∽ Brevet des collèges de septembre 2003 ∾ à juin 2004

Pour un accès direct cliquez sur les liens bleus.

Durée : 2 heures

∽ Brevet des collèges Groupe Est septembre 2003 ∾

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES 12 points

EXERCICE 1

Montrer que les deux expressions numériques A et B ci-dessous sont égales à $\dfrac{1}{2}$. Les calculs devront être détaillés.

$A = \dfrac{2}{3} - \dfrac{5}{3} \times \dfrac{1}{10}$;

$B = \dfrac{4 \times 10^{-10} \times 3 \times 10^{5} \times 10^{-1}}{6 \times \left(10^{-2}\right)^{5} \times 2^{2} \times 10^{4}}$.

EXERCICE 2

On considère l'expression $C = (3x-5)^2 - (3x-5)(2x+3)$.

1. Développer et réduire l'expression C.
2. Factoriser C.
3. Résoudre l'équation : $(3x-5)(x-8) = 0$.

EXERCICE 3

On donne les nombres $a = 1\,950$ et $b = 3\,640$.

1. Calculer le PGCD des deux nombres a et b.
2. En déduire la forme irréductible de la fraction $\dfrac{a}{b}$.

EXERCICE 4

1. Résoudre le système suivant : $\left\{\begin{array}{lcr} 6x+9y & = & 1\,776 \\ x+y & = & 225 \end{array}\right.$
2. Dans un grand parc d'attractions, le prix d'entrée est de 6 euros pour les enfants et de 9 euros pour les adultes.

   On a acheté 225 entrées pour 1 776 euros. Combien d'enfants sont allés au parc d'attractions ?

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES 12 points

EXERCICE 1

1. Dans un repère orthonormé (O ; I, J) d'unité 1 cm, placer les points suivants : A(-4 ; -2) ; B(-1 ; -5) et C(4 ; 0).
2. Montrer que $AC = 2\sqrt{17}$.
3. Calculer les coordonnées du point M, milieu du segment [AC].
4. Montrer que $BM = \sqrt{17}$. En déduire la nature du triangle ABC.

EXERCICE 2

1. Tracer un cercle $\mathcal{C}$ de centre O et de rayon 4 cm. Placer deux points A et B sur ce cercle tels que $\widehat{AOB} = 70$ °. Construire le point C diamétralement opposé au point A sur le cercle $\mathcal{C}$.

2. Démontrer que le triangle ABC est rectangle.
3. Expliquer pourquoi la mesure de l'angle $\widehat{ACB}$ est 35 °.
4. Calculer la longueur AB (donner la valeur arrondie au mm près).
5. Construire le point D, image du point C par la translation de vecteur $\overrightarrow{BA}$.
   Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ? Expliquer pourquoi le point D est aussi sur le cercle $\mathscr{C}$.

PROBLÈME 12 points

Partie I

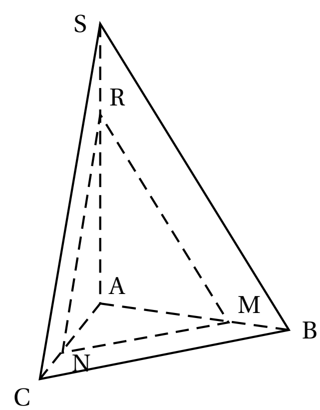
1. Tracer un triangle ABC tel que : AB = 12 cm ; AC = 9 cm et BC = 15 cm.
   On laissera apparents les traits de construction.
2. Démontrer que ABC est un triangle rectangle en A.
3. Montrer que l'aire du triangle ABC est égale à 54 cm^2.
4. Placer M le point du segment [AB] tel que AM = 8 cm et N le point de [AC] tel que AN = 6 cm.
   Démontrer que les droites (MN) et (BC) sont parallèles.
5. Montrer que l'aire du triangle AMN est de 24 cm^2.

Dans la suite du problème, on considère la pyramide SABC *de base le triangle* ABC *précédent et de hauteur* [AS], *tel que* AS = 18 cm.
La figure ci-dessous n'est pas en vraie grandeur.

Partie II

Dans cette partie, on place un point R sur le segment [SA] tel que : AR = $\dfrac{2}{3}$ AS.

1. Prouver que le volume V de la pyramide SABC est égal à 324 cm^3.
2. Calculer la longueur AR.
3. Calculer le volume V′ de la pyramide RAMN.
4. Vérifier que : $\dfrac{V}{V'} = \left(\dfrac{2}{3}\right)^3$.



Partie III

Dans cette partie, on place un point R sur le segment [SA] tel que S$R = x$.

1. Exprimer en fonction de x la longueur AR.
2. Prouver que le volume V″, de la pyramide RAMN peut s'écrire $V'' = 8(18 - x)$.
3. Soit f la fonction affine définie par : $f(x) = 8(18 - x)$.
   a. Calculer $f(0)$ et $f(8)$.
   b. Sur papier millimétré, tracer un repère orthogonal (O ; I, J). On placera l'origine O à gauche et en bas de la feuille. Ou prendra 1 cm pour 1 unité sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 10 unités, sur l'axe des ordonnées.
      Tracer la représentation graphique de la fonction f dans ce repère, pour x compris entre 0 et 18.
   c. Calculer la valeur de x pour laquelle $f(x) = 96$. Effectuer ensuite une vérification graphique.
      (*On fera apparaître sur le graphique les traits de construction permettant la lecture.*)

Brevet - Nord septembre 2003

Activités numériques **12 points**

Exercice 1

Soient $A = \left(\frac{1}{5} - \frac{5}{4}\right) : \frac{7}{5}$, $B = \dfrac{6 \times 10^8 \times 1,6 \times 10^{13}}{0,4 \times 10^{14}}$ et
$C = \sqrt{150} - 2\sqrt{600}$.

1. Calculer A en détaillant les calculs et donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible.
2. Calculer B en utilisant les règles de calcul sur les puissances de dix et donner son écriture scientifique.
3. Écrire C sous la forme $a\sqrt{6}$, a étant un nombre entier relatif.

Exercice 2

On considère l'expression $D = (2x+3)^2 - 36$.

1. Développer et réduire D.
2. Factoriser D.
3. Résoudre l'équation : $(2x+9)(2x-3) = 0$.
4. Calculer la valeur numérique de D pour $x = -4$.

Exercice 3

Résoudre le systéme suivant :

$$\left\{\begin{array}{rcr} 5x-3y & = & 35 \\ x+2y & = & -6 \end{array}\right.$$

Exercice 4

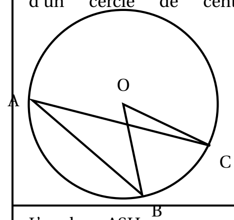
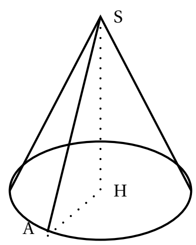
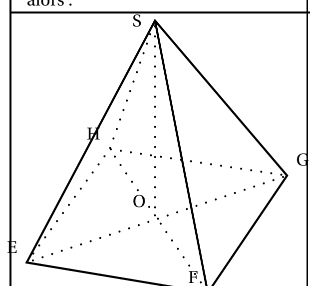
On souhaite représenter la répartition des dépenses mensuelles d'un ménage par un diagramme semi-circulaire.
Sur la feuille **annexe 1** jointe :

1. Complèter le tableau.
2. Représenter cette série statistique en complétant le diagramme semi-circulaire.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

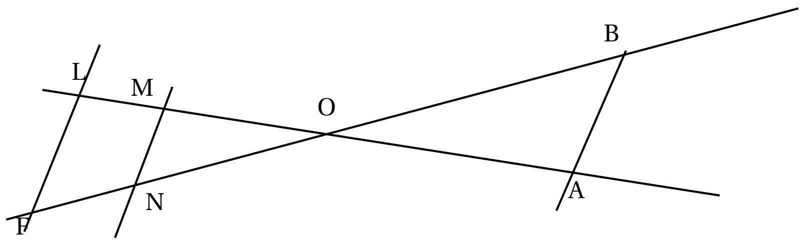
Exercice 1

Pour chaque ligne du tableau suivant, quatre égalités sont proposées mais une seule est correcte. Pour chacune des 5 lignes, indiquer dans le tableau figurant sur la **feuille annexe 1**, la réponse que vous estimez être correcte. Aucune justification n'est demandée.

		Réponse 1	Réponse 2	Réponse 3	Réponse 4
A, B et C sont trois points d'un cercle de centre O. 	A	$\widehat{BOC} = \frac{1}{2}\widehat{BAC}$	$\widehat{BOC} = 2\widehat{BAC}$	$\widehat{BAC} = \widehat{OBC}$	$\widehat{ACO} = \frac{1}{2}\widehat{ABO}$
L'angle ASH mesure 60 ° et le rayon du cône 5 cm. 	B	$AS = \dfrac{5}{\sin 60\,°}$	$AS = 5 \times \sin 60\,°$	$AS = \dfrac{5}{\cos 60\,°}$	$AS = 5 \times \tan 60\,°$
Si ABCD est un parallélogramme, alors :	C	$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA}$	$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD}$	$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB}$	$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$
	D	$SO^2 = SF^2 + FO^2$	$SO^2 = SF^2 - OF^2$	$SF^2 = SO^2 - OF^2$	$SO^2 = OF^2 + SF^2$
SEFGH est une pyramide régulière à base carrée, SO = 5 cm, EF = 6 cm. V est le volume (en cm^3) de cette pyramide.	E	V = 180 cm^3	V= 120 cm^3	V = 60 cm^3	V= 36πcm^3

Exercice 2

On considère la figure ci-dessous. (on ne demande pas de refaire la figure)



L'unité est le centimètre. On sait que OM = 3 ; OA = 5 ;
ON = 4,5 ; AB = 3 et $\widehat{BOA} = 30$ °.
Les droites (MN) et (BA) sont parallèles.

1. Calculer OB et MN.
2. On appelle P le pied de la hauteur issue de A dans le triangle OAB.
   En se plaçant dans le triangle OAP, montrer par un calcul que AP = 2,5.
3. Déterminer, au degré près, la mesure de l'angle $\widehat{PAB}$.
4. On suppose que OE = 4,8 et OF = 7,2.
   Démontrer que les droites (EF) et (MN) sont parallèles.

PROBLÈME **12 points**

L'unité est le centimètre. Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O, I, J).
Dans ce repère, on a placé les points A (4 ; -3) et C(2 ; 8) (voir feuille annexe).

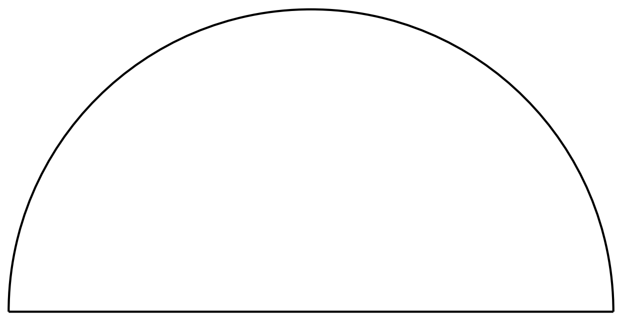
1. Par le calcul, montrer que AC = $\sqrt{125}$.
2. Placer le point B(-2 ; 5).
3. On donne AB = 10 et BC = 5.
   a. Démontrer que le triangle ABC est rectangle.
   b. En déduire la position du point K, centre du cercle ($\mathscr{C}$) circonscrit au triangle ABC puis tracer ($\mathscr{C}$). Justifier.
   c. Calculer les coordonnées du point K et vérifier graphiquement.
4. Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{CB}$.
5. **a.** Placer le point D, image du point A par la translation de vecteur $\overrightarrow{CB}$.
   b. En déduire la nature du quadrilatère ACBD. Justifier la réponse.
6. **a.** Placer le point B$'$ symétrique du point B par rapport à K.
   b. Trouver graphiquement les coordonnées du point B$'$.
7. Quelle est la nature du quadrilatère ABCB$'$? Justifier la réponse.
8. **a.** On note $\mathscr{A}$ l'aire du quadrilatère ABCB$'$ et $\mathscr{A}'$ celle du quadrilatére ACBD.
   En calculant les aires montrer que : $\mathscr{A} = \mathscr{A}'$.
   b. On note $\mathscr{P}$ le périmètre du quadrilatère ABCB$'$ et $\mathscr{P}'$ celui du quadrilatère ACBD.
   Prouver que : $\mathscr{P} < \mathscr{P}'$.

ANNEXE 1 (à rendre avec la copie)

Activités numériques : exercice 4
Tableau à complèter

	Alimentation	Logement	Santé	Loisirs	Transport	Divers	Total
Répartition en pourcentage	20		10	5	15	25	100
Angle en degré							180

Diagramme semi-circulaire à complèter



Activités géomètriques : exercice 1

Questions	A	B	C	D	E
Numéro de la réponse choisie					

Durée : 2 heures

∽ Brevet des collèges Groupe Ouest septembre 2003 ∽

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES — 12 points

EXERCICE 1

1. Calculer le PGCD des nombres 1 356 et 4 972.
   (*Faire apparaître les calculs intermédiaires sur la copie.*)
2. Donner la forme irréductible de la fraction $\dfrac{1356}{4972}$.

EXERCICE 2

On a : $A = \dfrac{1-\dfrac{5}{6}}{1+\dfrac{1}{6}}$; $\quad B = \dfrac{4\times 10^{-12}\times 2,5}{7\times 10^{-11}}$.

Démontrer que A et B sont deux écritures du même nombre $\dfrac{1}{7}$.

EXERCICE 3

On donne l'expression $E=(5x+1)^2-(x-3)(5x+1)$.

1. Développer et réduire l'expression E.
2. Factoriser l'expression E sous forme d'un produit de facteurs du premier degré.
3. Résoudre l'équation : $(5x+1)(x+1)=0$.

EXERCICE 4

Lors d'un travail en classe en octobre 2002, des élèves de troisième ont étudié le nombre d'universités françaises par académie. Ils ont récupéré sur internet le tableau suivant :

Caractère étudié : Nombre d'universités : par académie	0	**1**	2	3	4	5	6	7	8
Effectifs Nombre d'académies	2	**5**	9	1	5	6	1	0	1

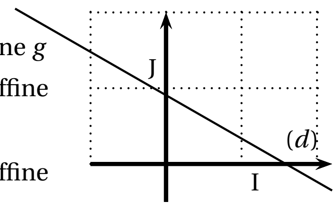
Par exemple, on lit dans la deuxième colonne du tableau (en gras) que cinq académies possèdent une seule université.

