Brevet 2005

L'intégrale de septembre 2004 à juin 2005

Pour un accès direct cliquez sur les liens bleus.

Durée : 2 heures

Brevet des collèges Antilles–Guyane
septembre 2004

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES 12 points

Exercice 1

Dans tout cet exercice, les étapes des calculs doivent être détaillées.

1. $A = \dfrac{\dfrac{4}{3} - \dfrac{2}{5}}{\dfrac{5}{2} + \dfrac{3}{10}}$.

   Calculer A et donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible.

2. $B = \dfrac{4,5 \times 10^{-5} \times 13 \times 10^{-3}}{0,9 \times 10^{-12}}$.

   Donner l'écriture scientifique de B.

3. $C = 2\sqrt{45} + 3\sqrt{20} - \sqrt{80}$.

   Écrire C sous la forme $a\sqrt{5}$ où a est un entier.

Exercice 2

$D = (2x-3)^2 - (5x-7)(2x-3)$.

1. Développer puis réduire D.
2. Factoriser D.
3. Calculer D pour $x = 0$, puis pour $x = \dfrac{3}{2}$.

Exercice 3

1. **a.** Résoudre l'inéquation suivante :

   $$7x - 2 > 3x + 6.$$

   b. Représenter les solutions sur une droite graduée en hachurant la partie de la droite qui ne représente pas les solutions.

2. Résoudre l'équation :

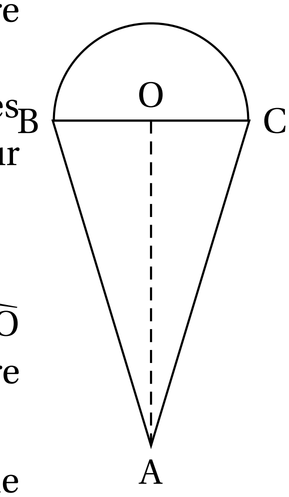
   $$3(5x-7)(x-2) = 0.$$

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES 12 points

Exercice 1

Un solide est constitué d'un cône surmonté d'une demi-boule selon la figure ci-contre.

La boule a pour rayon OB = 4 cm et les génératrices du cône ont pour longueur 10,4 cm (AB = AC = 10,4 cm).



1. Calculer la hauteur AO du cône.
2. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{\text{BAO}}$ arrondie au degré près. En déduire $\widehat{\text{BAC}}$.
3. Quel est le volume en cm^3 du solide (arrondi au dixième)

Rappels :

- Volume d'un cône de surface de base B et de hauteur h : $\dfrac{1}{3}\text{B} \times h$.
- Volume d'une sphère de rayon r : $\dfrac{4}{3}\pi r^3$.

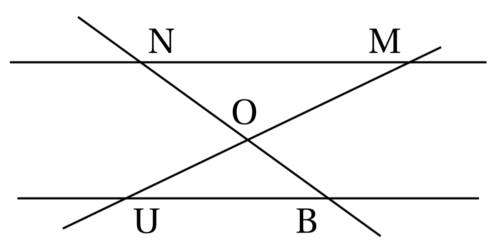
Exercice 2

Sur la figure ci-dessous, les droites (MN) et (BU) sont parallèles.

L'unité de longueur étant le cm, on donne les longueurs suivantes :

MN = 10, OM = 6, ON = 8 et OU = 3.

1. Reproduire la figure en dimensions réelles.
2. Calculer les longueurs BU et BO.
3. S est un point du segment [MN] et T un point du segment [ON] tel que NS = 8 et NT = 6,4.



Les droites (TS) et (OM) sont-elles parallèles ? Justifier la réponse.

PROBLÈME **12 points**

Le plan est muni d'un repère orthonomé (O ; I, J). L'unité de longueur est le centimètre.
Placer les points A(3 ; 4), B(5 ; 0) et C(3 ; −1).

Première partie

1. Vérifier que la droite (AB) est la représentation graphique de la fonction affine f définie par $f : x \longmapsto y = -2x+10$.
2. Déterminer la fonction affine g dont (BC) est la représentation graphique.

Deuxième partie

1. Montrer que $AB = \sqrt{20}$, $AC = 5$ et $BC = \sqrt{5}$.
2. Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{BA}$.
3. Placer le point D tel que $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA}$.
4. Montrer que le quadrilatère ABCD est un rectangle.
   Calculer l'aire de ce rectangle.

Durée : 2 heures

Brevet des collèges Bordeaux septembre 2004

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES 12 points

Exercice 1

On donne les nombres $A = \frac{2}{9} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$ et $B = \dfrac{\frac{8}{3} - 2}{\frac{3}{5}}$.

Écrire A et B sous forme de fractions irréductibles, en détaillant les calculs.

Exercice 2

On donne le nombre $C = 3\sqrt{15} + \sqrt{60}$.
Écrire C sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont des nombres entiers.

Exercice 3

On donne l'expression $E = (3x-4)^2 - 4x^2$.

1. Développer et réduire E.
2. Factoriser E.
3. a. Calculer E pour $x = 0$.
   b. Calculer E pour $x = -1$.
4. Résoudre l'équation $(5x-4)(x-4) = 0$.

Exercice 4

1. Résoudre le système : $\begin{cases} x - y &= 8 \\ 7x + 5y &= 104 \end{cases}$
2. Une bibliothèque achète 7 DVD et 5 livres. Le prix total est de 104 euros.
   Un livre coûte 8 euros de moins qu'un DVD.
   a. Quel est le prix d'un DVD ?

b. Quel est le prix d'un livre ?

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES 12 points

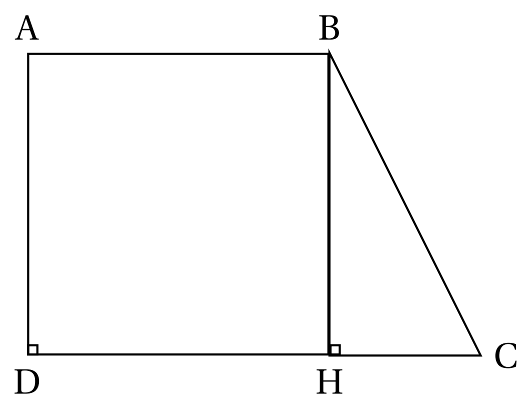
Exercice 1

1. Dans un repère orthonormé (O ; I, J), l'unité étant de centimètre, placer l es points suivants A(2 ; −1), B(−2 ; 3) et C(−4 ; −3).
2. **a.** Calculer AC et BC.

   b. En déduire que le triangle ABC est isocèle.
3. Démontrer que J est le milieu du segment [AB].
4. Démontrer que la droite (CJ) est la médiatrice du segment [AB].

Exercice 2

La famille Hoarau possède un terrain ABCD dont la forme est un trapèze rectangle comme le montre le schéma ci-contre.
On donne :
AB = 15 m ;
AD = 20 m ;
DC = 25 m.



1. Montrer que l'aire du terrain est égale à 400 m^2.
2. Calculer BC. On arrondira au dixième de mètre.
3. M. Hoarau aura-t-il assez de 90 mètres de grillage pour clôturer son terrain ?

   Justifier la réponse.

Exercice 3

Dans cet exercice, l'unité est le centimètre.
On considère le triangle ABC tel que : AB = 4, AC = 6 et BC = 3.

1. Construire le triangle en vraie grandeur.
2. On désigne par I le milieu du segment [AC].
   a. Sur la figure précédente, construire le symétrique D du point B par rapport au point I.
   b. Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ? Justifier.
3. On désigne par F le symétrique de B par rapport à la droite (AC). Démontrer que les droites (DF) et (AC) sont parallèles.

PROBLÈME **12 points**

Première partie

Un professeur d'éducation physique et sportive fait courir ses élèves autour d'un stade rectangulaire mesurant 90 m de long et 60 m de large.

1. Calculer, en mètres, la longueur d'un tour de stade.
2. Pour effectuer 15 tours en 24 minutes à vitesse constante, combien de temps un élève doit-il mettre pour faire un tour ? On donnera la réponse en minutes et secondes.
3. Un élève parcourt 6 tours en 9 minutes. Calculer sa vitesse en m/min, puis en km/h.

