter que la mise en place du modèle algébrique, qui permet de justifier l'optimisation, est délicate pour des élèves de collège ; la plupart doivent être aidés si l'on veut que la comparaison soit établie avec rigueur.

**1** Voici un carton ficelé de dimensions 5, 7 et 8.



Calcule la longueur de la ficelle utilisée (sans tenir compte du nœud).

**2** Voici deux autres façons de ficeler ce carton.



Calcule dans chacun des cas la longueur de la ficelle utilisée.  
Quelle est la façon qui utilise le moins de ficelle ?

**3** Considère maintenant un carton de dimensions  $a$ ,  $b$  et  $c$  vérifiant :

$$a < b < c.$$

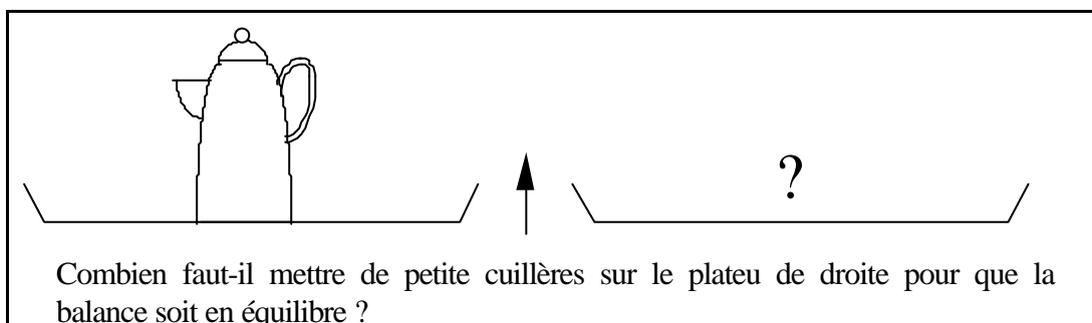
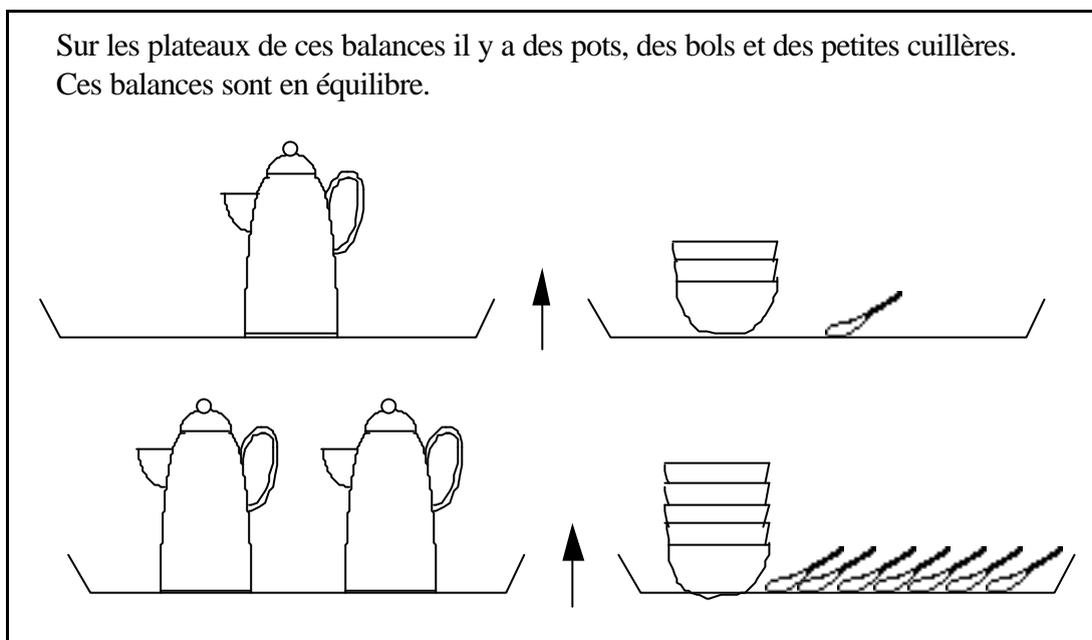
Calcule, à l'aide de  $a$ ,  $b$  et  $c$ , les longueurs de ficelle utilisée pour chacune des façons de ficeler ce carton.