1. Quelle est la valeur moyenne du nombre d'universités par académie ?
2. Donner la valeur médiane de la série statistique ci-dessus.

EXERCICE 5

On donne la représentation graphique (d) d'une fonction affine g dans le repère orthonormé (O ; I, J) :

En utilisant le graphique, donner une valeur approchée au dixième près :



1. de l'image du nombre 1 par la fonction affine g.
2. de l'image du nombre $(-0,5)$ par la fonction affine g
3. du nombre qui a pour image 0 par la fonction affine g.
4. du nombre qui a pour image $\dfrac{1}{3}$ par la fonction affine g.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES 12 points

EXERCICE 1

L'unité de longueur est le centimètre.

1. Construire un triangle DOS tel que DS = DO = 6 et $\widehat{\text{ODS}} = 120\,°$.
   Quelle est la nature du triangle DOS ? Justifier.
2. Dans le triangle DOS, tracer la hauteur issue de D. Elle coupe [OS] en H.
   On donne le tableau suivant :

x	$\sin x$	$\cos x$	$\tan x$
30 °	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$
45 °	$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$	$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$	1
60 °	$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	$\dfrac{1}{2}$	$\sqrt{3}$

   a. Calculer la valeur exacte de OH.
   b. En déduire que $\text{OS} = 6\sqrt{3}$.
3. Placer le point M de [DS] tel que SM = 5. Tracer la parallèle à (OS) passant par M ; elle coupe [DO] en N. Calculer la valeur exacte de MN.

EXERCICE 2

Dans le fond d'un vieux tiroir, on a trouvé la bobine en bois ci-dessous (figure B). Elle est constituée de deux troncs de cône identiques et d'une partie cylindrique. Chaque tronc de cône pourrait être obtenu (figure A) en sectionnant, parallèlement à sa base et à 1 cm de hauteur, un grand cône C_1 de base 9 cm^2 et de hauteur 3 cm et en retirant le petit cône C_2.

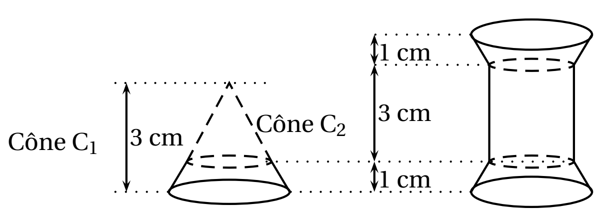


Figure A Figure B

1. Quel est le volume du cône C_1 ?
2. **a.** Quel est le coefficient de réduction qui permet de passer du cône C_1 au cône C_2 ?

b. En déduire l'aire de la base du cône C_2, puis le volume de la partie cylindrique de la bobine.

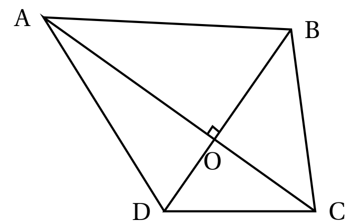
3. Déduire des questions précédentes le volume de la bobine (en donner une valeur arrondie au cm^3 près).

PROBLÈME **12 points**

Partie A

ABCD est un quadrilatère dont les diagonales sont perpendiculaires et se coupent en O.

On a :
AC = 20,4 cm
AO = 12 cm
OB = 5 cm
OD = 3,5 cm.



1. Faire une figure en vraie grandeur.

2. **a.** Démontrer que les droites (AB) et (DC) sont parallèles.

b. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{DAB}$ arrondie au dixième de degré.
En déduire la mesure de l'angle $\widehat{OCD}$.

3. **a.** Calculer l'aire du triangle AOB.

b. Calculer la longueur AB.

c. Tracer la perpendiculaire à (AB) passant par O. Elle coupe [AB] en P et [DC] en N. Des questions **3 a** et **3 b** déduire la valeur exacte de la longueur AB.

4. En utilisant la même démarche que dans la question **3** on trouve : AD = 12,5 cm ; DC = 9,1 cm ; BC = 9,8 cm (valeur arrondie au mm) ; ON = $\dfrac{42}{13}$ cm.

a. Calculer la valeur arrondie au millimètre du périmètre du quadrilatère ABCD.

b. Montrer que l'aire du quadrilatère ABCD est 86,7 cm^2.

Partie B

On fabrique des boîtes cartonnées qui ont la forme d'un prisme droit dont chacune des deux bases est le quadrilatère ABCD étudié dans la partie A.

1. Faire un schéma à main levée qui représente une telle boîte en perspective cavalière et repérer par des couleurs les arêtes parallèles.

2. La hauteur de la boîte est 13 cm.
Calculer l'aire totale du carton utilisé pour fabriquer la boîte.

Brevet - Polynésie septembre 2003

Activités numériques **12 points**

Tous les exercices sont indépendants

Exercice 1

$A = \frac{5}{4} + \frac{11}{4} \times \frac{20}{33}$; $B = \frac{1}{12} \div \left(2 - \frac{7}{3}\right)$.

Calculer A et B en détaillant les calculs.

Donner le résultat sous la forme d'une fraction simplifiée.

Exercice 2

$C = 15 \times \left(10^7\right)^2 \times 3 \times 10^{-9}$.

Calculer C et donner le résultat sous la forme $a \times 10^n$ et avec la notation scientifique.

Exercice 3

$D = 3(5x - 2) + (x + 1)(5x - 2)$

1. Développer et réduire D.
2. Factoriser D.
3. Résoudre l'équation produit $(5x - 2)(x + 4) = 0$.

Exercice 4

1. Déterminer le PGCD des nombres 19 679 et 23 257 par la méthode de votre choix.
2. Écrire la fraction $\frac{19\,679}{23\,257}$ sous la forme irréductible.

Exercice 5

Dans un magasin un magnétoscope coûte 34 000 F et il est soldé au prix de 25 500 F.
Quel est le pourcentage de la réduction par rapport au prix initial.

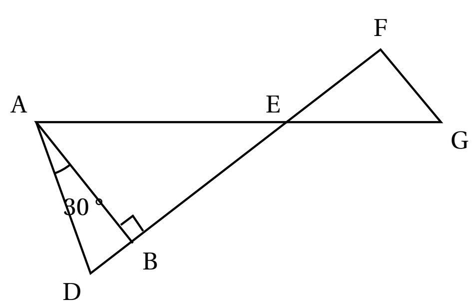
II Activités géométriques **12 points**

Exercice 1

1. Construire un triangle équilatéral EPS de côté 4 cm.
2. Construire le point M, image du point P dans la translation de vecteur $\overrightarrow{ES}$.
3. Quelle est la nature du quadrilatère EPMS ? Justifier.
4.
   a. construire le point N tel que $\overrightarrow{SN} = \overrightarrow{SE} + \overrightarrow{SP}$.

   b. Montrer que le triangle ENP est équilatéral.

Exercice 2



On sait que :
EF = 4 cm ; FG = 3 cm ; EG = 5 cm ; AE = 7 cm ; $\widehat{\text{DAB}} = 30$ ° ; les points A, E et G sont alignés ; les points D, E et F sont alignés ; (AB) est la hauteur issue de A dans le triangle AED.
On considère la figure ci-dessus (les dimensions ne sont pas respectées) :

1. Démontrer que EFG est un triangle rectangle.
2. En déduire que (FG) est parallèle à (AB).
3. Démontrer que EB = 5,6 cm et AB = 4,2 cm.
4. Dans le triangle DAB, montrer par le calcul que DB ≈ 2,4 cm.
5. Calculer l'aire du triangle AED à 1 cm^2 près.

III Problème **12 points**

Partie 1
Un club multi-sports propose à ses utilisateurs de choisir entre les trois formules :
Formule A : 1 500 F par séance.
Formule B : Forfait de 28 000 F par an auquel s'ajoute une participation de 800 F par séance.
Formule C : Forfait de 98 000 F par an quel que soit le nombre de séances.

1. Tania décide de suivre 1 séance par mois pendant toute l'année.
   Willy suivra 1 séance par semaine pendant toute l'année.
   Raitua suivra 2 séances par semaine pendant toute l'année.
   a. Recopier et compléter le tableau suivant. On ne demande aucun détail de calcul.
   On rappelle qu'une année comporte 52 semaines.

	Tania	Willy	Raitua
Nombre de séances pour l'année			
Prix à payer avec la Formule A			
Prix à payer avec la Formule B			
Prix à payer avec la Formule C			

   b. Quelle est la formule la plus avantageuse pour chacun ?
2. On appelle x le nombre de séances suivies par une personne ;
   – soit P_A le prix à payer avec la formule A.
   – soit P_B le prix à payer avec la formule B.
   Exprimer P_A et P_B en fonction de x.
3. Résoudre l'inéquation $1\,500x \leqslant 28000+800x$. Donner une interprétation de la réponse.

Partie 2 : Les tracés de cette partie seront réalisés sur une feuille de papier millimétré.
Celle-ci doit être remise avec la copie.
Tracer un repère orthogonal (O, I, J), O étant placé en bas à gauche. On prendra les unités suivantes :
1 cm pour 10 séances sur l'axe des abscisses
1 cm pour 10 000 F sur l'axe des ordonnées.

1. Tracer dans ce repère les droites :
   D_A d'équation $y = 1\,500x$;
   D_B d'équation $y = 800x + 28\,000$;
   D_C d'équation $y = 98\,000$.

Pour les questions suivantes, on fera apparaître les traits de construction permettant d'y répondre.

Aucun calcul n'est demandé.

2. Wanda a choisi la formule A et elle a payé 90 000 F. Combien a-t-elle suivi de séances ?

3. Déterminer par le calcul le nombre de séances à partir duquel il est plus avantageux de choisir la formule C.

Durée : 2 heures

Brevet des collèges Amérique du Sud novembre 2003

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES 12 points

EXERCICE 1

Soit $A = (3x-1)^2 - (3x-1)(2x+8)$.

1. Développer et réduire A.
2. Factoriser A.
3. Résoudre l'équation : $(3x-1)(x-9) = 0$.

EXERCICE 2

Écrire B et C sous la forme, $a\sqrt{b}$, avec a et b nombres entiers (b étant le plus petit possible).

$\text{B} = 3\sqrt{5} - 2\sqrt{45} + \sqrt{500}$. $\quad$ $\text{C} = \left(\sqrt{3}+4\right)^2 - 19$.

EXERCICE 3

Soit $D = \dfrac{4x+2}{5}$.

1. Calculer D pour $x = \dfrac{3}{4}$. Le nombre $\dfrac{3}{4}$ est-il solution de l'inéquation $\dfrac{4x+2}{5} < 3$?
2. Résoudre l'inéquation $\dfrac{4x+2}{5} < 3$ et représenter les solutions sur une droite graduée.

EXERCICE 4

Le basketteur Michel Jourdan a participé aux 29 matchs joués par son équipe cette saison et il a marqué des points lors de tous ces matchs.

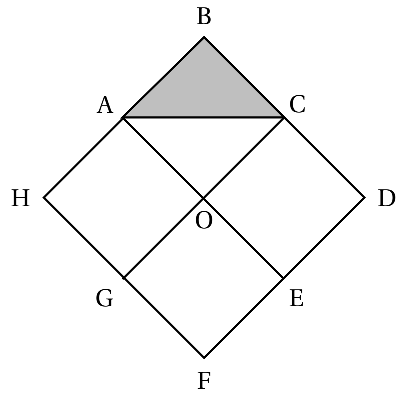
Nombre de points marqués	15	19	20	21	24	25	28	29	32	34	37	42
Nombre de matchs où ce nombre de points a été marqué	2	3	1	4	3	2	6	1	3	1	2	1

1. Calculer la moyenne de points par match réalisée par Michel Jourdan (un donnera un résultat arrondi au dixième de point).
2. Calculer la médiane de cette série statistique.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES 12 points

EXERCICE 1

ABCO, CDEO, EFGO et GHAO sont des carrés représentés ci-après.
BDFH est un carré de centre O.



1. a. Quelle est l'image du triangle ABC par la symétrie orthogonale d'axe (GC) ?
   b. Quelle est l'image du triangle ABC par la rotation de centre O, d'angle 90 °qui amène E en C ?
2. En utilisant des transformations dont on précisera les éléments caractéristiques (centre de symétrie, axe de symétrie, vecteur,...), recopier et compléter les phrases suivantes sans justifier la réponse.
   a. Le triangle OCD est l'image du triangle ABC par ...
   b. Le triangle GFE est l'image du triangle ABC par ...

EXERCICE 2

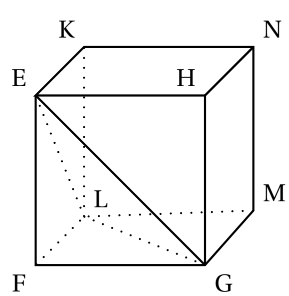
Soit ABC un triangle rectangle en A tel que : AB = 6 cm et $\widehat{ABC} = 35$ °.

1. Faire la figure en vraie grandeur.
2. Calculer AC (on donnera la valeur arrondie au mm).
3. Tracer la hauteur issue de A : elle coupe [BC] en H.
   Calculer AH et en donner une valeur arrondie au mm.

EXERCICE 3

La figure, qui n'est pas en vraie grandeur, est donnée à titre indicatif.
EFGHNMLK est un cube dont une arête mesure 9 cm.

1. Nommer toutes les faces de la pyramide EFGL.
2. Quelle est la nature de la face EFL ? (On justifiera la réponse.)
3. Calculer le volume de la pyramide EFGL.

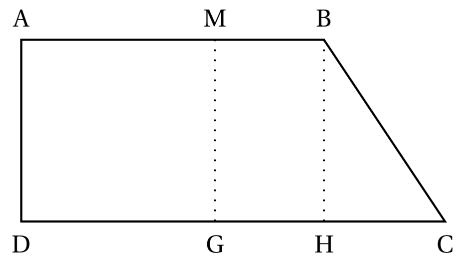


PROBLÈME **12 points**

Partie A

La figure ci-dessous (qui n'et pas à l'échelle) est une vue du jardin de Monsieur Durand.
Il souhaite partager ce jardin en deux parties : une partie pelouse et une partie potager.