Deuxième partie

On a relevé le nombre de pulsations par minute de 32 élèves avant qu'ils n'effectuent leurs tours de stade. Les résultats obtenus sont les suivants :

57	61	55	67	59	52	59	63	62	65	59	54	59	57	62	54
60	65	63	61	63	55	66	63	60	59	62	63	58	61	59	63

1. Montrer que le nombre moyen de pulsations par minute est égal à 60,25.
2. Recopier et compléter le tableau suivant :

Nombre n de pulsations par minute	$52 \leqslant n \leqslant 56$	$56 \leqslant n \leqslant 60$	$60 \leqslant n \leqslant 64$	$64 \leqslant n \leqslant 68$
Effectif	5			

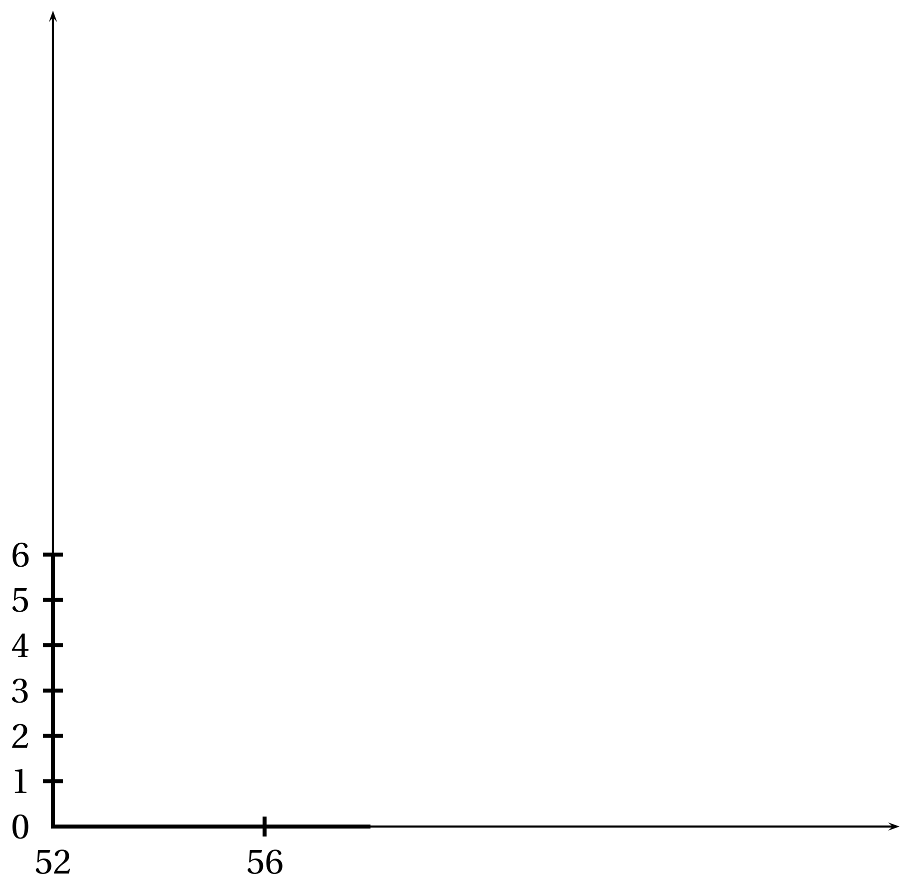
3. En utilisant le repère ci-après, faire l'histogramme représentant le tableau ci-dessus.

   Les unités choisies sont :

   - sur l'axe des abscisses, 1 cm pour représenter 1 pulsation par minute ;
   - sur l'axe des ordonnées, 1 cm pour représenter 1 élève.

4. Combien d'élèves ont au moins 60 pulsations par minute ?

5. Quel est le pourcentage d'élèves ayant un nombre de pulsations par minute inférieur à 60 ?



Durée : 2 heures

Brevet des collèges Groupement Est septembre 2004

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES 12 points

Dans toute cette partie les résultats des calculs demandés doivent être accompagnés d'explications, le barême en tiendra compte.

EXERCICE 1

On donne les expressions $A = \frac{5}{3} - \frac{2}{3} \times \frac{7}{4}$ et $B = (-3)\frac{6}{7}$.
Calculer A et B en détaillant les étapes des calculs et écrire les résultats sous forme de fractions irréductibles.

EXERCICE 2

On donne les expressions $C = \sqrt{2}\left(\sqrt{2}+5\sqrt{3}\right)$ et $D = \sqrt{24} + \sqrt{9} + \sqrt{54}$.

1. Écrire C et D sous la forme $a + b\sqrt{6}$ où a et b sont des nombres entiers.
2. Utiliser les résultats de la première question pour comparer C et D.

EXERCICE 3

Soit l'expression : $E = (x+1)^2 + (x+1)(2x-3)$.

1. Développer puis réduire l'expression E.
2. Factoriser l'expression E.
3. Résoudre l'quation $(x+1)(3x-2) = 0$.

EXERCICE 4

Au rugby, un essai transformé permet d'augmenter le score de l'équipe de 7 points, un essai non transformé augmente

le score de 5 points et une pénalité augmente le score de 3 points.
Si, par exemple, au cours d'un match, l'équipe de France marque 4 essais transformés, 2 essais non transformés et 3 pénalités, le nombre de points marqués par la France est :
$4 \times 7 + 2 \times 5 + 3 \times 3 = 47$.

1. Résoudre le système suivant : $\left\{\begin{array}{rcr} x + y & = & 7\\ 7x + 5y & = & 39 \end{array}\right.$
2. Lors d'une autre rencontre, l'équipe de France a marqué 7 essais, certains transformés et d'autres non et 2 pénalités pour un total de 45 points.

   Déterminer le nombre d'essais transformés et le nombre d'essais non transformés marqués par l'équipe de France au cours de ce match.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIOUES

EXERCICE 1

Le plan est muni d'un repère orthonormal (O, I, J). L'unité est le centimètre.

1. Placer les points A$(-2~;~1)$; B$(3~;6)$; C$(4~;~-1)$.
2. Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{\text{AB}}$.
3. Montrer que l'on a : AB $= 5\sqrt{2}$.
4. Montrer que le triangle ABC est isocèle de sommet B.
5. **a.** Construire le point D tel que : $\overrightarrow{\text{BD}} = \overrightarrow{\text{BA}} + \overrightarrow{\text{BC}}$.

   b. Quelle est la nature du quadrilatre ABCD ? (justifier la réponse)

EXERCICE 2

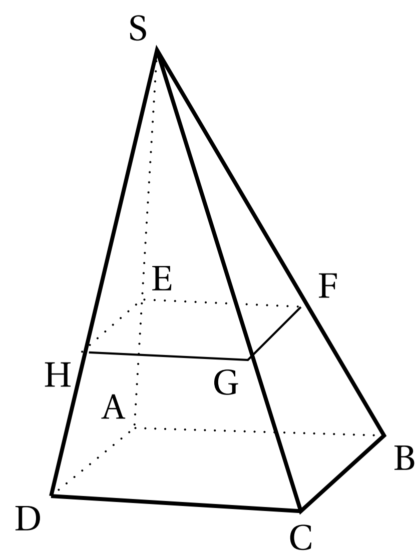
ABC est un triangle rectangle en A tel que : BC = 12 et AC = 6.
(L'unité de longueur est le centimètre).

1. Construire le triangle ABC.
2. Montrer que l'on a : AB $= 6\sqrt{3}$.

3. Calculer $\sin\widehat{\text{ABC}}$; en déduire la mesure exacte, en degrés, de l'angle $\widehat{\text{ABC}}$.
4. On considère le point M du segment [AB] et le point N du segment [BC] tels que : $\text{B}M = 4\sqrt{3}$ et $\text{B}N = 8$.
   a. Placer les points M et N.
   b. Utiliser la réciproque du théorème de Thalès pour montrer que les droites (MN) et (AC) sont parallèles.

EXERCICE 3

La figure ci-contre représente une pyramide $\mathscr{P}$ de sommet S.
Sa base est un carré ABCD tel que : AB = 6 cm ; sa hauteur [SA] est telle que : SA = 9 cm.



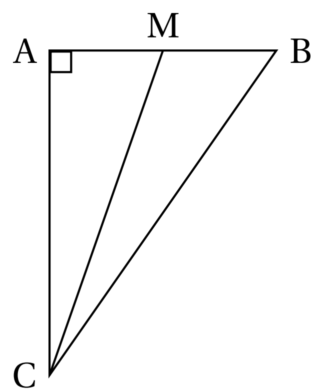
1. Calculer le volume de cette pyramide $\mathscr{P}$.
2. E est le point de [SA] défini par SE = 6 cm ; EFGH est la section de la pyramide $\mathscr{P}$ par un plan parallèle à sa base ; la pyramide $\mathscr{P}_1$, de sommet S et base EFGH est donc une réduction de la pyramide $\mathscr{P}$; calculer le coefficient k de cette réduction.
3. Calculer le volume de la pyramide $\mathscr{P}_1$.

PROBLÈME

Monsieur Jean possède un terrain qu'il souhaite partager en deux lots de même aire. Ce terrain a la forme d'un triangle ABC rectangle en A tel que AB = 50 m et AC = 80 m.

1. a. Calculer l'aire du triangle ABC.

b. En déduire que l'aire de chaque lot doit être de $1\,000\ \text{m}^2$.



2. Dans un premier temps, il pense faire deux lots ayant la forme de deux triangles AMC et BMC comme indiqué sur la figure ci-contre.
On pose $\text{A}M = x$.

a. Exprimer en fonction de x l'aire du triangle AMC.

b. En déduire que l'aire du triangle BMC est égale à
$2\,000 - 40x$.

c. Déterminer x pour que les aires des deux triangles AMC et BMC soient égales.

d. Quelle est alors la position du point M sur le segment [AB] ?

