

Activité 2 : Propriétés algébriques de la racine carrée

(Extrait du manuel Dimathème 3 ème - Edition Didier - 1999)

A- Racine carrée d'un produit :

1) a) Recopier et compléter sans calculatrice le tableau ci-dessous où a et b sont deux nombres positifs (on donnera les valeurs exactes) :

a	b	\sqrt{a}	\sqrt{b}	ab	\sqrt{ab}	$\sqrt{a} \times \sqrt{b}$
4	9					
		5	11			
		3			12	
		0,5	20			
		1,1				8,8
			0,1			0,08

b) Quelle relation semble-t-il exister entre \sqrt{ab} et $\sqrt{a} \times \sqrt{b}$?

2) Démonstration

On considère deux nombres positifs a et b .

Recopier et compléter : $(\sqrt{a \times b})^2 = \dots$; $(\sqrt{a} \times \sqrt{b})^2 = \dots \times (\sqrt{b})^2 = \dots$

Les nombres a et b étant positifs, que peut-on en déduire pour : \sqrt{ab} et $\sqrt{a} \times \sqrt{b}$? Justifier.

3) Application

a) Etablir la liste des carrés des entiers de 2 à 14 .

b) Voici un exemple de calcul :

$$\sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = \sqrt{25} \times \sqrt{2} = 5\sqrt{2} .$$

En procédant de même, recopier et compléter les égalités suivantes :

$$\sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = \dots \sqrt{5} ; \quad \sqrt{507} = \sqrt{169 \times 3} = 13\sqrt{\dots} ;$$

$$\sqrt{1440} = \dots \sqrt{10} ; \quad \sqrt{99} = \dots \sqrt{\dots} ;$$

$$\sqrt{58320} = 12\sqrt{\dots} = 12 \times 9\sqrt{\dots} = \dots$$

B- Racine carrée d'un quotient :

1) a) Recopier et compléter le tableau ci-dessous où a et b sont deux nombres positifs (on donnera les valeurs exactes) :

a	b	\sqrt{a}	\sqrt{b}	$\frac{a}{b}$	$\sqrt{\frac{a}{b}}$	$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$
81	100					
25	10000					
		13	10			
			8			80
		49			1,4	

b) Quelle relation semble-t-il y avoir entre $\sqrt{\frac{a}{b}}$ et $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$?

2) Démonstration

a est un nombre positif et b est un nombre strictement positif.

Recopier et compléter :

$$\left(\sqrt{\frac{a}{b}}\right)^2 = \dots ; \quad \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2 = \frac{(\sqrt{a})^2}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$$

Les nombres a et b étant positifs (b non nul), que peut-on déduire pour $\sqrt{\frac{a}{b}}$

et $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$?

3) Application

a) Recopier et compléter :

$$\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{\dots}}{\sqrt{\dots}} = \frac{\dots}{\dots} ; \quad \sqrt{\frac{81}{\dots}} = \frac{\dots}{5} ; \quad \sqrt{\frac{7}{121}} = \frac{\sqrt{7}}{\dots} ;$$
$$\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\dots} = \dots ; \quad \sqrt{\frac{\dots}{10}} = \frac{9}{\dots}$$

b) Chasser l'intrus parmi les six nombres suivants :

$$\sqrt{\frac{4}{9}} ; \quad \frac{2}{\sqrt{9}} ; \quad \frac{\sqrt{2}}{3} ; \quad \frac{2}{3} ; \quad \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2} ; \quad \left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2$$