ABCD est un trapèze rectangle tel que :
AB = 50 m
AD = 30 m
DC = 70 m



M est un point du segment [AB].
On pose AM = x. (x est une distance exprimée en mètre avec $0 \leqslant x \leqslant 50$.

1. Calculer l'aire du jardin de Monsieur Durand.

2. **a.** Exprimer, en fonction de x, l'aire de AMGD (potager).

b. En déduire que l'aire de BCGM (pelouse), en fonction de x est $1\,800 - 30x$.

3. **a.** Pour quelle valeur de x la pelouse et le potager ont-ils la même aire ?

b. Quelle est alors la forme du potager ?

Partie B

On se propose de représenter graphiquement la situation de la partie A à l'aide de deux fonctions f et g.
f est définie par : $f(x) = 30x$ pour l'aire de AMCD ;
g est définie par : $g(x) = 1800 - 30x$ pour l'aire de BCGM.

1. Recopier et compléter le tableau de valeurs ci-dessous :

x	0	10	20	40	50
$f(x)$					
$g(x)$					

2. Sur une feuille de papier millimétré, construire un repère orthogonal :
- l'origine est placée en bas à gauche ;
- en abscisse : prendre 1 cm pour 5 m ;
- en ordonnée : prendre 1 cm pour 100 m^2.
Représenter les fonctions f et g dans ce repère.

3. Par lecture graphique, mettre en évidence la valeur de x telle que $f(x) = g(x)$ et l'aire correspondante. (On indiquera ces valeurs en couleur ci on les repérera à l'aide de pointillés.)

Partie C

1. La pelouse, d'une aire de 900 m^2, est ensemencée avec un gazon au prix initial de 0,16 euro le m^2.
Le vendeur accorde à Monsieur Durand une remise de 5 %.
Calculer le coût global pour la pelouse après le rabais.

2. Sachant que pour 40 euros, Monsieur Durand aurait 50 plants de salade et 40 pieds de tomate alors que pour 50 euros, Il aurait 25 plants de salade et 60 pieds de tomate, calculer le prix d'un plant de salade et le prix d'un pied de tomate.

∽ Brevet - Nouvelle-Calédonie novembre 2003 ∽

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1

Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b entiers, b le plus petit possible :

$$2\sqrt{28}+5\sqrt{63}-3\sqrt{112}.$$

Exercice 2

Soit l'expression $A = 9x^2 - 49 + (3x+7)(2x+3)$.

1. Développer l'expression A.
2. Factoriser $9x^2 - 49$, puis l'expression A.
3. Résoudre l'équation $(3x+7)(5x-4) = 0$.

Exercice 3

1. Quelles sommes représentent 3,85 % de 150 000 €, de 378 000 €, de 500 000 €, puis de 1 000 000 € ?
2. Quel pourcentage, valeur arrondie au centième près, de 500 000 € représentent 14 553 € ?
3. Quel pourcentage, valeur arrondie au centième près, de 1 000 000 € représentent 14 553 € ?

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

Exercice 1

1. Construire un carré ABCD et le triangle équilatéral ABE, extérieur à ABCD, ayant le côté commun [AB] tel que AB = 4 cm.
   Construire O le centre de gravité de ABE.
2. Construire $A_1B_1C_1D_1$ image de ABCD par la rotation $\mathscr{R}$ de centre O et d'angle 120 °, dans le sens des aiguilles d'une montre.
3. Construire $A_2B_2C_2D_2$ image de $A_1B_1C_1D_1$ par la même rotation.
4. Quelle est la rotation qui transforme ABCD en $A_2B_2C_2D_2$?
5. Quelle est l'image de $A_2B_2C_2D_2$ par la rotation $\mathscr{R}$?

Exercice 2

1. Tracer le triangle REC tel que RE = 7,5 cm ; RC = 10 cm et EC = 12,5 cm.
2. Montrer que le triangle REC est rectangle en R.
3. Calculer, valeurs arrondies au degré près, les angles de ce triangle.

PROBLÈME **12 points**

Dans une classe, on a relevé les notes obtenues par les élèves.

1. Recopier et compléter le tableau ci-dessous :

Notes	6	7	8	9	10	11	12	13
Effectifs cumulés croissants	1	0	4	0	7	3	2	0
Fréquences en %								
Angles du diagramme circulaire								
Notes	14	15	16	17	18	19	20	
Effectifs cumulés croissants	1	3	2	0	0	0	2	
Fréquences en %								
Angles du diagramme circulaire								

2. Combien d'élèves ont eu une note strictement inférieure à 12 ?
3. Quelle est la médiane de ce relevé de notes ?
4. Calculer la moyenne de cette classe pour ce devoir.
5. Quelle note devrait obtenir un 26^{e} élève pour que la moyenne de cette classe soit exactement égale à 12 ?

∽ Brevet des collèges Pondichéry avril 2004 ∾

Durée : 2 heures

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1
On pose :

$$A = -\frac{12}{7} + \frac{2}{7} \div \frac{3}{5} \qquad B = \frac{15 \times \left(10^{-3}\right)^2}{6 \times 10^5 \times 10^3}$$

1. Exprimer A sous forme de fraction irréductible en indiquant toutes les étapes des calculs.
2. Donner l'écriture scientifique de B en indiquant toutes les étapes des calculs.

Exercice 2
On donne l'expression : $C = (x+5)^2 - 7x(x+5)$.

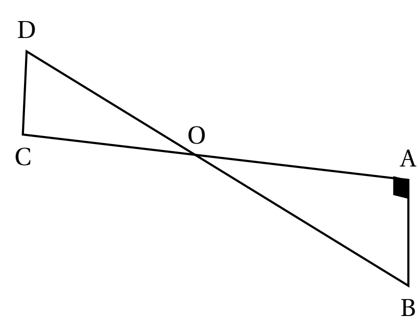
1. Développer, puis réduire C.
2. Factoriser C.
3. Résoudre l'équation $(x+5)(-6x+5) = 0$.

Exercice 3
On considère les nombres suivants :
$D = \sqrt{63} \times 11\sqrt{7} \times 2\sqrt{175}$
$E = \sqrt{63} - 11\sqrt{7} + 2\sqrt{175}$
Écrire les nombres D et E sous la forme $p\sqrt{7}$, où p est un nombre entier.

Exercice 4
Déterminer le plus grand diviseur commun à 4 464 et 5 828 en faisant apparaître la méthode utilisée.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

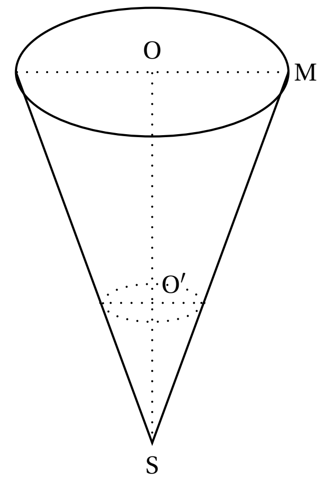
Exercice 1
OAB un triangle rectangle en A.
D appartient à la droite (OB) et C appartient à la droite (OA).
On donne en millimètres :
OC = 28 ; CD = 21 ; OD = 35 ;
OA = 42



1. Montrer que le triangle ODC est rectangle en C.
2. Démontrer que les droites (DC) et (AB) sont parallèles.
3. Calculer les longueurs OB et AB.

(La figure donnée n'est pas en vraie grandeur).

Exercice 2
Un cône a pour rayon de base OM = 3 cm et pour hauteur OS = 14 cm.



1. On appelle V le volume de ce cône en cm^3. Montrer que V = 42π.
2. Dans ce cône, on verse d'abord du chocolat fondu jusqu'au point O′, puis on complète avec de la crème glacée à la pistache jusqu'au point O.

   Le cône formé par le chocolat fondu, de volume V′ en cm^3, est une réduction du cône initial, de volume V en cm^3.

   Sachant que O′S vaut 3,5 cm, par quel calcul simple passe-t-on de OS à O′S ? de V à V′ ?

   En déduire la valeur de V′ en fonction de π.
3. Quel est le pourcentage de chocolat fondu dans ce cône ?

Exercice 3

1. En utilisant le quadrillage fourni (Annexe 1), construire :
   a. La figure F_2 image de la figure F_1 par la symétrie d'axe (AB).
   b. La figure F_3 image de la figure F_1 par la symétrie de centre A.
   c. La figure F_4 image de la figure F_3 par la symétrie de centre B.
2. Quelle est la transformation qui permet de passer de la figure F_1 à la figure F_4 (on précisera les éléments caractéristiques) ?

PROBLÈME **12 points**

Ce problème est accompagné de deux tableaux à compléter sur la feuille « Annexe 2 » fournie à joindre à votre copie.

Première partie

Une association de jeunes dessinateurs décide de publier un livret présentant les ?uvres de chacun de ses membres. Ils ont le choix entre les tarifs de deux imprimeurs :

Tarif A : 2,4 € par exemplaire.

Tarif B : 2,16 € par exemplaire auxquels on ajoute 30 € de frais de livraison.

On appelle x le nombre d'exemplaires imprimés.

1. Compléter le tableau 1 sur la feuille « Annexe 2 ».
2. Écrire, en fonction de x, le prix payé pour le tarif A, puis pour le tarif B.

Deuxième partie

Sur une feuille de papier millimétré, construire un repère orthogonal en plaçant l'origine en bas à gauche.

Prendre
- sur l'axe des abscisses : 1 cm pour 10 exemplaires
- sur l'axe des ordonnées : 1 cm pour 50 euros.

1. Construire dans le repère précédent les représentations graphiques des fonctions suivantes :

   $p_1 \,:\, x \longmapsto 2,4x$

   $p_2 \,:\, x \longmapsto 2,16x + 30$
2. Les deux représentations graphiques se coupent en un point M. Calculer les coordonnées de M.
3. Déduire des questions 1. et 2. la condition pour laquelle le tarif B est le plus intéressant.

Troisième partie

Finalement, l'association a imprimé et vendu 240 exemplaires du livret de trois façons différentes :

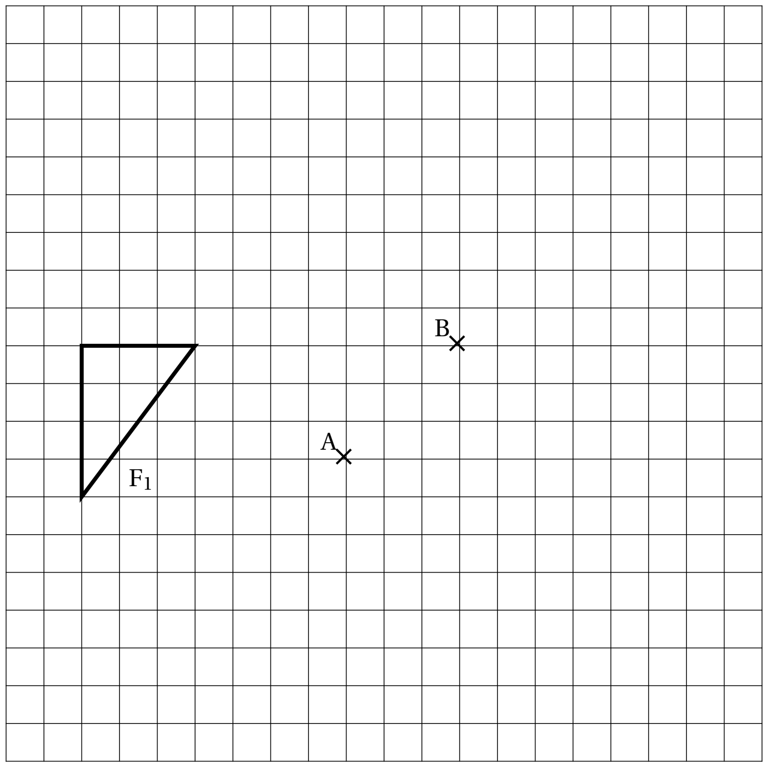
– par l'intermédiaire du site internet de l'association ;
– par l'intermédiaire d'un libraire ;
– par l'intermédiaire des membres de l'association.

1. Sachant que :
   – le site internet de l'association a permis de vendre 30 % du total des livres imprimés,
   – le libraire a vendu 60 exemplaires,
   – le reste a été vendu par les membres de l'association,

   compléter le tableau 2 sur la feuille « Annexe 2 ».

2. Représenter sur la feuille « Annexe 2 » la répartition des ventes du livret par un diagramme circulaire.

Annexe 1 (à rendre avec la copie)



Annexe 2 (à rendre avec la copie)

Tableau 1

Nombre d'exemplaires imprimés	50		
Prix selon le tarif A en euros			540
Prix selon le tarif B en euros		354	

Tableau 2

Intermédiaire	libraire	site internet	membres de l'association	Total
Nombre d'exemplaires vendus	60			240
Pourcentage du total		30		100

Diagramme circulaire (Troisième partie du problème - question 2)

∽ Diplôme national du brevet juin 2004 ∽
Amérique du Nord

Calculatrice autorisée | 2 heures

Il sera tenu compte de la qualité de la rédaction et de la présentation (4 points)

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1

1. On considère le nombre :
$$\mathrm{A} = \frac{1}{7} + \frac{6}{7} \div \frac{12}{35}$$
Calculer A en détaillant les étapes du calcul et écrire le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.
2. On considère les nombres :
$$\mathrm{B} = (\sqrt{17} - 1)(\sqrt{17} + 1) \qquad C = (3 - \sqrt{7})^2 \qquad \mathrm{D} = \mathrm{B} - \mathrm{C}$$
   a. Développer et réduire B et C.
   b. Écrire D sous la forme $a\sqrt{7}$, où a désigne un nombre entier.

Exercice 2

On considère les expressions :
$$E = (4x+5)(x-2) - x(x+4) \qquad F = (3x-10)(x+1)$$

1. En développant et réduisant E et F, vérifier que $E = F$.
2. En déduire les solutions de l'équation $E = 0$.

Exercice 3

Deux amis ont fait des courses le même jour et à la même boulangerie.
L'un a payé 5,85 euros pour l'achat de 5 pains au chocolat et 3 croissants.
L'autre a payé 3,65 euros pour l'achat de 3 pains au chocolat et 2 croissants.

1. Écrire un système d'équations traduisant ces données.
2. En déduire le prix d'un pain au chocolat et celui d'un croissant.