3. On considère les deux fonctions affines f et g définies par

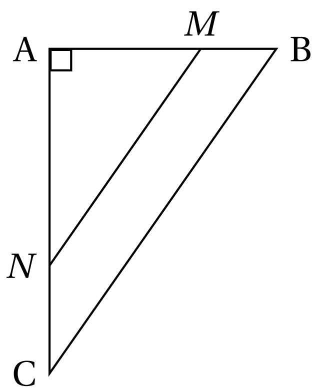
$$f(x) = 40x \qquad \text{et} \qquad g(x) = 2000 - 40x.$$

Sur une feuille de papier millimétré, construire un repère orthogonal :

- l'origine sera placée en bas à gauche,
- sur l'axe des abscisses, on prendra 1 cm pour 5 unités (1 cm pour 5 m),
- sur l'axe des ordonnées, on prendra 1 cm pour 100 unités (1 cm pour $100\ \text{m}^2$).

a. Dans ce repère, représenter graphiquement les fonctions affines f et g pour $0 \leqslant x \leqslant 50$.

b. En utilisant ce graphique, retrouver le résultat de la question **2. c.**.



4. Finalement, Monsieur Jean se décide à partager son terrain en un lot triangulaire AMN et un lot ayant la forme d'un trapèze BMNC comme indiqué sur la figure ci-contre avec (MN) parallèle à (BC). On pose A$M = x$.

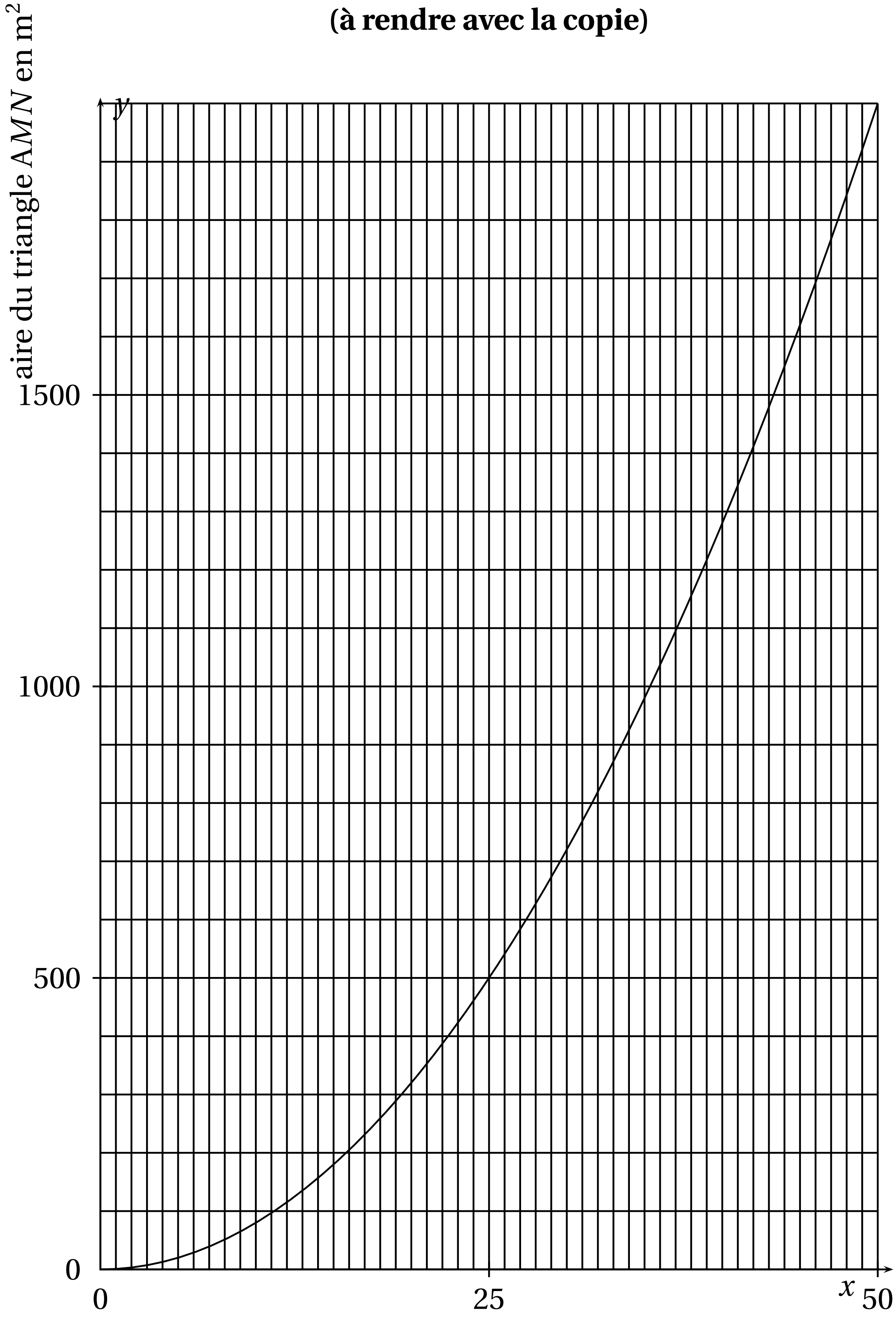
   a. En utilisant la propriété de Thalès, exprimer AN en fonction de x.

   b. En déduire que l'aire du triangle AMN est égale à x^2.

5. Le graphique suivant représente l'aire en m^2 du triangle AMN exprimée en fonction de x.

   En utilisant ce graphique, déterminer x, à un mêtre près, pour que les aires des deux lots AMN et BMNC soient égales.

Graphique de la question 5 du problème
(à rendre avec la copie)



Durée : 2 heures

Brevet des collèges Groupe Nord septembre 2004

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES 12 points

EXERCICE 1

1. Calculer $\text{A} = \dfrac{5}{3} - \dfrac{8}{3} \times \dfrac{5}{2}$.
2. Donner l'écriture scientifique de $\text{B} = \dfrac{5 \times 10^{-8} \times 36 \times 10^{4}}{15 \times 10^{5}}$.
3. Soit $\text{C} = \sqrt{18} - 3\sqrt{50}$.
   Écrire C sous la forme $a\sqrt{2}$ où a est un nombre entier relatif.

EXERCICE 2

On considère l'expression $F = (2x+3)(5-x) - (2x+3)^2$.

1. Développer et réduire F.
2. Factoriser F.
3. Résoudre l'équation $(2x+3)(2-3x) = 0$.
4. Calculer la valeur numérique de F pour $x = 3$.

EXERCICE 3

1. Résoudre le système : $\left\{\begin{array}{lcl} x+2y & = & 3 \\ 3x+8y & = & 10,9 \end{array}\right.$
2. Avec 3 euros, un achète 1 pain au chocolat et 2 croissants. Avec 10,90 euros, on achète 3 pains au chocolat et 8 croissants.
   Calculer le prix d'un pain au chocolat et celui d'un croissant.

EXERCICE 3

Les nombres 133 et 185 sont-ils premiers entre eux ? Justifier la réponse.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES 12 points

EXERCICE 1

1. Dans un repère orchonormal (O I, J), placer les points A(5 ; 1) ; B(−2 ; 2) ; C(2 ; 5).
2. **a.** Calculer AB et BC.

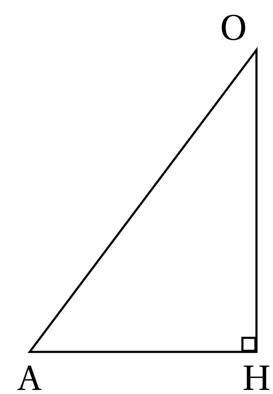
   b. On donne AC = 5. Montrer que le triangle ABC est rectangle et isocèle.
3. Soit le point E symétrique du point A par rapport au point C et soit le point F symétrique du point B par rapport au point C.

   a. Construire les points E et F.

   b. Quelle est la nature du quadrilatère ABEF ? Justifier la réponse.

EXERCICE 2

Soit le triangle AHO rectangle en H tel que AH = 3,2 cm et OH = 6 cm.
Sur le dessin, les dimensions ne sont pas respectées.



1. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{A}$ arrondie au degré près.
2. On se place dans l'espace et on fait tourner ce triangle autour de l'axe [OH], en lui faisant faire un tour complet. On obtient ainsi un cône de hauteur OH et de rayon de base AH.

   a. Calculer le volume V (en cm^3) de ce cône. (Donner la valeur exacte puis la valeur arrondie à l'unité.)

   b. On considère une réduction de ce cône, à l'échelle $\frac{1}{2}$. Exprimer le volume V′ du cône réduit en fonction de V. En déduire que la valeur de V′ arrondie à l'unité est 8 cm^3.

EXERCICE 3

1. Construire un triangle RST rectangle en R tel que ST = 8 cm et RT = 4,8 cm.
2. Montrer par un calcul que RS = 6,4 cm.
3. Sur la demi-droite [RT), placer le point U tel que : RU = 6 cm.
   Sur la demi-droite [RS), placer le point V tel que : RV = 8 cm.
   a. Montrer que les droites (TS) et (UV) sont parallèles.
   b. Calculer UV.

PROBLÈME 12 points

Première partie

Le ciné-club du village propose deux tarifs pour l'année 2004. Ils sont décrits ci-dessous :

TARIFS 2004

- Tarif A : une carte d'adhésion pour l'année coûtant 25 euros, puis 1,50 euro par séance ;
- Tarif B : 5 euros par séance sans carte d'adhésion.

---

1. Calculer, pour chaque tarif, le prix payé pour 8 séances achetées en 2004.
2. On appelle x le nombre de séances achetées en 2004.
   Exprimer en fonction de x le prix payé avec le tarif A, puis avec le tarif B.
3. Vincent a payé 40 euros avec le tarif A. Vérifier qu'il a assisté à 10 séances.
4. Quel est le nombre maximum de séances pour lequel le prix payé avec le tarif B est inférieur au prix payé avec le tarif A.