Compare les longueurs obtenues.

Quelle précaution dois-tu prendre lorsque tu veux utiliser le moins de ficelle possible pour ficeler un carton ?

## 65. VAISSELLE

Cette activité doit permettre aux élèves d'utiliser des outils algébriques dans une situation où ils n'apparaissent pas de manière évidente.



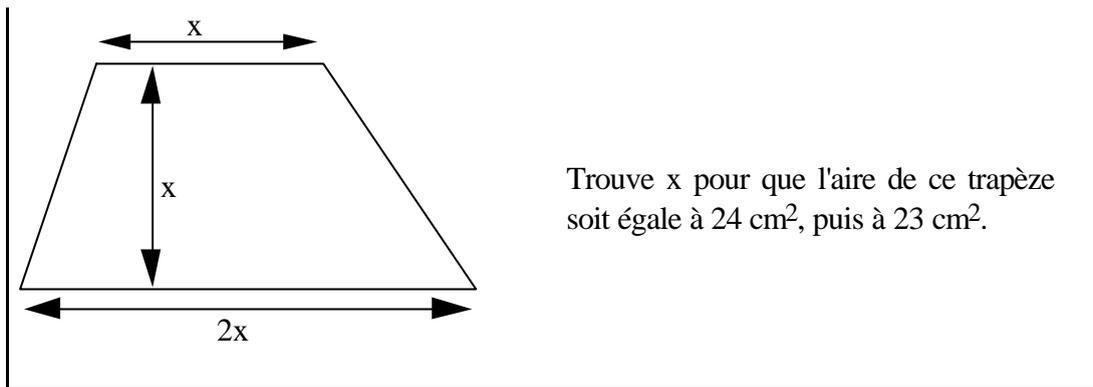
Maintenant avec des assiettes.  
Combien faut-il de petites cuillères pour que la balance soit en équilibre avec une assiette dans le plateau de gauche ?

**66. TROUVE X**

Trouve la valeur de  $x$  de façon que le périmètre du triangle équilatéral soit le même que celui du rectangle.

Trouve  $x$  pour que le périmètre de la croix soit égal à 15 cm.

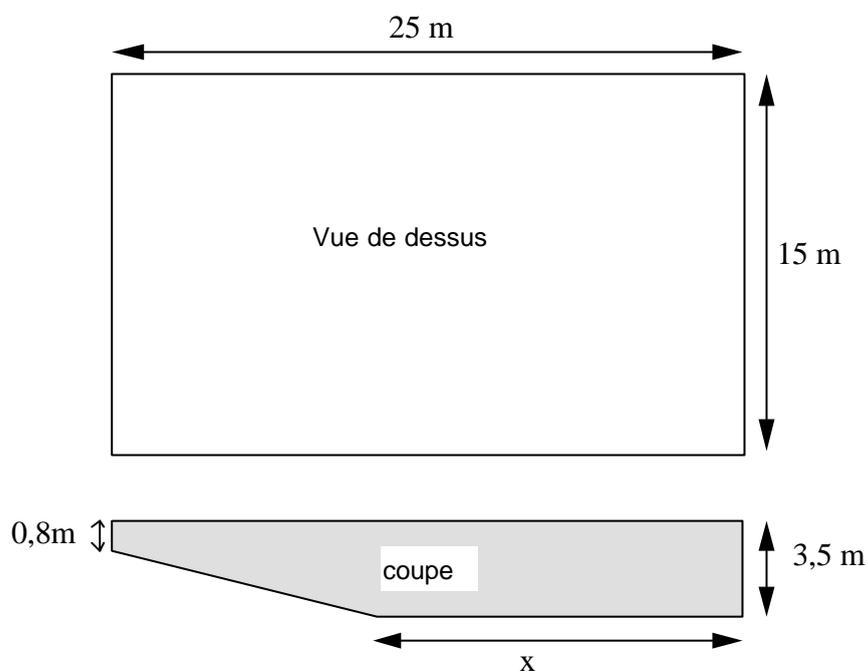
Trouve  $x$  pour que l'aire de la croix soit égale à  $8 \text{ cm}^2$ .