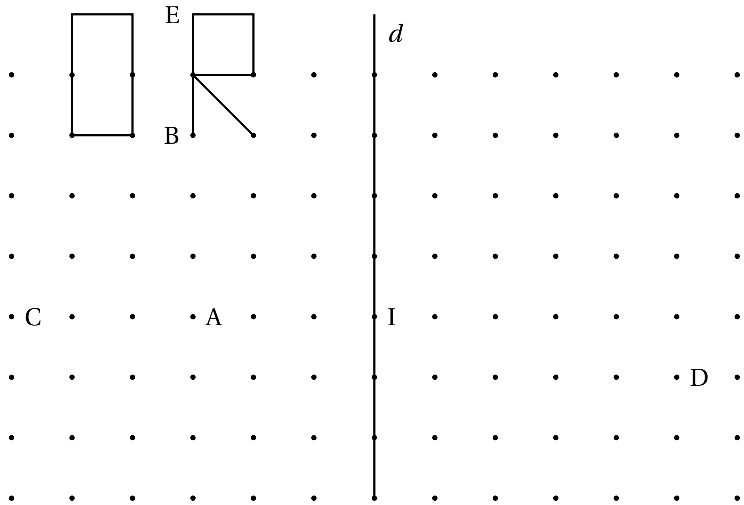
Exercice 4

Un fleuriste dispose de 126 iris et 210 roses.
Il veut, en utilisant toutes ses fleurs, réaliser des bouquets contenant tous le même nombre d'iris et le même nombre de roses.
Justifier toutes les réponses aux questions ci-dessous.

1. Le fleuriste peut-il réaliser 15 bouquets ?
2. Peut-il réaliser 14 bouquets ?
3. a. Quel nombre maximal de bouquets peut-il réaliser ?
   b. Donner la composition de chacun d'eux.

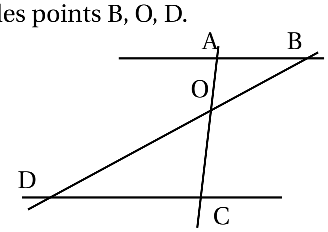
ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

Exercice 1



Sur la figure ci-dessous, en commençant dans chaque cas par l'image du segment [BE], tracer :
– en bleu, l'image du mot « OR » par la symétrie d'axe (d) ;
– en rouge, l'image du mot « OR » par la symétrie de centre I ;
– en noir, l'image du mot « OR » par la translation qui transforme B en D ;
– en vert, l'image du mot « OR » par la rotation de centre A qui transforme B en C.
On évitera les tracés inutiles.

Exercice 2
La figure ci-dessous n'est pas réalisée en vraie grandeur.
Les points A, O, C sont alignés ainsi que les points B, O, D.



On suppose que :
OA= 3 cm ;
AB = 4 cm ;
OC = 7,5 cm ;
(AB) // (CD) ;
$\widehat{DOC} = 65°$.

1. Calculer CD.
2. La perpendiculaire à (BD) passant par C coupe (BD) en H. Calculer OH (arrondir au centième de cm).

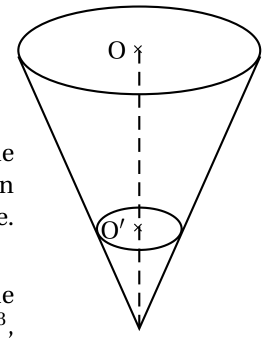
Exercice 3
La plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J).
L'unité de longueur est le centimètre

1. **a.** Placer le point A(5 ; 3).
   b. Par lecture graphique, donner les coordonnées de $\overrightarrow{IA}$.
   c. En déduire la distance IA.
2. On considère le point B$(-1\ ;\ \sqrt{21})$.
   a. Prouver que A et B sont sur le cercle de centre I et de rayon 5.
   b. Tracer ce cercle et placer le point B.
3. **a.** Placer le point C, symétrique de A par rapport à I.
   b. Prouver que le triangle ABC est rectangle en B.

PROBLÈME **12 points**

Partie A

On a représenté ci-contre un cône C_1 qui a pour base un disque de centre O et de rayon 7 cm, pour sommet le point S et pour hauteur 14 cm.



1. Prouver que la valeur exacte, en cm^3, du volume $\mathcal{V}_1$ du cône C_1 est $\dfrac{686\pi}{3}$.
Rappel :

$$\text{Volume d'un cône} = \frac{\text{aire de sa base} \times \text{sa hauteur}}{3}$$

2. O′ est le point de [OS] tel que OO′ = 8 cm. On a coupé le cône C_1 par un plan parallèle à sa base et passant par O′. La section obtenue est un disque de centre O′, réduction du disque de base.
Prouver que le rayon de ce disque est 3 cm.

3. On appelle C_2 le cône de sommet S qui a pour base le disque de centre O′ et de rayon 3 cm. Prouver que la valeur exacte, en cm^3, du volume $\mathcal{V}_2$ du cône C_2 est 18π.

4. En enlevant le cône C_2 du cône C_1, on obtient un tronc de cône de hauteur 8 cm.
Calculer la valeur exacte de son volume en cm^3.

Partie B

1. Un premier récipient a la forme du tronc de cône décrit ci-dessus et repose sur sa base de rayon 3 cm.
On désigne par x la hauteur, en cm, du liquide qu'il contient ; on admet que le volume $\mathcal{V}(x)$ de ce liquide, en cm^3, est $18\pi\left[\left(1+\dfrac{x}{6}\right)^3-1\right]$.
On a représenté graphiquement, ci-après, ce volume en fonction de la hauteur x (sur l'axe des ordonnées, 1 cm représente 50 cm^3).

a. Par lecture graphique, donner une valeur approchée de $\mathcal{V}(6)$.

b. Prouver que $\mathcal{V}(6) = 18\pi \times 7$, puis trouver la valeur de $\mathcal{V}(6)$ arrondie au cm^3.

2. Un deuxième récipient a la forme d'un cylindre de hauteur 8 cm ; ses bases ont pour rayon 5 cm.

a. Calculer la valeur exacte de son volume, en cm^3.

b. En appelant x la hauteur, en cm, du liquide qu'il contient, prouver que le volume de ce liquide, en cm^3, est $25\pi x$.

c. Soit f la fonction linéaire : $x \longmapsto 25\pi x$.
Représenter graphiquement la fonction f dans le repère ci-dessus pour $0 \leqslant x \leqslant 8$.
Rappel : sur l'axe des ordonnées, 1 carreau représente 50 cm^3.

3. Les deux représentations graphiques se coupent en un point M.

a. Son abscisse x_M est comprise entre deux nombres entiers consécutifs : donner ces deux nombres par lecture graphique.

b. Son ordonnée y_M est comprise entre deux multiples de 50 consécutifs : donner ces deux nombres par lecture graphique.

4. On suppose maintenant que les deux récipients contiennent la même hauteur x de liquide.
Pour quelles valeurs de x le tronc de cône contient-il plus de liquide que le cylindre ?

∽ Diplôme national du brevet juin 2004 ∽
Groupe Est

Calculatrice autorisée 2 heures

Il sera tenu compte de la qualité de la rédaction et de la présentation (4 points)

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1

Soient les expressions

A= $\frac{9}{5} - \frac{2}{5} \times \frac{11}{4}$ et B $= 5\sqrt{3} - 4\sqrt{27} + \sqrt{75}$.

1. Calculer A en détaillant les étapes du calcul et écrire le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.
2. Calculer et écrire B sous la forme $a \cdot \sqrt{b}$, où a et b sont des entiers relatifs, b étant un nombre positif le plus petit possible.

Exercice 2

On considère l'expression $C = (2x-1)^2 + (2x-1)(x+5)$.

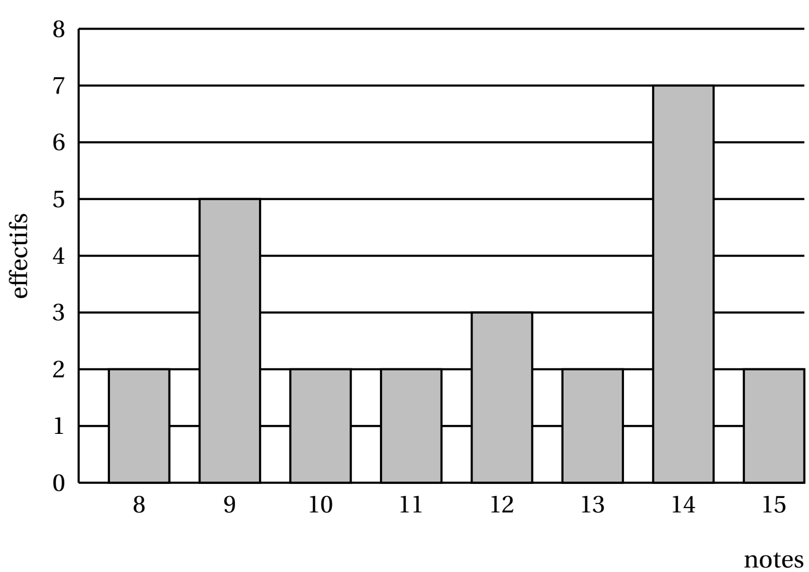
1. Développer et réduire l'expression C.
2. Factoriser l'expression C.
3. Résoudre l'équation $(2x-1)(3x+4) = 0$.

Exercice 3

1. Les nombres 682 et 352 sont-ils premiers entre eux ? Justifier.
2. Calculer le plus grand diviseur commun (PGCD) de 682 et 352.
3. Rendre irréductible la fraction $\frac{682}{352}$ en indiquant clairement la méthode utilisée.

Exercice 4

Le diagramme en barres ci-dessous donne la répartition des notes obtenues à un contrôle de mathématiques par les élèves d'une classe de 3^{e}.

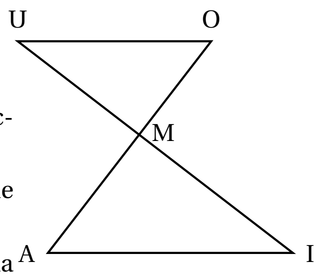


1. Combien d'élèves y a-t-il dans cette classe ?
2. Quelle est la note moyenne de la classe à ce contrôle ?
3. Quelle est la note médiane ?
4. Quelle est l'étendue de cette série de notes ?

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

Exercice 1

Les segments [CA] et [UI] se coupent en M.
On a : MO = 21, MA = 27, MU = 28, MI = 36, AI = 45 (l'unité de longueur étant le millimètre).



1. Prouver que les droites (OU) et (AI) sont parallèles.
2. Calculer la longueur OU.
3. Prouver que le triangle AMI est un triangle rectangle.
4. Déterminer, à un degré près, la mesure de l'angle $\widehat{AIM}$.
5. Montrer que les angles $\widehat{MAI}$ et $\widehat{MOU}$ ont la même mesure.

Exercice 2

Sur la figure annexe que vous devrez rendre avec la copie, on considère la figure $\mathscr{F}$.

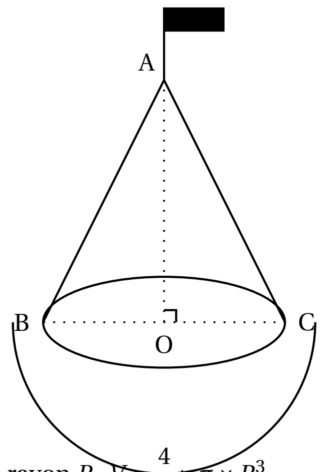
1. Construire
   a. la figure $\mathscr{F}_1$, image de la figure $\mathscr{F}$ par la symétrie centrale de centre B (nommer E l'image de A).
   b. la figure $\mathscr{F}_2$, image de la figure $\mathscr{F}_1$ par la symétrie centrale de centre C (nommer T l'image de E). On hachurera, sur le dessin, les figures $\mathscr{F}_1$ et $\mathscr{F}_2$ ainsi obtenues.
2. Quelle transformation permet de passer directement de la figure $\mathscr{F}$ à $\mathscr{F}_2$?

Exercice 3

La balise ci-contre est formée d'une demi-boule surmontée d'un cône de révolution de sommet A.

Le segment [BC] est un diamètre de la base du cône et le point O est le centre de cette base.

On donne AO = BC = 6 dm.



1. Montrer que : AB = $3\sqrt{5}$ dm.
2. Dans cette question, on se propose de calculer des volumes.
   - **a.** Calculer en fonction de π le volume du cône (on donnera la valeur exacte de ce volume)
   - **b.** Calculer en fonction de π le volume de la demi-boule (on donnera la valeur exacte de ce volume).
   - **c.** Calculer la valeur exacte du volume de la balise, puis en donner la valeur arrondie à 0,1 dm^3 près.

On rappelle que si V est le volume d'une boule de rayon R, $V = \dfrac{4}{3} \times \pi \times R^3$.

On rappelle que si V est le volume d'un cône de hauteur h et de rayon r, $V = \dfrac{\pi \times r^2 \times h}{3}$.

PROBLÈME **12 points**

On considère un triangle ABC rectangle en A tel que
AB = 6 cm et AC = 4 cm.

Partie 1

1. Construire ce triangle.
2. Placer le point M sur le segment [AB] tel que BM = 3,5 cm et tracer la droite passant par le point M et perpendiculaire à la droite (AB) ; elle coupe le segment [BC] en E.
   - **a.** Calculer AM
   - **b.** Démontrer que les droites (AC) et (ME) sont parallèles.
   - **c.** Calculer EM (on donnera le résultat sous la forme d'une fraction irréductible).
   - **d.** Le triangle AEM est-il un triangle isocèle en M ?

Partie 2

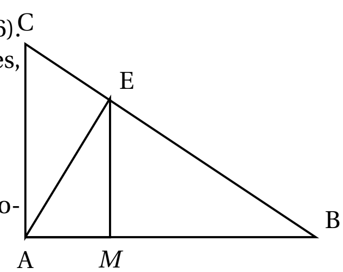
On souhaite placer le point M sur le segment [AB] de façon à ce que le triangle AEM soit isocèle en M comme sur la figure ci-dessous que l'on ne demande pas de refaire. On rappelle que : AB = 6 cm et AC = 4 cm. Les droites (ME) et (AB) sont perpendiculaires.

1. On pose BM = x (on a donc : $0 \leqslant x \leqslant 6$).
Démontrer, en utilisant la propriété de Thalès, que ME = $\dfrac{2}{3}x$.