5. Sur une feuille de papier millimétré, tracer un repère orthogonal où les unités sont les suivantes :
   - sur l'axe des abscisses, 1 cm représente une unité ;
   - sur l'axe des ordonnées, 2 cm représentent dix unités.

   a. Dans ce repère, tracer :
      - la droite $\mathcal{D}_1$ représentation graphique de la fonction linéaire $x \longmapsto 5x$;
      - la droite $\mathcal{D}_2$ représentation graphique de la fonction affine $x \longmapsto 1,5x + 25$.

   b. Vérifier graphiquement la réponse obtenue à la question **4** en faisant apparaître les pointillés utiles.

Deuxième partie

En 2003, le gérant du ciné-club a fait une enquête auprès de ses clients en leur posant la question : « Combien de films avez-vous vu au ciné-club cette année ? ». Voici le résultat de l'enquête :

Nombre de films vus	4	5	6	7	8
Nombre de réponses	54	62	48	14	18

1. Combien le gérant a-t-il obtenu de réponses à son enquête ?
2. Parmi les personnes qui ont répondu à l'enquête :

   a. Quel est le pourcentage des personnes qui ont vu 6 films (donner le résultat arrondi au dixième)

   b. Quel est le nombre de personnes qui ont vu au moins 7 films pendant l'année ?
3. Calculer une valeur approchée de la moyenne, arrondie à l'unité, du nombre de films vus par les personnes qui ont répondu à l'enquête.

Brevet des collèges Polynésie septembre 2004

Durée : 2 heures

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1

On considère l'expression $A = \dfrac{9\,009}{10\,395} - \dfrac{2}{5} \times \dfrac{3}{2}$.

1. **a.** Déterminer le PGCD de 9 009 et 10 395.

   b. Expliquer comment rendre irréductible la fraction $\dfrac{9\,009}{10\,395}$.

   c. En déduire que l'écriture simplifiée de $\dfrac{9\,009}{10\,395}$ est $\dfrac{13}{15}$.

2. Calculer A en donnant le détail des calculs ; on donnera le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

Exercice 2

On considère l'expression : $E = (3x-1)^2 + (3x-1)(x+2)$.

1. Développer et réduire E.
2. Factoriser E.
3. Résoudre l'équation : $(3x-1)(4x+1) = 0$.

Exercice 3

Calculer les expressions B et C en faisant apparaître chaque étape du calcul.

On donnera B sous la forme $a\sqrt{3}$, et C sous forme d'écriture scientifique.

$$B = \sqrt{75} - 2\sqrt{300} + \sqrt{12} \qquad C = \frac{13 \times 10^{15} \times 18 \times 10^4}{15 \times 10^7}.$$

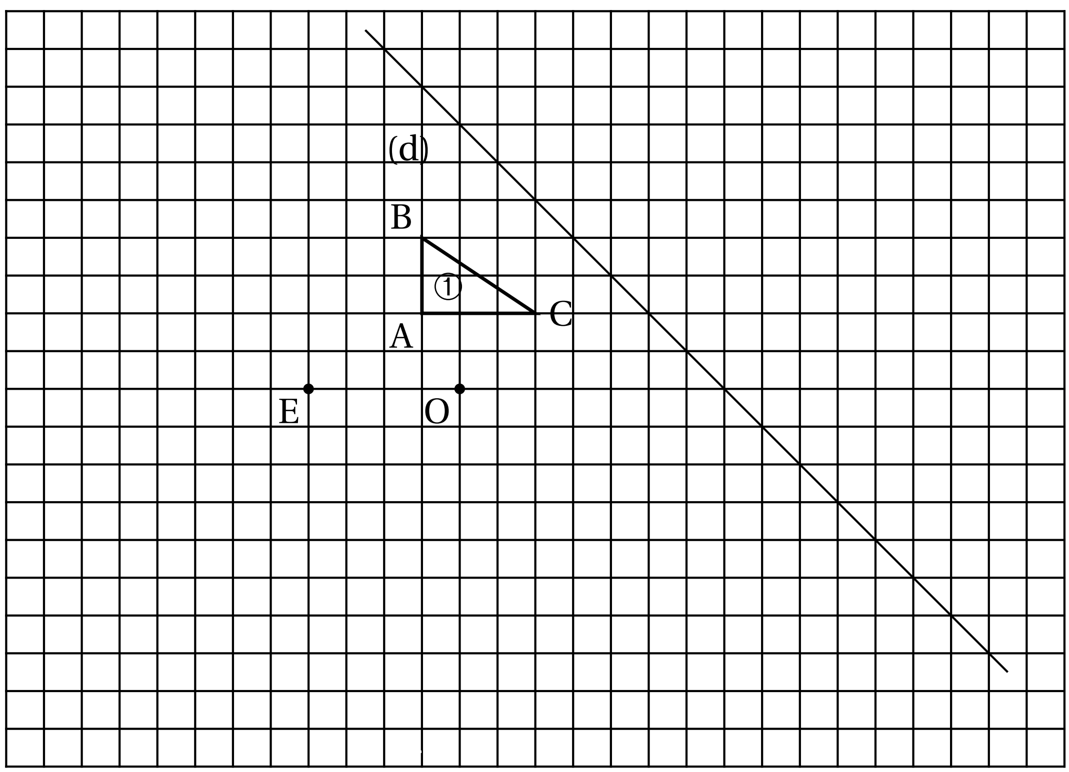
Cette feuille est à rendre avec la copie

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES 12 points

Exercice 1

Sur le quadrillage ci-dessous, construire :

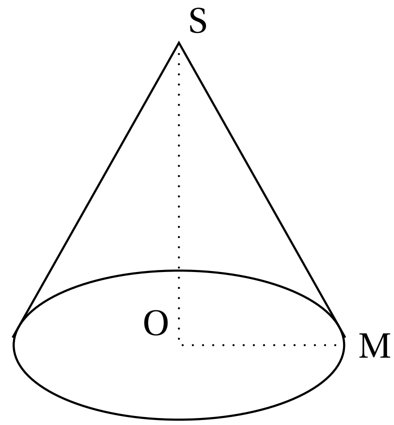
- la figure ② image du triangle ① par la symétrie d'axe d.
- la figure ③ image du triangle ① par la symétrie de centre O.
- la figure ④ image du triangle ① par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.
- la figure ⑤ image du triangle ① par la rotation de centre B, d'angle 90° dans le sens des aiguilles d'une montre.



Exercice 2

L'unité est le centimètre. La figure ci-contre n'est pas à l'échelle.
On ne demande pas de refaire cette figure.

On considère un cône de sommet S, de rayon de base OM = 3 cm et de hauteur SO = 8 cm.



1. Calculer la longueur SM (on donnera la valeur exacte).

2. Calculer le volume V, du cône :
On donnera la valeur exacte, puis la valeur arrondie au cm^3 près.

3. On considère un point O$'$ du segment [SO] tel que SO$'$ = 4 cm.
On coupe le cône par un plan parallèle à la base passant par O$'$.
On obtient ainsi un petit cône.

a. Quel est le coefficient k de réduction ?

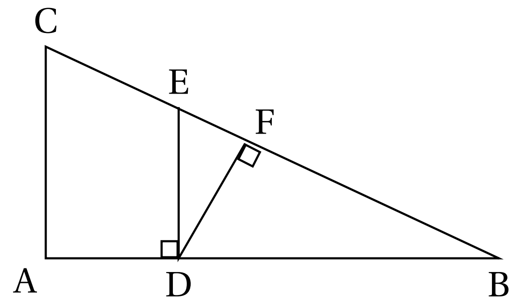
b. Calculer le volume V_2 du petit cône :
On donnera la valeur exacte, puis la valeur arrondie au cm^3 près.

On rappelle que : volume du cône = $\dfrac{\pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur}}{3}$.

PROBLÈME **12 points**

Une course à pied est organisée dans un collège. Un plan est distribué aux élèves à l'avance mais les parcours sont inconnus :

- Le plan n'est pas à l'échelle.
- Départ et arrivée de chaque circuit au point D.
- Les chemins possibles sont le long des segments tracés sur le plan.
- AB = 400 m ; AC = 300 m ; BC = 500 m ; ED = 180m.
- $\widehat{ADE}$ et $\widehat{DFB}$ sont des angles droits.
- circuit 6^e : 432 m ;
circuit 5^e : 576 m ;
circuit 4^e : 720 m ;
circuit 3^e : 840 m.



Tristan qui est en 3^e fait équipe avec Cynthia, une élève de 5^e.

Dans tout le problème :
les longueurs doivent être données au mètre près et les angles au degré près,
les résultats de plusieurs questions sont donnés, vous pouvez donc les utiliser dans les questions suivantes même si vous n'avez pas réussi à les démontrer.

