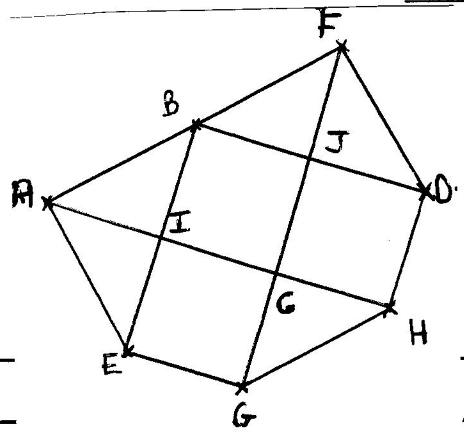
Activités sur les vecteurs et la translation :



Activité ① :

On considère la translation qui transforme A en B.

	A	B	C	D
L'image du point B est le point	E	A	F	B
L'image de la droite (AE) est	(FD)	(BC)	(BE)	(AB)
L'image de la demi-droite [AF) est ...	[CD)	[ED)	[BF)	[BF]
L'image du parallélogramme ABCE est ...	BFDC	AFDE	ECHG	AECB
L'image du milieu I du segment [AC] est le ...	milieu de [AC]	milieu de [BD]	milieu de [CE]	milieu de [AD]
L'image du segment [EC] est le segment ...	[BF]	[CD]	[CE]	[GH]
L'image de l'angle $\widehat{BAE}$ est l'angle	$\widehat{ABE}$	$\widehat{FAE}$	$\widehat{BCE}$	$\widehat{FBC}$
L'image du triangle ECG est le triangle...	CGH	ECI	CDH	ABI
L'image du cercle de centre A et de rayon AB est le cercle...	de centre B et de rayon AB	de centre A et de rayon AF	de centre F et de rayon BF	de centre A et de rayon AB

Activité 2 : **"Notion de vecteur"**

1) Placer deux points A et A', puis deux points B et C non alignés avec A et A'. Construire les points B' et C', images respectives des points B et C par la translation qui transforme A en A'.

2) Quelle est la nature du quadrilatère AA'B'B et AA'C'C ?

3) Que peut-on dire :

a) des droites (AA'), (BB'), (CC') ? On dit qu'elle ont **la même direction**.

b) des longueurs des segments [AA'], [BB'] et [CC'] ?

c) des sens de déplacement de A vers A', de B vers B' et de C et C' ?

4) Placer un point D et construire le point D' tel que :

- (DD') et (AA') ont la même direction,
- le déplacement de D vers D' s'effectue dans le sens de A vers A',
- DD' = AA'.

Par quelle transformation passe-t-on du point D au point D' ?

La donnée de la direction de la droite (AA'), du sens de A vers A' et de la longueur du segment [AA'], définit un nouvel objet mathématique appelé vecteur, que l'on note $\overrightarrow{AA'}$.
La translation qui transforme A en A' est alors appelée translation de vecteur $\overrightarrow{AA'}$.

5) a) Comparer la direction, le sens et la longueur du vecteur $\overrightarrow{BB'}$ à la direction, au sens et à la longueur du vecteur $\overrightarrow{AA'}$.

On dit alors que les vecteurs **$\overrightarrow{AA'}$ et $\overrightarrow{BB'}$ sont égaux**. On a alors $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'}$.

b) Nommer deux autres vecteurs égaux au vecteur $\overrightarrow{AA'}$.

Que peut-on dire des translations de vecteurs $\overrightarrow{AA'}$, $\overrightarrow{BB'}$, $\overrightarrow{CC'}$ et $\overrightarrow{DD'}$?

Les couples de points (A,A'), (B,B'), (C,C'), (D,D') définissent le même vecteur: on écrit $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{DD'}$ et ces quatre vecteurs peuvent se noter avec une seule lettre : $\vec{u}$ par exemple.

<u>Autres activités sur les vecteurs</u> :

<u>Activité 4</u> : “Vecteurs et milieu d’un segment”