2. Première résolution du problème posé.

a. Montrer que MA = $6 - x$.

b. Calculer x pour que le triangle AME soit isocèle en M.



3. Soit un repère orthogonal avec pour unités 2 cm sur l'axe des abscisses et 1 cm sur l'axe des ordonnées.

a. Représenter, dans ce repère, les fonctions f et g définies par :

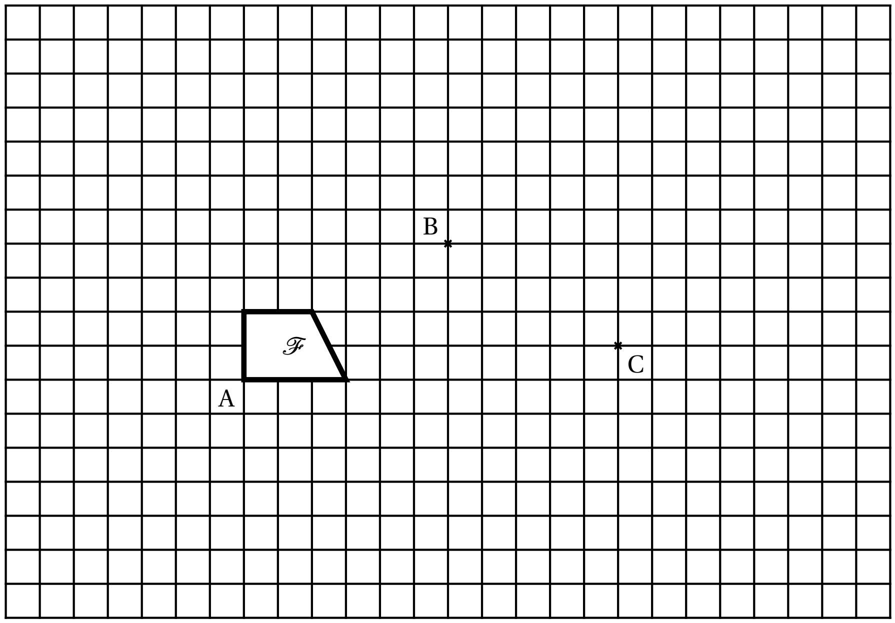
$$f(x) = \frac{2}{3}x \qquad \text{et} \qquad g(x) = 6 - x, \qquad \text{pour} \qquad 0 \leqslant x \leqslant 6.$$

b. En utilisant ce graphique, retrouver le résultat de la question **2 b**.

Feuille annexe à rendre avec la copie

Activités géométriques

Exercice 2



Diplôme national du brevet juin 2004 Bordeaux

Calculatrice autorisée 2 heures

Il sera tenu compte de la qualité de la rédaction et de la présentation (4 points)

I ACTIVITÉS NUMÉRIQUES 12 points

Exercice 1

Calculer les expressions suivantes. On donnera le résultat sous la forme d'un nombre entier.
Les calculs intermédiaires figureront sur la copie.

$A = \dfrac{96 \times 10^{-4} \times 5 \times 10^{-2}}{3 \times 10^{-1} \times 2 \times 10^{-6}}$

$B = 11 : \left(\dfrac{2}{3} - \dfrac{5}{2}\right)$

$C = \left(2\sqrt{3} - 3\right)\left(2\sqrt{3} + 3\right)$.

Exercice 2

On considère l'expression $D = (x-2)^2 - 2(x-2)$.

1. Factoriser D.
2. Résoudre l'équation $(x-2)(x-4) = 0$.
3. Développer et réduire D.
4. Calculer D pour $x = 1$.

Exercice 3

1. Résoudre le système suivant : $\left\{\begin{array}{rcl} 5x+2y & = & 12 \\ x+2y & = & 8 \end{array}\right.$
2. Montrer que le couple (1 ; 3,5) est solution du système suivant :

$$\left\{\begin{array}{rcl} 10x+4y & = & 24 \\ 3x+6y & = & 24 \end{array}\right.$$

3. Un artisan fabrique des perles noires et des perles dorées. Un sac contenant 10 perles noires et 4 perles dorées est vendu 24 euros. Un sac contenant 3 perles noires et 6 perles dorées est vendu également 24 euros. Combien serait vendu un sac contenant 4 perles noires et 3 perles dorées ?

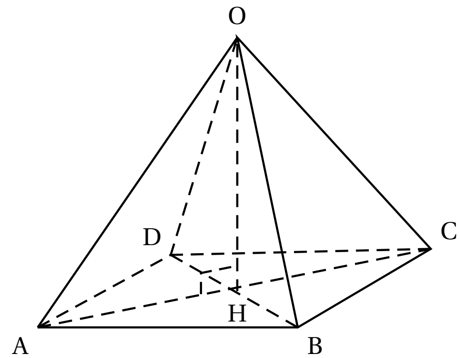
II ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES 12 points

Exercice 1

1. Construire le triangle EFG tel que EF = 12 cm, EG = 5 cm et FG = 13 cm.
2. Prouver que le triangle EFG est rectangle en E.
3. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{\mathrm{F}}$. Le résultat sera arrondi au degré près.
4. Placer le point B sur le segment [EF] tel que EB = 7 cm.
   Tracer la droite passant par B et parallèle au côté [FG]. Elle coupe le côté [EG] en M.
5. Calculer la valeur exacte de BM, puis en donner l'arrondi au mm près.

Exercice 2

On considère la pyramide régulière OABCD. La base ABCD est un carré. H est le point d'intersection des diagonales [BD] et [AC]. On sait que la hauteur [OH] mesure 4 cm.



1. Sachant que le volume de la pyramide est égal à 24 cm^3, montrer que l'aire de la base est égale à 18 cm^2.
2. En déduire que le côté [AB] du carré ABCD mesure $3\sqrt{2}$ cm.
3. Calculer la longueur de la diagonale [AC] du carré ABCD.
4. Calculer l'aire du triangle AOC.

Exercice 3

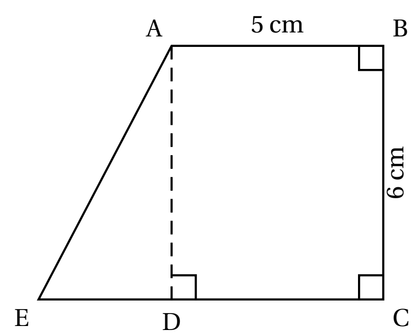
On considère un repère orthonormé (O, I, J). L'unité choisie est le centimètre.

1. Placer les points A(2 ; 2), B(-4 ; 5) et C(-4 ; -2).
2. **a.** Montrer que AC est égale à $\sqrt{52}$ cm.
   b. Calculer BC.
   c. Le triangle ABC est-il isocèle en C ? Justifier.
3. **a.** Construire le milieu K du segment [AB].
   b. La droite (CK) est-elle la médiatrice du segment [AB] ? Justifier.

III PROBLÈME **12 points**

On considère un trapèze ABCE rectangle en B et C. On donne AB = 5 cm et BC = 6 cm. La figure ci-dessous n'est pas réalisée en vraie grandeur.

Le point D se trouve sur le segment [EC] de telle sorte que ABCD soit un rectangle.



Partie A

Dans cette partie, ED = 3 cm.

1. Faire une figure aux dimensions exactes.
2. Calculer l'aire du rectangle ABCD.
3. Calculer l'aire du triangle rectangle ADE.

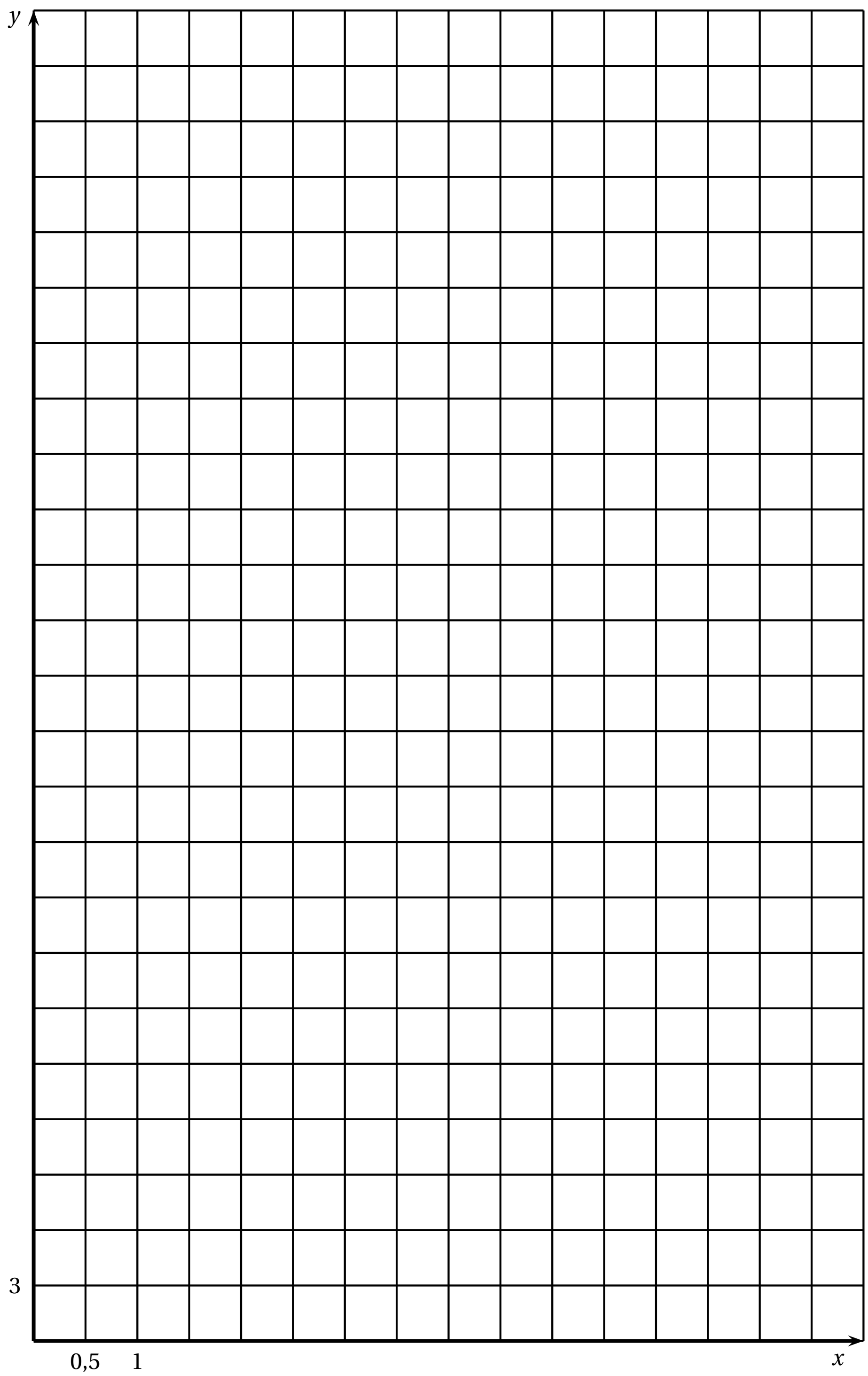
4. Montrer que l'aire du trapèze ABCE est égale à 39 cm^2.

Partie B

Dans cette partie, on ne connaît pas la longueur ED. On note ED = x (en cm). On rappelle que AB = 5 cm et BC = 6 cm.

1. Montrer que l'aire du trapèze ABCE, en cm^2, peut s'écrire $3x + 30$.
2. Sur le repère en annexe, représenter la fonction affine $x \longmapsto 3x + 30$.
3. Par lecture graphique, trouver la valeur de x pour laquelle l'aire du trapèze ABCE est égale à 36 cm^2. Faire apparaître les traits justificatifs en pointillés sur le graphique.
4. Retrouver ce résultat en résolvant une équation.

Annexe au problème, à rendre avec la copie



Durée : 2 heures

Brevet des collèges Groupe Nord juin 2004

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES 12 points

EXERCICE 1

1. Calculer A et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

$$\mathrm{A} = \frac{2}{3} - \frac{7}{3} \times \frac{8}{21}.$$

2. Écrire B sous la forme $a\sqrt{2}$, où a est un nombre entier :

$$\mathrm{B} = \sqrt{50} - 2\sqrt{18}.$$

EXERCICE 2

On donne l'expression $A = (2x+3)^2 + (2x+3)(5x-7)$.

1. Développer et réduire l'expression A.
2. Factoriser l'expression A.
3. Résoudre l'équation $(2x+3)(7x-4) = 0$.

EXERCICE 3

1. Résoudre le système suivant :

$$\left\{\begin{array}{lcr} x+2y & = & 76 \\ 4x+y & = & 115 \end{array}\right.$$

2. Le responsable du CDI d'un collège voudrait renouveler le stock d'atlas et de dictionnaires.
   Au 1er trimestre, il commande 1 atlas et 2 dictionnaires. La facture est de 76 €.
   Au 2e trimestre, les prix n'ont pas changé, il commande 4 atlas et 1 dictionnaire. La facture est de 115 €.
   Quel est le prix d'un atlas ? Quel est le prix d'un dictionnaire ?

EXERCICE 4

Après un contrôle, les notes de 25 élèves ont été regroupées dans le tableau ci-dessous :

Notes n	$0 \leqslant n < 4$	$4 \leqslant n < 8$	$8 \leqslant n < 12$	$12 \leqslant n < 16$	$16 \leqslant n < 20$
Nombre d'élèves	1	6	7		3

1. Compléter le tableau en indiquant le nombre d'élèves ayant obtenu une note comprise entre 12 et 16 (16 exclu).
2. Combien d'élèves ont obtenu moins de 12 ?
3. Combien d'élèves ont obtenu au moins 8 ?
4. Quel est le pourcentage des élèves qui ont obtenu une note comprise entre 8 et 12 (12 exclu) ?

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

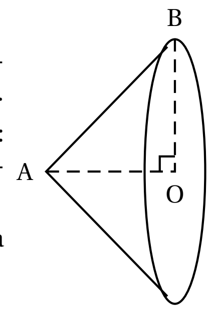
EXERCICE 1

1. Tracer sur la copie un segment [EF] de longueur 7 cm et de milieu O.
   Tracer le cercle de diamètre [EF] puis placer un point G sur le cercle tel que $\widehat{FEG} = 26\,°$.
2. Démontrer que le triangle EFG est rectangle en G.
3. Calculer une valeur approchée de la longueur FG, arrondie au millimètre.
4. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{GOF}$ (justifier votre réponse).