Première partie

On donne à Tristan le questionnaire ci-dessous afin de l'aider à trouver son circuit et celui de Cynthia. Ce questionnaire rapporte des points à l'équipe.
Rédiger les réponses à ce questionnaire :

1. **a.** Démontrer que le triangle ABC est rectangle en A.
   b. En déduire que les droites (AC) et (DE) sont parallèles.
2. **a.** Calculer les longueurs BD et BE.
   b. En déduire que AD = 160 m et CE = 200 m.
3. **a.** En utilisant $\cos\widehat{ABC}$ calculer la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$.

   b. En déduire que FB = 192 m et FD = 144 m.

4. Calculer les longueurs des circuits suivants :

   a. DECAD ;

   b. DBFD.

Deuxième partie

Cynthta a un circuit de 576 m et doit en faire x tours.
Tristan a un circuit de 840 m et doit en faire y tours.
Pour trouver leurs nombres de tours Tristan a droit deux indices :
1 - « À vous deux, vous allez faire 5 928 m » ;
2 - « À vous deux vous allez faire 8 tours ».

1. Écrire un système d'équation traduisant ces deux indices.

2. Résoudre ce système pour trouver le nombre de tours que chacun doit faire.

Durée : 2 heures

Brevet des collèges Amérique du Sud novembre 2004

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES 12 points

Exercice 1

1. Effectuer les calculs de A et de B ; donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible en justifiant les calculs :
   $A = \dfrac{15}{14} - \dfrac{6}{7} \times \dfrac{2}{3}$ et $B = \dfrac{1 - \dfrac{7}{18}}{\dfrac{7}{9}}$.
2. Effectuer les calculs de C et D donner le résultat sous la forme d'un produit d'un entier et d'une puissance de dix :
   $C = \dfrac{3 \times 10^6 \times 6 \times 10^5}{15 \times 10^7}$ et $D = \dfrac{3 \times 10^6 + 6 \times 10^5}{15 \times 10^7}$.
3. Donner E sous la forme $a\sqrt{2} + b\sqrt{3}$ où a et b sont deux entiers relatifs, en justifiant les calculs :
   $E = 5\sqrt{8} - 3\sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{18}$.

Exercice 2

On considère l'expression F suivante :

$$F = (7x - 8)(-x + 4) - (7x - 8)^2.$$

1. Développer et réduire F.
2. Factoriser F.
3. Résoudre l'équation $(7x - 8)(-8x + 12) = 0$.

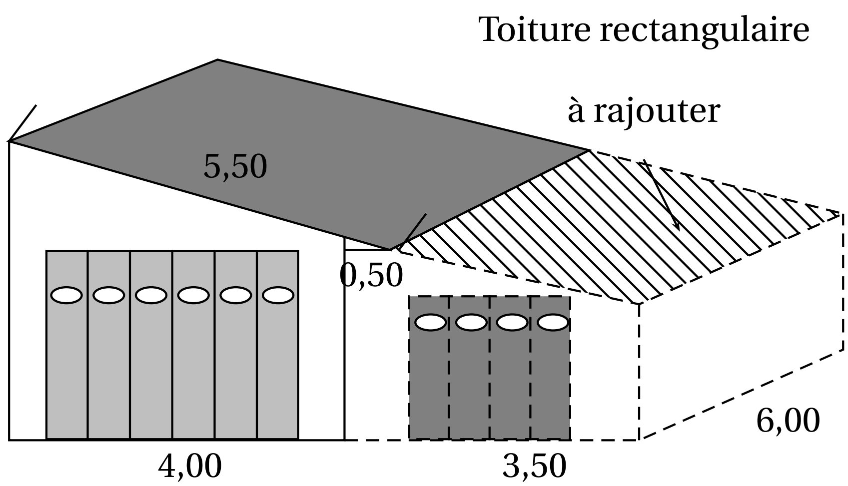
Exercice 3

1. Déterminer le PGCD de 264 et 462 en explicitant les calculs.

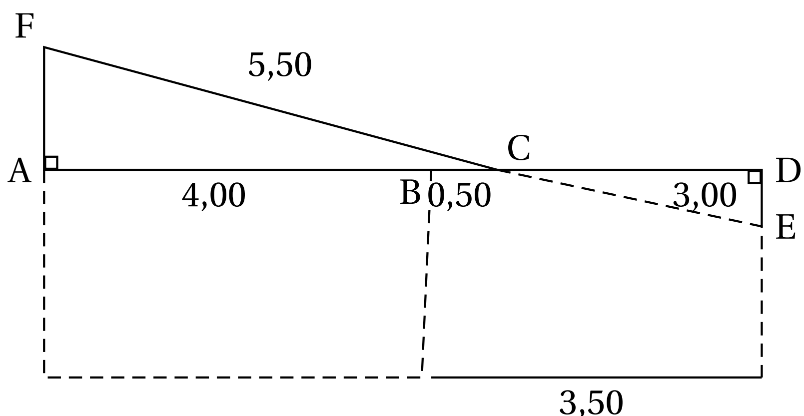
2. En déduire la forme irréductible de la fraction $\dfrac{462}{264}$ sans utiliser la touche « fraction » de la machine et en faisant apparaître clairement la méthode employée.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

Exercice 1



Plan



Schéma

Rappels : FC = 5,50 m ; AB = 4,00 m ; BC = 0,50 m ; CD = 3,00 m.

M. Bricolo veut accoler à son garage, déjà construit pour une caravane, un deuxième garage. Pour cela, il faut prolonger la toiture. M. Bricolo a fait des mesures qu'il a indiquées sur son plan, puis a fait un schéma plus géométrique afin d'effectuer ses calculs.

1. Calculer AC. Déterminer l'arrondi de l'angle $\widehat{ACF}$ au dixième de degré.

   Sachant que l'étanchéité de la toiture est garantie si cet angle est de plus de 35 °, M. Bricolo pourra-t-il faire jouer cette garantie en cas de problème ?
2. Démontrer que les droites (AF) et (DE) sont parallèles.

   En déduire la longueur CE ; en donner la valeur exacte puis la valeur arrondie au centimètre.
3. Sachant que le deuxième garage aura une profondeur de 6 m, quelle est l'aire exacte de la partie de toiture à ajouter à la toiture d'origine.

Exercice 2

1. Tracer un triangle OBC rectangle en O tel que OB = 2 cm et OC = 4 cm.
2. Calculer la longueur BC. On donnera la valeur exacte sous la forme $a\sqrt{5}$.
3. Tracer le symétrique A du point C par rapport à la droite (OB).
4. Tracer le translaté D du point A par la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$.
5. Démontrer que ABCD est un parallélogramme.
6. Montrer que BC = BA, puis préciser la nature de ABCD (justifier).

PROBLÈME **12 points**

Monsieur M. désire faire l'acquisition d'un véhicule. Une fois la marque et le modèle choisis, il faut choisir le type de motorisation. Le moteur essence est beaucoup moins cher, mais son utilisation est plus coûteuse (consommation plus importante et le prix du carburant est plus cher). On se propose donc de faire une étude afin de faire le meilleur choix.

	Modèle essence	Modèle diesel
Prix du véhicule (en euro)	18 700	2 700
Consommation (nombre de litres pour 100 km)	7,4	5,5

Première partie : le véhicule essence

1. Sachant que, dans une station-service, le super 98 (essence) est à 1 euro le litre :

a. Compléter le tableau suivant :

Distance parcourue	100 km	1 000 km	50 milliers de km (50 000 km)	150 milliers de km (150 000 km)	x milliers de km
Nombre de litres consommés					
Coût du carburant					
Coût global (véhicule + carburant)	×	×			

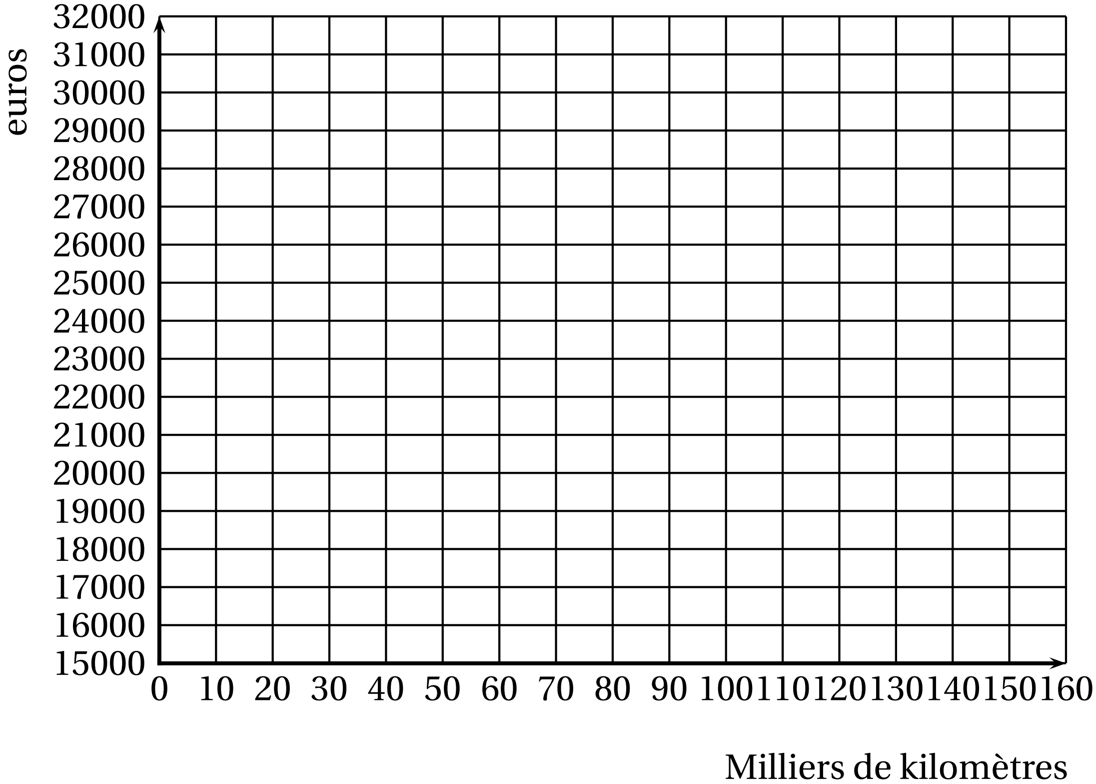
b. Déterminer la fonction affine qui représente le coût global (véhicule et carburant) en fonction du nombre x de milliers de kilomètres parcourus depuis l'achat du véhicule à moteur essence.