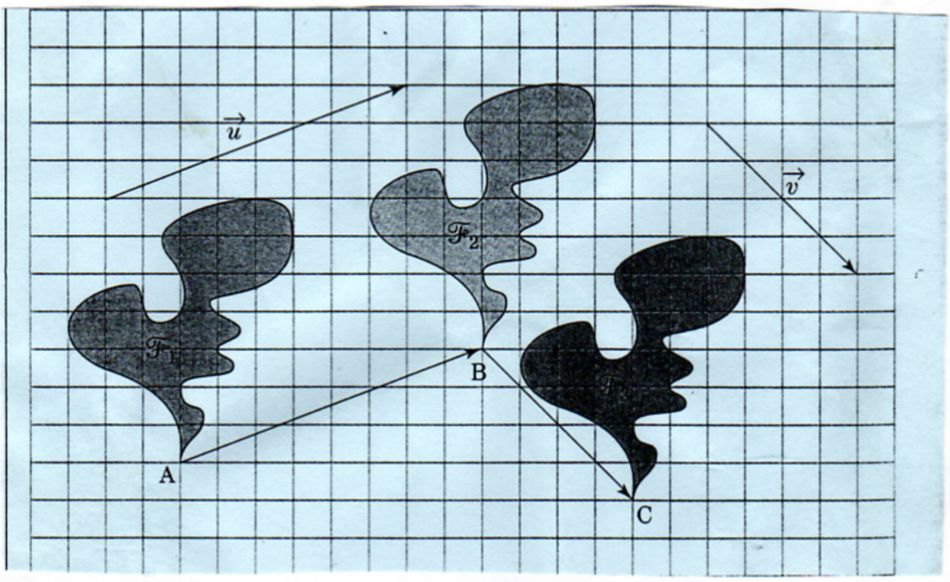
1) Montrer que si M est le milieu d’un segment [AB], alors $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$.

2) On veut démontrer que si $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$ alors M est le milieu du segment [AB].
a) Que peut-on dire des longueurs AM et MB ?
Peut-on en déduire que M est le milieu de [AB] ?
b) Prouver que A, B, M sont alignés , et que M appartient au segment [AB].
c) Conclure.

<u>Activité 5</u> : “Somme de deux vecteurs” (issue du manuel Décimale-éditions Belin- 99)

1) Composée de deux translations

Sur la figure ci-dessous, $\mathcal{F}_2$ est l’image de la figure $\mathcal{F}_1$ par la translation de vecteur $\vec{u}$;
$\mathcal{F}_3$ est l’image de la figure $\mathcal{F}_2$ par la translation de vecteur $\vec{v}$.



En observant cette figure, que peut-on conjecturer de la transformation qui transforme $\mathcal{F}_1$ en $\mathcal{F}_3$?

2) Vecteur somme

Étant donnés deux vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et un point A du plan, on appelle :
- B l’image du point A par la translation de vecteur $\vec{u}$;
- C l’image du point B par la translation de vecteur $\vec{v}$.

a) Faire une figure (on pourra choisir les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ comme sur la figure)
b) Placer un point M et construire :
- le point N, image du point M par la translation de vecteur $\vec{u}$;
- le point P, image du point N par la translation de vecteur $\vec{v}$.

c) Démontrer que $AM = BN$ et que $BN = CP$.

En déduire que $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{CP}$ et que $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{MP}$.

La translation qui transforme A en C, transforme aussi M en P.
Le vecteur de cette translation s'appelle ***la somme des vecteurs*** $\vec{u}$ **et** $\vec{v}$ *;*
on le note $\vec{u} + \vec{v}$.

d) Compléter les égalités :

$$\vec{u} + \vec{v} = \overrightarrow{A.} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{.C}$$

$$\vec{u} + \vec{v} = \overrightarrow{.N} + \overrightarrow{..} = \overrightarrow{MP}$$

3) Vecteur nul

a) Tracer un segment [EF] ; placer un point I et le point J, image de I par la translation de vecteur $\overrightarrow{EF}$.

b) Quelle est l'image de J par la translation de vecteur $\overrightarrow{FE}$?

c) Quelle est la longueur du vecteur $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FE}$?

Le vecteur $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FE}$ *est le* ***vecteur nul*** *; il se note* $\vec{0}$.

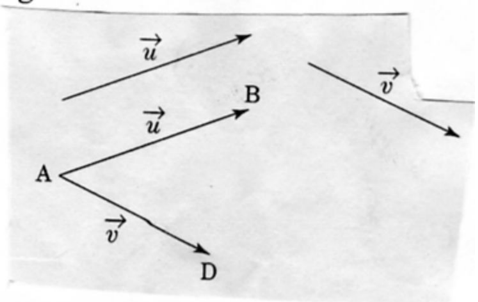
Les vecteurs $\overrightarrow{EF}$ *et* $\overrightarrow{FE}$ *sont des* ***vecteurs opposés*** *: on écrit* $\overrightarrow{FE} = -\overrightarrow{EF}$.

4) Construction du vecteur somme à l'aide du parallélogramme

Étant donnés deux vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ qui n'ont pas la même direction et un point A, on considère les points B et D tels que :

$\overrightarrow{AB} = \vec{u}$;

$\overrightarrow{AD} = \vec{v}$.



a) Faire une figure .
Construire le point C tel que quadrilatère ABCD soit un parallélogramme.

b) Démontrer que $\vec{u} + \vec{v} = \overrightarrow{AC}$.

Si ABCD est un parallélogramme, alors : $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$