EXERCICE 2

On considère un cône de révolution semblable à celui représenté ci-contre avec AO = 2 cm et BO = 3 cm.

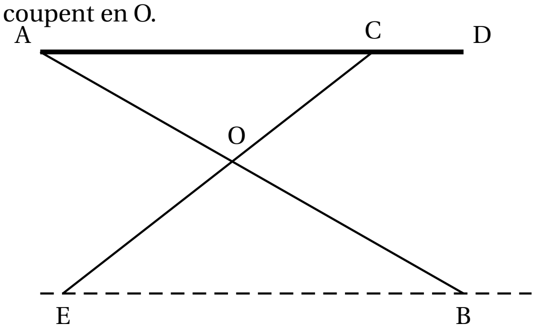
1. Calculer la longueur de la génératrice [AB] : donner en cm la valeur exacte puis la valeur arrondie au dixième.
2. Calculer le volume du cône : donner en cm^3 la valeur exacte puis la valeur arrondie à l'unité.



EXERCICE 3

La figure ci-dessous donne le schéma d'une table à repasser.
Le segment [AD] représente la planche.
Les segments [AB] et [EC] représentent les pieds.
Les droites (AB) et (EC) se coupent en O.

On donne :
AD = 125 cm
AC = 100 cm
OA = 60 cm
OB = 72 cm
OE = 60 cm
OC = 50 cm



1. Montrer que la droite (AC) est parallèle à la droite (EB).
2. Calculer l'écartement EB en cm.

PROBLÈME **12 points**

Dans un repère orthonormal (O ; I, J), on considère les points A(−4 ; 3), B(3 ; 2) et C(1 ; −2). L'unité graphique est le centimètre.

Partie A

1. Placer les points A, B et C dans le repère (O ; I, J) joint.
2. **a.** Calculer la longueur AB.
   b. On admet que le calcul donne AC = $\sqrt{50}$ et BC = $\sqrt{20}$. Que peut-on en déduire pour le triangle ABC ?
3. Soit H le milieu du segment [BC]. Vérifier par le calcul que H a pour coordonnées (2 ; 0).
4. Pourquoi le segment [AH] est-il une hauteur du triangle ABC ?

5. **a.** Prouver que AH = $3\sqrt{5}$.

   b. Calculer l'aire du triangle ABC.

Partie B

1. Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AC}$.
2. Le point D est l'image du point B par la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$.

   a. Placer le point D.

   b. Montrer par le calcul que D a pour coordonnées $(8\ ;\ -3)$.
3. Quelle est la nature du quadrilatère ACDB ? Justifier.

∽ Brevet - Polynésie juin 2004 ∾

Activités numériques **12 points**

Tous les exercices sont indépendants

Exercice 1

Le détail des calculs devra apparaître sur la copie.

1. Calculer A en donnant le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$$A = \frac{1}{3} + \frac{5}{4} \times \frac{7}{3}.$$

2. Calculer le nombre C en donnant le résultat sous la forme scientifique.

$$C = \frac{10^{-8} \times 42 \times 10^{12}}{7 \times 10^{5}}.$$

3. Écrire le nombre D sous la forme $a\sqrt{5}$ où a est un nombre entier.

$$D = 3\sqrt{20} - \sqrt{45}.$$

Exercice 2

1. Calculer le PGCD des nombres 1 470 et 2 310.
2. Rendre irréductible la fraction $\frac{1\,470}{2\,310}$.

Exercice 3

On considère l'expression $E = (2x+3)^2 + (x-1)(2x+3)$.

1. Développer cette expression E.
2. Calculer cette expression E pour $x = -2$.
3. Factoriser cette expression E.
4. Résoudre l'équation : $(2x+3)(3x+2) = 0$.

Exercice 4

1. Résoudre le système ci-dessous :

$$\left\{\begin{array}{lcr} x + y & = & 800 \\ 3x + 5y & = & 2\,920 \end{array}\right.$$

2. Un jeune homme va déjeuner au fast-food. Il prend un hamburger, une boisson gazeuse et doit payer 800 F. À la table voisine, pour une consommation de 3 hamburgers et de 5 boissons gazeuses, le montant de la facture s'élève à 2 920 F.

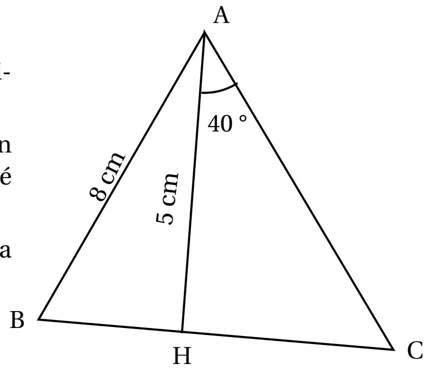
   Déterminer le prix d'une boisson gazeuse ainsi que le prix d'un hamburger.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

Exercice 1

[AH] est la hauteur issue du sommet A d'un triangle ABC.

1. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{\text{BAH}}$. On donnera une valeur arrondie au degré près.
2. Calculer la longueur HC. On donnera une valeur arrondie au millimètre.

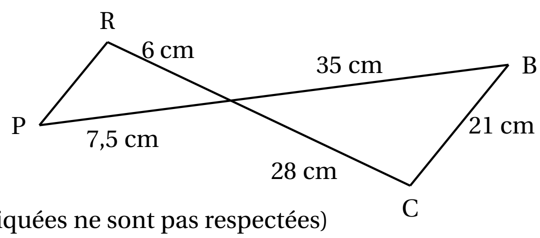


(Sur ce dessin les dimensions indiquées ne sont pas respectées)

Exercice 2

Deux droites (PB) et (RC) sont sécantes en un point A.

1. Démontrer que les droites (PR) et (BC) sont parallèles.
2. Calculer la longueur RP.



(Sur ce dessin les dimensions indiquées ne sont pas respectées)

À détacher et à rendre avec la copie

Problème **12 points**

Partie A

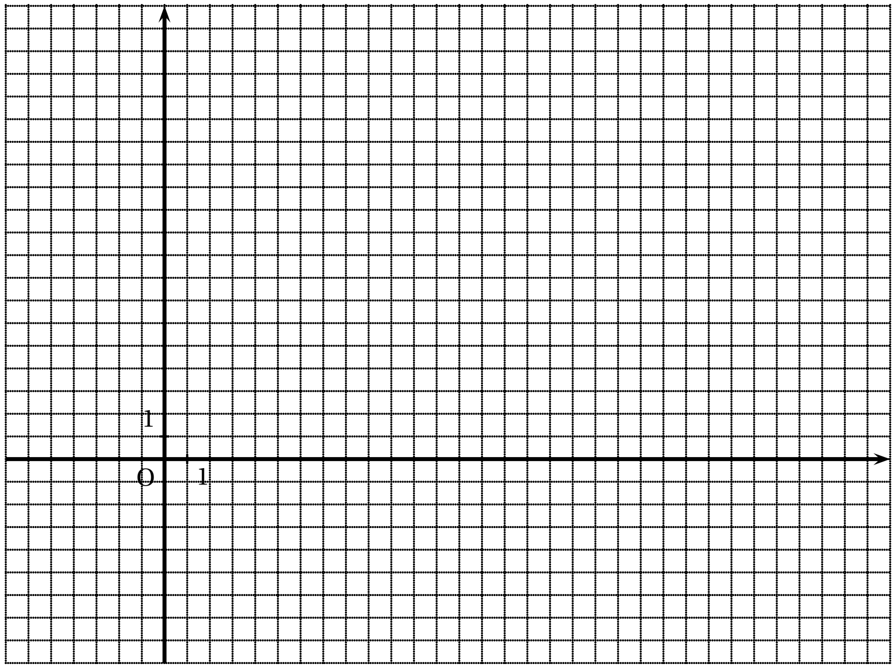
1. Dans le repère orthonormé ci-dessous, placer les points A(7 ; −7) et B(17 ; 17).
2. Calculer les coordonnées du point I milieu du segment [AB].
3. Calculer les longueurs IA, IB et IO. En déduire que les points A, B et O sont sur un cercle dont on précisera le centre et le rayon.
4. Tracer le cercle de diamètre [AB].
5. Démontrer que le triangle BOA est rectangle.

Partie B

1. Calculer les coordonnées du point C image du point O par la symétrie de centre I.
2. Démontrer que le quadrilatère BOAC est un rectangle.

Partie C

1. Placer le point D image du point A par la rotation de centre I, dans le sens des aiguilles d'une montre et d'angle 90 °.
2. Donner par lecture graphique, les coordonnées du point D.
3. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{\text{ACD}}$.


1
O
1

∽ Diplôme national du brevet juin 2004 ∽
Aix - Corse - Marseille - Montpellier - Nice - Toulouse

Calculatrice autorisée — 2 heures

Il sera tenu compte de la qualité de la rédaction et de la présentation (4 points)

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES — 12 points

Exercice 1

1. On donne $A = \dfrac{3}{7} - \dfrac{15}{7} + \dfrac{5}{24}$.
   Calculer A et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.
2. On donne $B = \sqrt{300} - 4\sqrt{27} + 6\sqrt{3}$.
   $C = \left(5 + \sqrt{3}\right)^2$
   $D = \left(\sqrt{2} + \sqrt{5}\right)\left(\sqrt{2} - \sqrt{5}\right)$.
   a. Écrire B sous la forme $b\sqrt{3}$ où b est un nombre entier.
   b. Écrire C sous la forme $e + f\sqrt{3}$ avec e et f entiers.
   c. Montrer que D est un nombre entier.

Exercice 2

On donne $E = (2x-3)(x+2) - 5(2x-3)$.

1. Développer et réduire E.
2. Factoriser E.
3. Calculer E pour $x = -2$.
4. Résoudre l'équation $(2x-3)(x-3) = 0$.

Exercice 3

Une station de ski réalise une enquête auprès de 300 skieurs qui la fréquentent. Les résultats de l'enquête sont notés dans le tableau ci-dessous et indiquent la répartition en classe des skieurs en fonction de leur âge (en années) :

Âge	[0 ; 10[	[10 ; 20[	[20 ; 30[	[30 ; 40[	[40 ; 50[
Centre de classe	5	…	…	…	…
Effectifs	27	45	48	39	42

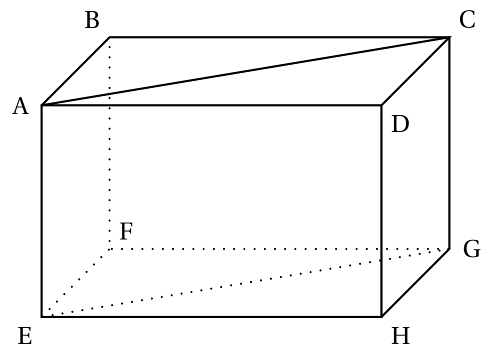
Âge	[50 ; 60[	[60 ; 70[	[70 ; 80[	[80 ; 90[
Centre de classe	…	…	…	…
Effectifs	36	33	24	6

1. Compléter le tableau ci-dessus (annexe 1 de votre sujet) en indiquant le centre de chaque classe d'âge.
2. Calculer l'âge moyen des skieurs fréquentant cette station.
3. Quelle est la fréquence, en pourcentage, de skieurs ayant un âge strictement inférieur à 20 ans ?

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

Exercice 1

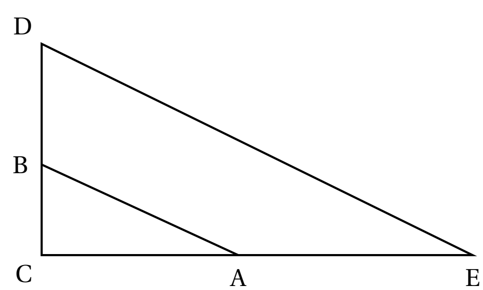
On considère le pavé droit ABCDEFGH représenté ci-dessous :



Observer la figure et compléter le tableau ci-dessous (annexe 1 de votre sujet). Sans justification.

OBJET	NATURE DE L'OBJET
Triangle ABC	
Angle $\widehat{ABF}$	
Quadrilatère ABFE	
Angle $\widehat{ACG}$	
Quadrilatère ACGE	

Exercice 2



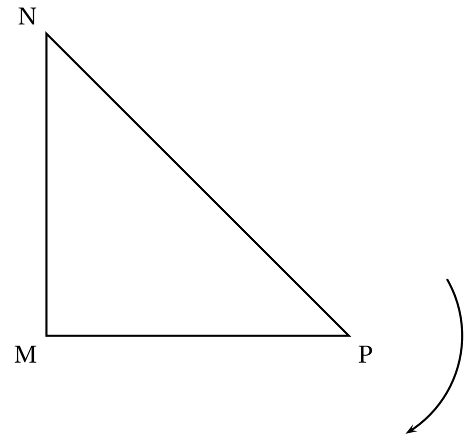
Dans le triangle CDE : A est un point du segment [CE] ; B est un point du segment [CD]. Sur le schéma ci-dessus, les longueurs représentées ne sont pas exactes.
On donne AC = 8 cm ; CE = 20 cm ; BC = 6 cm ; CD = 15 cm et DE = 25 cm.

1. Montrer que les droites (AB) et (DE) sont parallèles.
2. Le triangle CDE est-il rectangle ? Justifier.
3. Calculer AB.
4. Calculer la valeur arrondie au degré de l'angle $\widehat{CDE}$.

Exercice 3

On considère un triangle MNP rectangle en M.

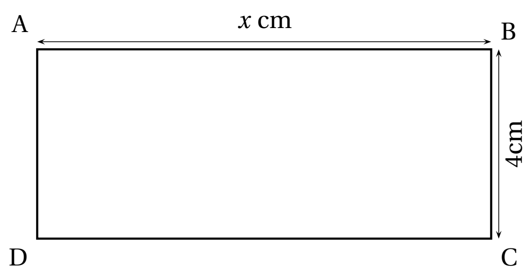
1. Sur le schéma suivant (annexe 1 de votre sujet) tracer l'image F_1 de ce triangle MNP par la rotation de centre P et d'angle 90° dans le sens indiqué par la flèche.