2. Dans le repère orthogonal, donné ci-dessous, tracer la représentation graphique de la fonction
$f : x \longmapsto 74x + 18\,700$.

• 1 carreau représente 10 000 kilomètres sur l'axe des abscisses, en commençant à zéro ;

• 1 carreau représente 1 000 euros sur l'axe des ordonnées, en commençant à 15 000.

Par lecture graphique, estimer à combien revient la voiture lorsqu'elle atteint 80 000 km (indiquer les tracés utiles).



Deuxième partie : le véhicule diesel

1. Sachant que, dans cette même station-service, le litre de gasoil (diesel) est à 0,80 euro le litre :

   a. Compléter le tableau suivant :

Distance parcourue	100 km	1 000 km	50 milliers de km (50 000 km)	x milliers de km
Nombre de titres consommés				
Coût du carburant				
Coût global (véhicule + carburant)				

   b. Déterminer la fonction affine qui représente le coût global (véhicule et carburant) en fonction du nombre x de milliers de kilomètres parcourus depuis l'achat du véhicule à moteur diesel.

2. Dans le repère orthogonal utilisé à la question précédente, tracer la représentation graphique de la fonction $g : x \longmapsto 44x + 21\,700$.

Troisième partie : la discussion

1. Par lecture graphique, à combien de milliers de kilomètres la dépense globale est-elle la même, quel que soit le véhicule acheté ? (Indiquer le tracé utile.)

   Retrouver ce résultat par le calcul.

2. Monsieur M. souhaite conserver son véhicule 5 ans, en faisant en moyenne 25 000 km par an. Quel type de motorisation doit-on lui conseiller ?

Durée : 2 heures

∽ Brevet des collèges Nouvelle–Calédonie ∽
novembre 2004

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1

Dans chaque cas, indiquer les étapes de calcul.

1. Calculer A et B en donnant les résultats sous la forme d'une fraction irréductible :

$$\mathrm{A} = \frac{1}{2} - \frac{3}{4} \div \frac{5}{2} \qquad \mathrm{B} = \frac{2 \times 10^{-1}}{10^{-4} \times \left(10^{2}\right)^{3}}.$$

2. Écrire C sous la forme $a\sqrt{b}$ où a est un entier relatif et b est un entier le plus petit possible :

$$\mathrm{C} = 3\sqrt{2} - \sqrt{50} + 2\sqrt{18}.$$

Exercice 2

On donne l'expression suivante :

$D = (4x-3)^2 - (3x+1)(4x-3)$.

1. Développer et réduire D.
2. Factoriser D.
3. Résoudre l'équation $(4x-3)(x-4) = 0$.

Exercice 3

Résoudre le système suivant :

$$\left\{\begin{array}{rcr} 3x + 2y & = & 850 \\ 2x + 4y & = & 1\,100 \end{array}\right.$$

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES 12 points

Exercice 1

Dans le plan muni d'un repère orthonormal (O, I, J), unité 1 cm, on considère les points :

$$A(-2\ ;\ 1) \quad ; \quad B(-1\ ;\ -2) \quad \text{et } C(4\ ;\ 3).$$

1. Placer les points A, B et C.
2. Montrer par le calcul que AC = $\sqrt{40}$.
3. Montrer que le triangle ABC est rectangle en A sachant que AB = $\sqrt{10}$ et BC = $\sqrt{50}$.
4. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{B}$, arrondie au degré.

Exercice 2

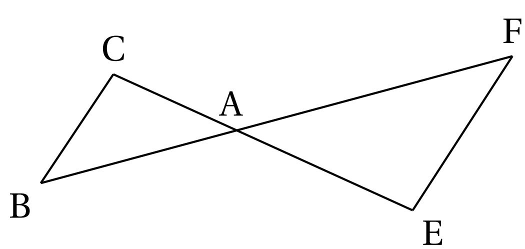
On considère la figure suivante dans laquelle :

Les points E, A et C sont alignés ;

Les points F, A, B sont alignés ;

AF = 12 cm ; AC = 5 cm ;

AB = 7,5 cm ; AE = 8 cm.



1. Montrer que les droites (BC) et (EF) sont parallèles.
2. Calculer la longueur EF sachant que BC = 3,5 cm.

Exercice 3

1. Tracer un carré EFGH de côté 6 cm.
2. Placer le point J tel que : $\overrightarrow{FJ} = \overrightarrow{EF}$.
3. Placer le point K tel que : $\overrightarrow{FK} = \overrightarrow{EH} + \overrightarrow{EF}$.

PROBLÈME 12 points

Une agence de location de voitures propose pour la location d'un minibus à la journée, trois tarifs :

Tarif A : 50 F par kilomètre parcouru.

Tarif B : 4 500 F fixe et 20 F par kilomètre parcouru.

Tarif C : un forfait de 8 000 F (kilomètres illimités).

Partie I

1. Sur votre copie, **recopier** et compléter le tableau suivant :

Nombre de kilomètres parcourus	80	160	200
Prix à payer avec le tarif A			
Prix à payer avec le tarif B			
Prix à payer avec le tarif C			

2. Entourer le tarif le plus avantageux pour chacune des distances parcourues.
3. Expliquer pourquoi le prix à payer P_C correspondant au tarif C est constant.

   Soit x le nombre de kilomètres parcourus en une journée ; exprimer en fonction de x, les prix à payer P_A et P_B correspondant respectivemenl aux tarifs A et B.

Partie II

1. Sur une feuille de papier millimétré tracer un repère orthogonal (O, I, J). On prendra les unités suivantes :

   1 cm pour 10 km sur l'axe des abscisses ;

   1 cm pour 500 F sur l'axe des ordonnées.

   (*Placer l'origine en bas et à gauche de la feuille*)
2. Dans ce repère, tracer les représentations graphiques des fonctions a, b et c définies par :

$$a(x) = 50x \quad ; \quad b(x) = 20x + 4\,500 \quad \text{et} \quad c(x) = 8\,000.$$

Partie III

Pour les questions suivantes, on ne demande ***aucun calcul*** *mais on fera apparaître sur le graphique* ***les traits de construction*** *permettant d 'y répondre.*

En vous aidant du graphique précédent :

1. Indiquer le prix à payer avec le tarif B, pour 100 km.
2. Indiquer le nombre de kilomètres que l'on peut parcourir pour 6 000 F avec le tarif A.

Durée : 2 heures

Brevet des collèges Nouvelle–Calédonie mars 2005

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES 12 points

Exercice 1

Calculer A et B et présenter les résultats sous la forme $a\sqrt{b}$, avec a et b entiers et b le plus petit possible :

- $\text{A} = 3\sqrt{45} + 2\sqrt{20} - 4\sqrt{80}$;
- $\text{B} = \sqrt{18} \times \sqrt{8} \times \sqrt{50}$.

Exercice 2

1. Vérifier que le plus grand diviseur commun à 63 et 105 est $d = 21$. Calculer les nombres a et b tel que :
$$63 = a \times d \quad \text{et} \quad 105 = b \times d.$$
2. Simplifier le plus possible $\dfrac{63}{105}$.

Exercice 3

On pose $A = (2x+1)^2 - 3(2x+1)$.

1. Développer et réduire A.
2. Factoriser A.
3. Calculer A pour $x = -\dfrac{2}{3}$.

Exercice 4

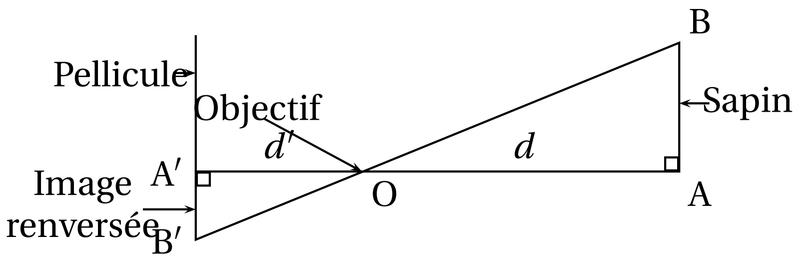
Résoudre le système :

$$\left\{\begin{array}{rcr} 2x+5y &=& 4 \\ 3x-2y &=& -13 \end{array}\right.$$

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES 12 points

Exercice 1

Voici le schéma simplifié du fonctionnement d'un appareil photographique : un objet [AB] situé à une distance d de l'objectif O a une image [A′B′] sur la pellicule située à une distance d' de O.