Trouve  $x$  pour que l'aire de ce trapèze soit égale à  $24 \text{ cm}^2$ , puis à  $23 \text{ cm}^2$ .

D'après les cahiers de troisième - IREM de Poitiers - janvier 1985.

## 67. PISCINE



Ceci est la vue de dessus et la coupe d'une piscine. Comme tu peux le voir, la profondeur n'est pas la même partout. La partie horizontale du fond a une longueur  $x$  (en mètres).

Exprime le volume du bassin à l'aide de  $x$ .

Trouve  $x$  pour que la piscine contienne 867 mètres cubes d'eau à ras bord.

## 68. EQUATION

Cette activité est bien adaptée à des élèves de 6ème et 5ème. Elle permet d'observer que les enfants ont une bonne réussite dans des activités où la lettre est un simple «trou» à boucher, entier de surcroît. Et ceci même avant l'introduction des techniques de résolution des équations du premier degré à une inconnue.

La règle du jeu pour construire le dessin doit être expliquée aux enfants au départ. L'activité se déroule ensuite facilement. Le dessin obtenu, une étoile à 5 branches dans un pentagone régulier, permet un aperçu rapide et global des résultats obtenus par chaque enfant.

|                         |             |                               |             |
|-------------------------|-------------|-------------------------------|-------------|
| 1) $56 : n = 7$         | $n = \dots$ | 17) $22 - n = 11$             | $n = \dots$ |
| 2) $2n = 14$            | $n = \dots$ | 18) $48 - 2n = 36$            | $n = \dots$ |
| 3) $n + 8 = 18$         | $n = \dots$ | 19) $108 : n = 12$            | $n = \dots$ |
| 4) $n - 49 = 7$         | $n = \dots$ | 20) $4n - 12 = 8$             | $n = \dots$ |
| 5) $17 \times n = 51$   | $n = \dots$ | 21) $1 \times 1 \times 1 = n$ | $n = \dots$ |
| 6) $3 \times 3 = n$     | $n = \dots$ | 22) $4n = 28$                 | $n = \dots$ |
| 7) $0 \times 58 = n$    | $n = \dots$ | 23) $33 : 33 = n$             | $n = \dots$ |
| 8) $25 : n = 5$         | $n = \dots$ | 24) $3 : 0,03 = n$            | $n = \dots$ |
| 9) $7 \times 8 = n$     | $n = \dots$ | 25) $200 - 2n = 88$           | $n = \dots$ |
| 10) $n \times 1,2 = 12$ | $n = \dots$ | 26) $n + 2 = 12$              | $n = \dots$ |
| 11) $2n + 1 = 19$       | $n = \dots$ | 27) $50 - n = 46$             | $n = \dots$ |
| 12) $32 : 8 = n$        | $n = \dots$ | 28) $n : 2 + 2 = 30$          | $n = \dots$ |
| 13) $3n + 5 = 23$       | $n = \dots$ | 29) $n \times 42 = 0$         | $n = \dots$ |
| 14) $17 - n = 12$       | $n = \dots$ | 30) $n \times 45 = 45$        | $n = \dots$ |
| 15) $3n = 24$           | $n = \dots$ | 31) $2 \times 2 \times 3 = n$ | $n = \dots$ |
| 16) $20 - n = 13$       | $n = \dots$ | 32) $3n - 2 = 16$             | $n = \dots$ |

Sur la page suivante : avec ta règle joins le point de départ (8) au point 7 (c'est la solution de l'équation 2). Puis joins le point 7 au point dont le nom est la solution de l'équation 3... et ainsi de suite.