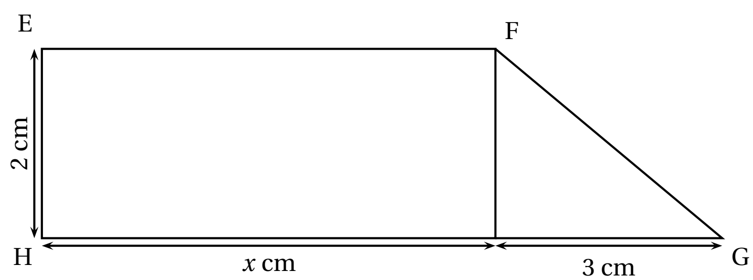


2. Tracer l'image F_2 du triangle MNP dans la translation de vecteur $\overrightarrow{PM}$.

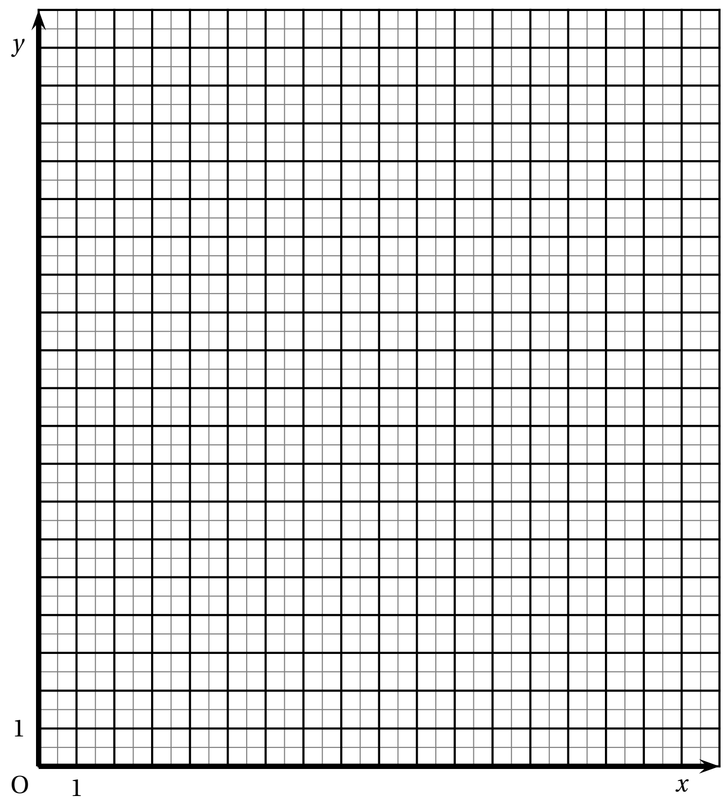
PROBLÈME **12 points**

On donne les figures suivantes :





1. Exprimer en fonction de x l'aire $\mathscr{A}_{\text{ABCD}}$ du rectangle ABCD.
2. Exprimer en fonction de x l'aire $\mathscr{A}_{\text{EFGH}}$ du quadrilatère EFGH.
3. Dans le repère orthonormal ci-dessous (annexe 2 de votre sujet), tracer en justifiant
   - la représentation graphique (d) de la fonction f définie par : $x \longmapsto 4x$;
   - la représentation graphique (d′) de la fonction g définie par : $x \longmapsto 2x+3$.



4. **a.** Calculer l'aire du rectangle ABCD pour $x = 3$.

   b. Retrouver ce résultat sur le graphique (on laissera apparents les traits nécessaires).

5. **a.** Calculer la valeur de x pour que l'aire du quadrilatère EFGH soit égale à 15 cm^2.

   b. Retrouver ce résultat sur le graphique (on laissera apparents les traits nécessaires).

6. **a.** Résoudre graphiquement l'équation : $4x = 2x + 3$.

   b. Retrouver ce résultat en résolvant l'équation :
   $4x = 2x + 3$

   c. Comment interpréter ce résultat pour le rectangle ABCD et le quadrilatère EFGH ?

∽ Diplôme national du brevet juin 2004 ∾
Antilles-Guyane

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.
En plus des 36 points du barème, 4 points sont réservés à la rédaction et à la présentation.

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES — 12 points

Exercice 1 — 3,5 points

1. Calculer $\frac{1}{2}+\frac{3}{7}\times\frac{1}{4}$.
2. Soit $\mathrm{A}=3-\sqrt{2}$ et $\mathrm{B}=3+\sqrt{2}$. Calculer le produit AB.
3. Soit $\mathrm{C}=6\sqrt{3}-3\sqrt{12}+2\sqrt{27}$.
   Écrire C sous la forme $a\sqrt{3}$ où a est un nombre entier.

Exercice 2 — 5 points

On donne l'expression $D=(3x+5)(6x-1)+(3x+5)^2$.

1. Développer D, puis réduire.
2. Factoriser D.
3. Résoudre l'équation $(3x+5)(9x+4)=0$.
4. Calculer D pour $x=-\frac{1}{3}$.

Exercice 3 — 3,5 points

Le tableau ci-dessous donne la répartition, selon la surface en m^2, des magasins d'un centre commercial. L'effectif total est de 67.

Surface d'un magasin en m^2	65	66	69	74	81
Effectif	13	22	17		6
Fréquence					

1. Recopier et complèter le tableau ci-dessus.
   On donnera les fréquences en pourcentage arrondi au dixième près.
2. Quel est le pourcentage de magasins dont la superficie est inférieure ou égale à 69 m^2 ?

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES — 12 points

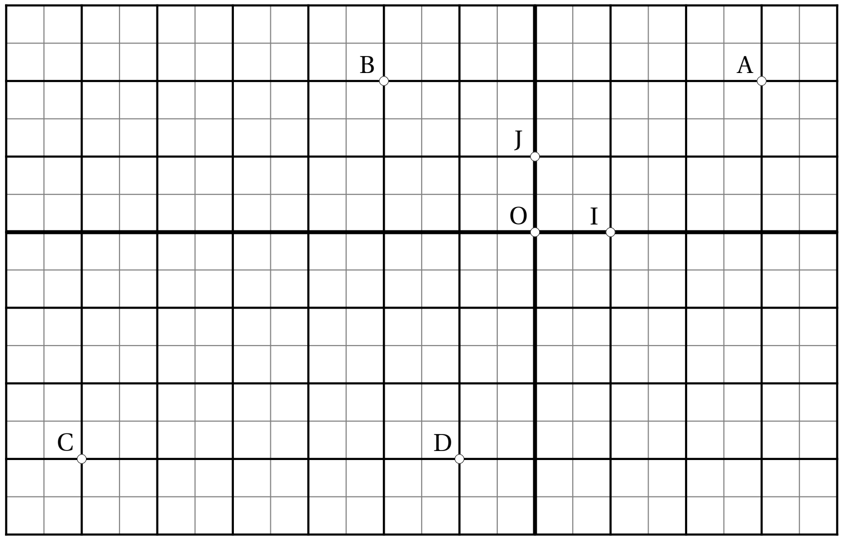
Exercice 1 — 6 points

ABC est un triangle tel que AB = 12 cm ; AC = 5 cm et BC = 13 cm.

1. Construire la figure en vraie grandeur.
2. Démontrer que le triangle ABC est rectangle en A.
3. Calculer la tangente de l'angle $\widehat{\mathrm{ACB}}$ et déterminer la valeur de cet angle au degré près.
4. M est le point de [AC] tel que AM = 3 cm et N le point de [AB] tel que AN = 7,2 cm.
   a. Démontrer que les droites (MN) et (BC) sont parallèles.
   b. Calculer la distance MN.

Exercice 2 **6 points**

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J).



1. Déterminer graphiquement les coordonnées des points A, B, C et D.
2. Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{CB}$.
3. Calculer la distance CB.
4. Calculer les coordonnées de E, milieu de [BD].
5. Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ? Justifier la réponse.

PROBLÈME **12 points**

Une société de service d'accès à internet propose deux formules

- Formule A : l'accès à internet est gratuit et on ne paye que les communications, soit 2 € par heure.
- Formule B : avec un abonnement de 3,50 € par mois, le prix des communications est de 1,80 € par heure

1. **a.** Recopier et compléter le tableau ci-dessous :

Prix payé en €Nombre d'heures de connexion en un mois	5 heures	15 heures	25 heures
Formule A			
Formule B			

   b. Déduire du tableau ci-dessus la formule la plus avantageuse : pour 5 heures de connexion, 15 heures, puis 25 heures.

2. Exprimer, en fonction du nombre x d'heures de connexion, le prix (en €) payé en un mois :

   a. pour la formule A ;

   b. pour la formule B.

3. On considère les fonctions suivantes :
   - La fonction linéaire f telle que : $f(x) = 2x$.
   - La fonction affine g telle que : $g(x) = 1,8x + 3,5$.

   Sur une feuille de papier millimétré, tracer dans un repèère (O, I, J), les droites D_1 et D_2 qui représentent respectivement les fonctions f et g.

On prendra 0,5 cm pour 1 heure en abscisse et 1 cm pour 5 euros en ordonnées.

On se limitera àà des valeurs positives de x.

4. **a.** Résoudre le système suivant : $\left\{\begin{array}{lcl} y & = & 2x \\ y & = & 1,8x+3,5 \end{array}\right.$

b. Donner une interprétation graphique de la solution du système précédent.

5. En utilisant une lecture du graphique réalisé à la **question 3**, préciser les valeurs de x pour lesquelles chacune des deux formules est la plus avantageuse.

ఴ Diplôme national du brevet juin 2004 ఴ
Centres étrangers(Bordeaux)

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1

1. On donne : $A = 2 - \dfrac{4}{5}$ et $B = \dfrac{5}{3} - \dfrac{2}{3} : \dfrac{6}{5}$.

   Écrire A et B sous forme de fraction irréductible en indiquant toutes les étapes du calcul.
2. On donne $C = 2\sqrt{18} - 3\sqrt{2} + \sqrt{8}$.

   Écrire C sous forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont deux entiers.

Exercice 2

On donne $D = (3x-2)^2 - 9$.

1. Développer et réduire D.
2. Factoriser D.
3. Résoudre l'équation : $(3x-5)(3x+1) = 0$.

Exercice 3

1. Résoudre le système suivant : $\left\{\begin{array}{lcl} 2x+y & = & 41 \\ 3x+2y & = & 64 \end{array}\right.$
2. Dans un grand magasin, tous les CD sont à un prix unique ainsi que tous les livres de poche.

   Louis a acheté 2 CD et 1 livre pour 41 euros.

   Loïc a acheté 3 CD et 2 livres pour 64 euros.

   Quel est le prix d'un CD ? d'un livre ?

Exercice 4

On donne : $E = \left(\sqrt{7}+1\right)^2 + \left(\sqrt{7}-1\right)$.

1. Après avoir développé les carrés, montrer que E est un nombre entier.
2. En déduire la nature d'un triangle dont les côtés mesurent respectivement, en centimètres, $\sqrt{7}+1$, $\sqrt{7}-1$ et 4 ; justifier votre réponse.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

Exercice 1

On donne : Volume du cône $= \dfrac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$.

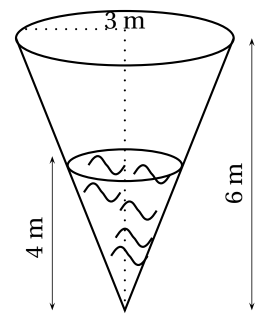
Un bassin a la forme d'un cône qui a pour base un disque de 3 m de rayon et pour hauteur 6 m.

1. **a.** Montrer que son volume exact V, en m^3, est égal à 18π, en donner l'arrondi au m^3.

b. Ce volume représente-t-il plus ou moins de 10 000 litres ?

2. **a.** Combien de temps faudrait-il à une pompe débitant 15 litres par seconde pour remplir complètement ce bassin ?
Donner le résultat arrondi à la seconde.
b. Cette durée est-elle inférieure à 1 heure ?

3. On remplit ce bassin avec de l'eau sur une hauteur de 4 m.
On admet que l'eau occupe un cône qui est une réduction du bassin.
a. Quel est le coefficient de la réduction ?
b. En déduire le volume d'eau exact V′ contenu dans le bassin.



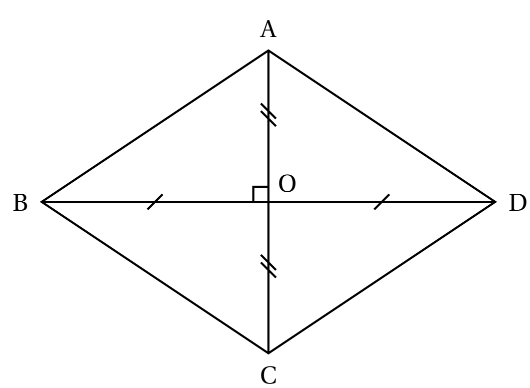
Exercice 2
Dans un repère orthonormé (O, I, J) on considère les points

$$A(-3\ ;\ 0) \quad ; \quad B(1\ ;\ 4) \quad ; \quad C(5\ ;\ 3) \quad ; \quad D(1\ ;\ -1).$$

1. Placer ces points, l'unité graphique étant le centimètre.
2. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$.
3. Que peut-on en déduire pour la nature du quadrilatère ABCD ?
Pour la suite, ce quadrilatère ABCD est appelé figure ①.
4. Construire la figure ② symétrique de la figure ① par rapport au point B.
5. Construire la figure ③ symétrique de la figure ① par rapport à la droite (CD).
6. **a.** Construire la figure ④ image de la figure ① par la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$.
b. Quelle autre transformation permet de passer de la figure ① à la figure ④ ?

PROBLÈME **12 points**

ABCD est un losange dont les diagonales [AC] et [BD] se coupent en O.
On donne : AB = 5 cm et AC = 6 cm.



Sur cette figure, les dimensions ne sont pas respectées.

Partie I

1. Calculer BO, justifier ; en déduire que BD = 8 cm.
2. Calculer la mesure arrondie au degré de l'angle $\widehat{\text{ABO}}$.
3. Calculer l'aire du losange ABCD.

Partie II

On place un point M sur le segment [AB].
La droite passant par M et parallèle à la droite (BD) coupe le côté [AD] en N.

1. On suppose que A$M = 3$. Calculer AN et MN. Justifier.
2. On pose A$M = x$. Montrer que $MN = 1,6x$.

Partie III

Pour cette partie, on a encore A$M = x$.
La droite passant par M et parallèle à la droite (AC) coupe le côté [BC] en P.