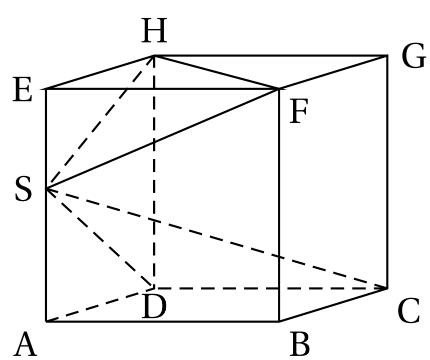
1. Prouver que les droites (AB) et (A'B') sont parallèles.
2. Démontrer l'égalité : $\dfrac{d}{d'} = \dfrac{\text{AB}}{\text{A}'\text{B}'}$.
3. Pour un certain appareil, $d' = 50$ mm. Un sapin d'une hauteur de 12 m se trouve à 15 m de l'objectif.

   Quelle est la hauteur de l'image qui se forme sur la pellicule ?

Exercice 2

ABCDEFGH est un cube de côté 6 cm. Un point S, choisi sur l'arête [AE], permet de définir une pyramide SABCD (de sommet S, de hauteur SA, de volume V_1)

On pose AS = x ($0 < x < 6$).



1. Montrer que $V_1 = 12x$.
2. Exprimer SE en fonction de x.
3. Expliquer pourquoi le triangle EFH est rectangle en E.
4. Calculer l'aire du triangle EFH.

Rappel : $V = \dfrac{1}{3}$aire de base × hauteur de la pyramide.

PROBLÈME 12 points

On se placera dans un repère orthonormal (O ; I, J), *où l'unité est le centimètre et on complétera la figure au fur et à mesure des questions.*

1. Tracer ce repère et placer les points : M(4 ; 2), P(−2 ; 4) et N(2 ; −4).
2. Prouver que $PM^2 = 40$.
3. Sachant que $PN^2 = 80$ et $MN^2 = 40$, montrer que le triangle MNP est rectangle.
4. Placer le point E(2 ; 1) sur la figure.
5. Vérifier que E est le milieu de [OM].
6. Tracer le cercle $\mathscr{C}$ de centre E et de diamètre [OM].
7. Soit R(1 ; 3) le milieu de [MP].
   Sachant que le rayon du cercle est égal à $\sqrt{5}$, vérifier par le calcul que le point R est sur le cercle $\mathscr{C}$.
8. En déduire, sans aucun calcul, que le triangle OMR est rectangle (on précisera en quel sommet).

Brevet des collèges Pondichéry avril 2005

Durée : 2 heures

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1

1. On pose $A = \frac{2}{3} + \frac{5}{3} \times \frac{1}{15}$ et $B = \left(1 - \frac{1}{7}\right) + \frac{12}{5}$.
   Calculer A et B en détaillant les étapes des calculs. Donner les résultats sous forme de fractions irréductibles.
2. On pose $C = \dfrac{5 \times 10^4 \times 42 \times 10^2}{6 \times 10^{-4}}$.
   Donner l'écriture scientifique de C en détaillant les étapes des calculs.

Exercice 2

1. On pose $D = 5\sqrt{3} - \sqrt{75} + 2\sqrt{27}$.
   Écrire D sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont des nombres entiers.
2. On pose $E = \left(\sqrt{7} + \sqrt{2}\right)\left(\sqrt{7} - \sqrt{2}\right)$.
   Montrer que E est un entier.

Exercice 3

On pose $F = 49 - (3x + 2)^2$.

1. Factoriser F.
2. Développer $(3x + 2)^2$, puis F.
3. Calculer F pour $x = \frac{5}{3}$.

Exercice 4

1. Calculer le PGCD de 388 et 129 en expliquant la méthode choisie.
2. Peut-on simplifier la fraction $\frac{388}{129}$? Justifier la réponse.

Exercice 5

1. Résoudre le système suivant :

$$\left\{\begin{array}{rcl} x+y & = & 104 \\ x-y & = & 8 \end{array}\right.$$

2. Matéo et Simon, qui ont 8 ans d'écart, additionnent leurs âges et trouvent 104 ans.

Sachant que Matéo est le plus jeune, calculer l'âge de chacune de ces deux personnes

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES 12 points

Exercice 1

Les questions sont indépendantes les unes des autres.
MNP est un triangle rectangle en P tel que :

MP = 5 cm et MN = 7 cm.

1. Calculer la mesure, arrondie au degré, de l'angle $\widehat{\text{MNP}}$.

2. Calculer la valeur exacte de NP ; donner son arrondi au mm.

3. Soit I le point du segment [MP] tel que PI = 2 cm. La parallèle à (MN) passant par I coupe [PN] en J.

Calculer IJ.

Exercice 2

1. Construire un segment [EF] de 8 cm puis le cercle de diamètre [EF]. G est un point de ce cercle tel que EG = 6 cm.

Quelle est la nature du triangle EFG ? Justifier la réponse.

2. Construire le point K symétrique de E par rapport au point G.

3. Construire 1e point L symétrique de F par rapport au point G.

4. Quelle est la nature du quadrilatère EKFL ? Justifier la réponse.

Exercice 3

Soit (O ; I, J) un repère orthonormé tel que OI = OJ = 1 cm.

1. Placer les points suivants :

$$A(3\,;\,3)\,;\,B(4\,;\,2)\;C(2\,;\,2)\text{ et }D(1\,;\,1).$$

2. Monter que C est le milieu du segment [AD]. Tracer les segments [AD], [AB] et [BC]. On obtient un dessin appelé T.

3. Construire en bleu l'image de T par la translation de vecteur $\overrightarrow{DA}$.

4. Construire en vert l'image de T par la rotation de centre O, d'angle 90 °, le sens étant celui des aiguilles d'une montre.

PROBLÈME **12 points**

Pour aller en train voir sa fille, Paul prévoit de faire plusieurs allers-retours entre Valy et Suret. Deux solutions lui sont proposées.

- Formule A : voyager à plein tarif ; un billet aller-retour s'élève à 170 euros.
- Formule B : acheter une carte « Escapade » coûtant 100 euros et bénéficier alors d'une réduction de 25 % pour chaque billet aller-retour.

1. Montrer qu'avec la formule B un aller-retour est facturé 127,50 euros.

2. Reproduire et compléter le tableau suivant sur votre copie.

Nombre d'allers-retours	1	2	3
Prix de revient avec la formule A (en euros)			
Prix de revient avec la formule B (en euros)			

3. Soit x le nombre de voyages aller-retours.
Exprimer, en fonction de x, le prix de revient de x voyages :
- par la formule A
- par la formule B.

4. a. Construire un repère orthogonal en prenant l'origine en bas à gauche de la feuille de papier millimétré et comme unités graphiques :
   - en abscisses, 2 cm pour une unité ;
   - en ordonnées, 2 cm pour 100 euros.

   b. Dans le repère précédent, construire la représentation graphique de deux fonctions A et B définies par :

$$A(x) = 170x \quad \text{et} \quad B(x) = 127,50x + 100.$$

5. Déterminer, à l'aide du graphique, à partir de quel nombre de voyages allers-retours Paul a intérêt à acheter la carte « Escapade ».
   Faire apparaître les tracés utiles.

6. a. Résoudre l'inéquation $127,50x + 100 < 1\,000$.

   b. Paul a un budget de 1 000 euros.
   Combien peut-il faire au maximum d'allers-retours avec sa carte « Escapade ».

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

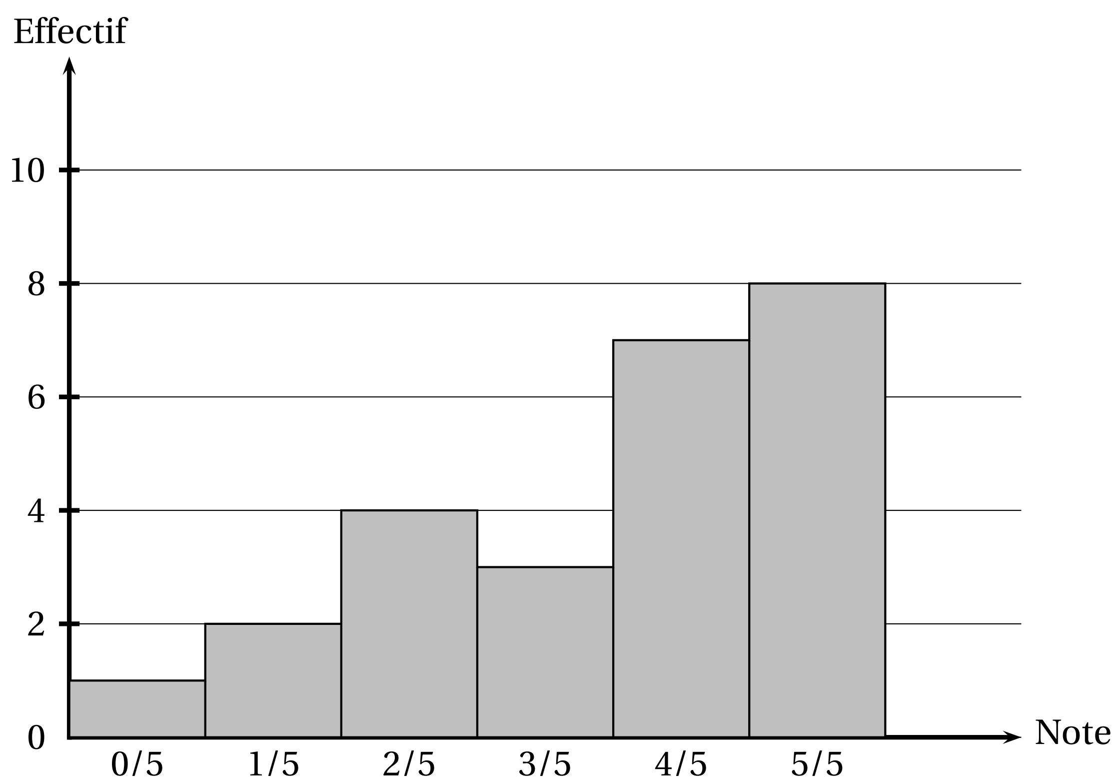
Exercice 1

Dans cet exercice, tous les calculs devront être détaillés.