1. Exprimer BM en fonction de x, puis montrer que $MP = 6 - 1,2x$.
2. Calculer la valeur de x pour laquelle le triangle MNP est isocèle en M.

Partie IV

1. Montrer que la droite (AC) est perpendiculaire à la droite (MN) puis que AM = AN.
   En déduire que la droite (AC) est la médiatrice du segment $[MN]$.
   De la même façon, on démontrerait que la droite (BD) est la médiatrice du segment $[MP]$.
2. En déduire le rôle du point O pour le triangle MNP.

∽ Diplôme national du brevet juin 2004 ∽
Centres étrangers Lyon

Durée : 2 heures

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES - 12 POINTS

Dans toute cette partie, les calculs intermédiaires doivent figurer sur la copie.

EXERCICE 1 :

On pose : $A = \dfrac{1}{3} + \dfrac{14}{3} \div \dfrac{35}{12}$ $\quad B = \dfrac{81 \times 10^{-5} \times 14 \times (10^2)^3}{7 \times 10^4}$ $\qquad$ et $C = \dfrac{462}{65}$

1. Calculer le nombre A et donner le résultat sous forme de fraction irréductible.
2. Calculer B et donner son écriture scientifique, puis son écriture décimale.
3. Calculer le PGCD des nombres 462 et 65. Que peut-on en déduire pour la fraction C ?

.

EXERCICE 2 :

1. On considère l'expression D suivante : $D = (2x-3)^2 + (2x-3)(5x+1)$.
   a. Développer et réduire l'expression D.
   b. Factoriser D.
2. Résoudre l'équation $(2x-3)(7x-2) = 0$.
3. On pose : $E = 14x^2 - 25x + 6$.
   Calculer E pour $x = \sqrt{45}$ et donner le résultat sous la forme $a + b\sqrt{5}$, où a et b désignent des nombres entiers relatifs.

EXERCICE 3 :

Au cours d'une enquête réalisée sur 671 élèves d'un collège, on relève la durée d (en minutes) passée par chacun d'entre eux pour effectuer leur travail scolaire chaque jour. Les résultats ont été regroupés en quatre classes dans le tableau ci-après.

1. Compléter ce tableau en arrondissant les fréquences à 1 %.
2. En remplaçant chaque classe par son centre, calculer la durée moyenne passée chaque jour par un élève pour effectuer son travail scolaire. On donnera cette durée arrondie à la minute.

Durée du travail (d en minutes)	Centre de classe en minutes	Effectif	Fréquence en pourcentage
$0 \leqslant d < 30$	15	106	16
$30 \leqslant d < 60$			
$6 \leqslant d < 90$		235	
$90 \leqslant d < 120$		144	
Total		671	100

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES - 12 POINTS

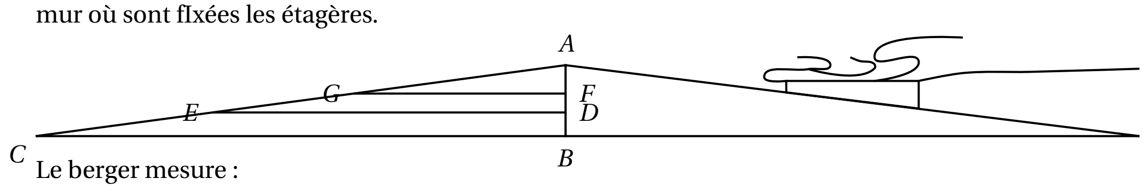
EXERCICE 1 :

L'unité utilisée est le centimètre.
Soit $(0, I, J)$ un repère orthonormal. I est le point de coordonnées $(1\,;\,0)$ et J le point de coordonnées $(0\,;\,1)$.

1. Dans ce repère, placer les points A, B et C tels que : $A(-3\,;\,2)$; $B(2\,;\,5)$ et $C(4\,;\,-1)$
2. Construire le point D tel que $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.
3. Construire le point E, image de B par la rotation de centre O et d'angle 60°dans le sens des aiguilles d'une montre.

EXERCICE 2 :

L'unité utilisée dans cet exercice est le mètre. La figure n'est pas à refaire.
Dans un petit chalet de montagne, un berger aménage l'espace existant sous son toit en y posant des étagères matérialisées sur notre schéma par les segments $[ED]$ et $[GF]$. Le segment $[CB]$ représente le plancher et le segment $[AB]$ représente le mur où sont fIxées les étagères.



Le berger mesure :
$AB = 1,80$ m, $BC = 2,40$ m, $AC = 3$ m.

1. Démontrer que le triangle ABC est rectangle en B.
2. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{ACB}$ arrondie à 0,1°.
3. Sachant que les droites (ED) et (CB) sont parallèles et que $BD = 0,60$ m, quelle est la longueur de l'étagère $[ED]$?
4. La deuxième étagère $[GF]$ est placée de telle manière que : $AF = 0,72$ m et $AG = 1,20$ m

   Est-elle parallèle au plancher $[CB]$? Justifier votre réponse.

EXERCICE 3 :

On a représenté ci-contre une pyramide $BEFG$.
On sait que :
• EFG, EFB et BFG sont trois triangles rectangles en F ;
• $EF = FG = 5$ cm
• $BF = 6$ cm

1. **a.** Calculer la longueur EG.

   On donnera la valeur exacte et la valeur arrondie au millimètre.

   b. Calculer l'aire du triangle EFG.

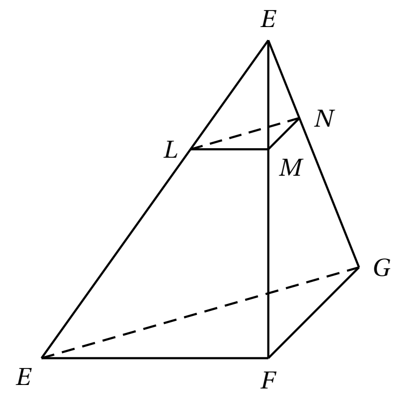
   c. Prouver que le volume de la pyramide $BEFG$ est 25 cm^3.

2. M est le point de l'arête $[BF]$ tel que $BM = 2$ cm.

   On coupe la pyramide $BEFG$ par le plan passant par M et parallèle à la base EFG. On obtient la pyramide $BLMN$, réduction de la pyramide $BEFG$.

   a. Quel est le rapport de cette réduction ?

   b. En déduire le volume de la petite pyramide $BLMN$. On donnera la valeur exacte et la valeur arrondie au mm^3.



PROBLÈME - 12 POINTS

Thomas, élève de troisième, souhaite souscrire un abonnement internet. Pour cela, il étudie les offres de deux publicités de fournisseur d'accès qui proposent les tarifs suivants en euros.

• Société Net-ln : Forfait de 47,50 euros d'abonnement par mois quel que soit le temps d'utilisation.

• Société Skysurf : 19 euros d'abonnement par mois et 0,05 euro par minute de connexion.

1. Pour chaque tarif, quel est le prix à payer (en euros) pour une connexion de 15 heures par mois ?

2. Soit x le temps (en minutes) passé par Thomas sur internet pendant un mois.

   On note $N(x)$ le prix payé (en euros) en fonction de x s'il choisit le fournisseur Net-ln.

   On note $S(x)$ le prix payé (en euros) en fonction de x s'il choisit le fournisseur Skysurf.

   a. Calculer $S(x)$ en fonction de x.

   b. Résoudre l'équation $47,5 = 19 + 0,05x$.

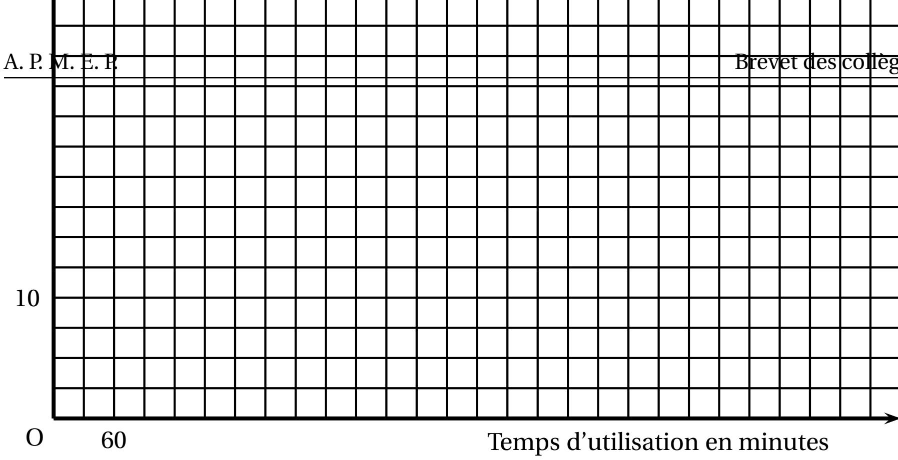
   c. Pour quel temps (en minutes) le prix à payer chez les deux fournisseurs est-il le même ?

3. **a.** Compléter le tableau ci-après.

Temps de connexion (en minutes)	120	420	660
Prix payé (en euros) chez Skysurf			

   b. Dans le repère ci-après, on a déjà tracé la droite (d_1) représentant la fonction $N : x \mapsto 47,5$.

   En vous aidant du tableau complété précédemment, représenter graphiquement, dans le même repère, la fonction $S : x \mapsto 19 + 0,05x$.



Unités graphiques :

• deux carreaux représentent 60 minutes sur l'axe des abscisses ;

• deux carreaux représentent 5 euros sur l'axe des ordonnées.

c. Interpréter graphiquement la solution de l'équation : $47,5 = 19 + 0,05x$.

(Mettre en évidence comment trouver cette valeur sur le graphique en utilisant des pointillés, ou des traits en couleur.)

d. En utilisant le graphique, déterminer :

– la société la plus intéressante pour un temps de connexion compris entre 0 et 300 minutes ;

– la société la plus intéressante pour un temps de connexion supérieur à 700 minutes.

4. Thomas reçoit par courrier une offre promotionnelle du fournisseur Promo-Net qui propose de ne payer aucun abonnement mais demande 0,10 euro par minute de connexion.

Il estime son temps moyen de connexion par mois à 510 minutes. Dans ce cas, parmi ces trois fournisseurs, quel est celui qui lui propose un coût minimum ?

Brevet des collèges Centres étrangers (Nice) juin 2004

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1

1. On donne : $A = \dfrac{\dfrac{2}{3}+3}{\dfrac{1}{3}+5}$.

   Écrire A sous forme de fraction irréductible.
2. On donne : $B = 2\sqrt{50} - 3\sqrt{8} + 7\sqrt{18}$.

   Écrire B sous la forme $a\sqrt{2}$, avec a nombre entier.
3. On donne : $C = \dfrac{2,6\times 10^{2}\times 1,7\times 10^{2}}{0,2\times 10^{5}\times 10^{3}}$.

   Donner l'écriture scientifique de C.

Exercice 2

On donne : $E = (5x-4)^2 + (5x-4)(x+3)$.

1. Développer et réduire E.
2. Factoriser E.
3. Calculer E pour $x = -1$.
4. Résoudre l'équation : $(5x-4)(6x-1) = 0$.

Exercice 3

Au cours d'une course d'athlétisme (400 m), le temps mis par chaque coureur a été chronométré.
Ces mesures sont reportées dans le tableau ci-dessous :

Effectif des coureurs	1	1	1	1	1	1	1	1
Temps (en s)	18,65	49,20	50	50,12	50,13	50,45	51	51,80
Effectif des coureurs	1	1	1	1	1	1	1	
Temps (en s)	51,85	51,90	52,05	52,20	52,60	53,28	54,80	

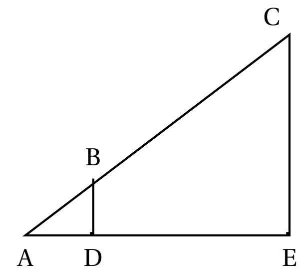
Étude statistique de la course

1. Quelle est l'étendue de cette série ?
2. Donner la moyenne arrondie au centième de cette série.
3. Donner la médiane de cette série.
4. Quel pourcentage de coureurs ont mis moins de 52,50 secondes pour 400 mètres ?

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

Exercice 1

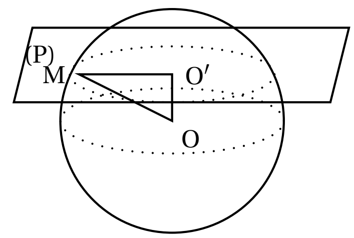
Les points A, B et C sont alignés ainsi que les points A, D et E.
Les droites (BD) et (CE) sont perpendiculaires à la droite (AE).
AB = 2,5
BD = 1,5
CE = 4,5.



1. Calculer AD. Justifier.
2. Déterminer la mesure arrondie au degré de l'angle $\widehat{BAD}$.
3. Calculer AC et AE. Justifier.

Exercice 2

On considère la sphère de centre O et de rayon 6 cm.
1. Écrire le volume de cette sphère et en donner un arrondi au mm^3.
2. On note O$'$ le point tel que : OO$'$ = 4 cm. (P) est le plan passant par le point O$'$ et perpendiculaire à la droite (OO$'$).
On note M le point appartenant au plan (P) et à la sphère.
Aucun calcul n'est nécessaire pour les deux constructions suivantes :



a. Tracer en vraie grandeur le triangle OO$'$M.
b. Tracer en vraie grandeur l'intersection de la sphère et du plan.

PROBLÈME **12 points**

Dans un repère orthonormal (O, I, J) d'unité le centimètre, placer les points suivants :

$$A(6\,;\,5),\quad B(2\,;\,-3),\quad C(-4\,;\,0).$$

1. Montrer que AB = $4\sqrt{5}$.
2. On donne de plus AC = $\sqrt{125}$, BC = $\sqrt{45}$.
   En déduire la nature du triangle ABC.
   Justifier la réponse.
3. Calculer l'aire du triangle ABC en cm^2.
4. On considère le cercle circonscrit au triangle ABC.
   - **a.** Préciser la position de son centre appelé K et la longueur de son rayon.
     Justifier.
     Placer K.
   - **b.** Calculer les coordonnées de K.
5. - **a.** Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AC}$.
   - **b.** En déduire les coordonnées du point D tel que ACBD soit un parallélogramme.
   - **c.** Placer le point D.