1. Calculer l'expression : $A = \dfrac{13}{3} - \dfrac{4}{3} \times \dfrac{5}{2}$ (donner le résultat sous sa forme la plus simple).
2. Donner l'écriture scientifique du nombre B tel que :
   $B = \dfrac{7 \times 10^{15} \times 8 \times 10^{-8}}{5 \times 10^{-4}}$.
3. Écrire sous la forme $a\sqrt{7}$ (où a est un entier) le nombre C tel que :
   $C = 4\sqrt{7} - 8\sqrt{28} + \sqrt{700}$.
4. Développer et simplifier : $\left(4\sqrt{5} + 2\right)^2$.

Exercice 2 (3 points)

Voici l'histogramme des notes d'un contrôle noté sur 5 pour une classe de 25 élèves.



1. Reproduire et remplir le tableau des notes suivant.
2. Calculer la moyenne des notes de la classe.
3. Quelle est la médiane des notes de la classe ?
4. Calculer la fréquence des notes inférieures ou égales à 3 points sur 5.

Tableau à reproduire et compléter :

Note	0	1	2	3	4	5
Effectif						
Effectif cumulé croissant						

Exercice 3 (2 points)

Répondre aux questions suivantes. (Les calculs pourront être totalement faits à la calculatrice : on ne demande pas d'étapes intermédiaires ni de justification).

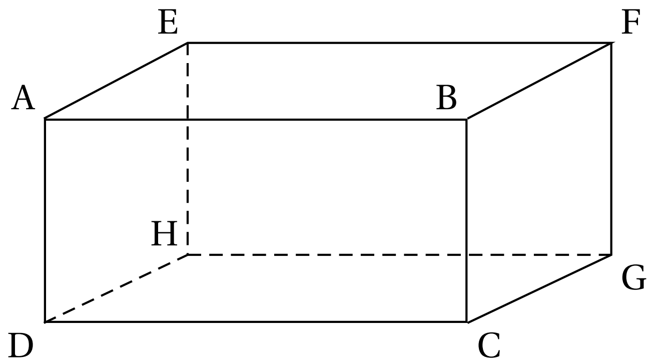
1. Donner un arrondi au centième du nombre A tel que : $\mathrm{A} = \dfrac{831 - 532}{84}$.
2. Convertir $3,7$ heures en heures et minutes.
3. Donner un arrondi au millième du nombre B tel que : $\mathrm{B} = \dfrac{\dfrac{53}{51} - \dfrac{32}{85}}{\dfrac{63}{34}}$.
4. Calculer à 0,01 près $\mathrm{C} = \sqrt{\dfrac{83 + 167}{158}}$.

Exercice 4 (3 points)

1. Trouver le PGDC de 6 209 et 4 435 en détaillant la méthode.
2. En utilisant le résultat de la question précédente, expliquer pourquoi la fraction $\dfrac{4\,435}{6\,209}$ n'est pas irréductible.
3. Donner la fraction irréductible égale à $\dfrac{4\,435}{6\,209}$.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

Exercice 1 (5 points)



1. **a.** Que peut-on dire des droites (AE) et (AB) ? Le justifier.

   b. Les droites (EH) et (AB) sont-elles sécantes ?

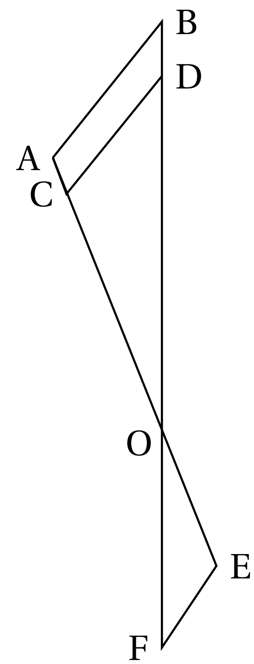
2. **a.** Calculer EG. On donnera la valeur exacte.

   b. En considérant le triangle EGC rectangle en G, calculer la valeur exacte de la longueur de la diagonale [EC] de ce parallélépipède rectangle.

3. Montrer que le volume de ABCDEFGH est égal à 72 m^3.

4. Montrer que l'aire totale de ABCDEFGH est égale à 108 m^2.

Exercice 2 (3 points)



Sur le dessin ci-contre, les droites (AB) et (CD) sont parallèles, les points A, C, O, E sont alignés ainsi que les points B, D, O et F. (On ne demande pas de faire le dessin).
De plus, on donne les longueurs suivantes :
CO = 3 cm, AO = 3,5 cm, OB = 4,9 cm,
CD = 1,8 cm,
OF = 2,8 cm et OE = 2 cm.

1. Calculer (en justifiant) OD et AB.
2. Prouver que les droites (EF) et (AB) sont parallèles.

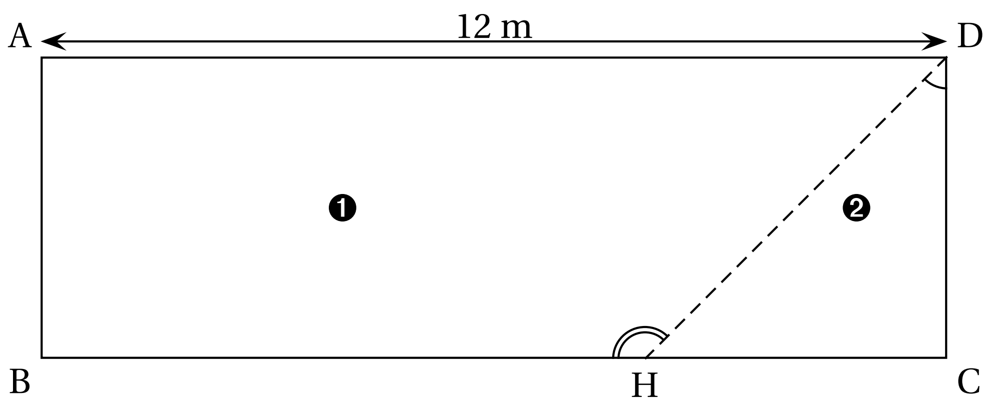
Exercice 3 (4 points)

Soit ABC un triangle tel que AB = 4,2 cm, BC = 5,6 cm, AC = 7 cm.

1. Faire une figure en vraie grandeur.
2. Prouver que ABC est rectangle en B.
3. Calculer le périmètre et l'aire de ABC.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

On dispose d'un séjour rectangulaire dans lequel on veut réaliser un petit cagibi triangulaire. Pour cela, on veut installer une cloison.



Voici ci-dessus, une représentation de la pièce.

La partie ❷ est le cagibi et la partie ❶ représente le séjour après la création du cagibi. La cloison a été dessinée en pointillés.
Dans l'exercice, on considérera que la cloison a une épaisseur nulle.
Les trois parties sont indépendantes.

Partie 1 (3 points)
On considère que $x = 3$ m.

1. Quelle est la longueur de la cloison (en pointillé) ?
2. Calculer la valeur (à 1 ° près) de l'angle $\widehat{\text{HDC}}$?
3. Calculer la valeur (à 1 ° près) de l'angle $\widehat{\text{DHB}}$?

Partie 2 (6 points)

1. **a.** Exprimer la surface au sol du cagibi ❷ en fonction de x, sous la forme $f(x) = \dots$

   b. Exprimer la surface au sol du séjour ❶ en fonction de x, sous la forme $g(x) = ...$
2. On admet que $f(x) = 2x$ et que $g(x) = 48 - 2x$.

   a. Quelle est la nature de la fonction f ? Quelle est la nature de la fonction g ?

   b. Tracer dans un repère (abscisse : 1 cm pour 0,5 unités et en ordonnées, 1 cm pour 5 unités) les représentations graphiques des fonctions f et g pour x compris entre 0 et 10.
3. On veut que le séjour ❶ ait une surface minimale de 35 m^2.

   a. Lire sur le graphique la valeur maximale de x pour que cette condition soit respectée.

   b. Écrire une inéquation qui traduise que la surface du séjour doit être supérieure ou égale à 35 m^2.

   c. Résoudre cette inéquation.

Partie 3 (3 Points)

On réalise une maquette de cette pièce, avant la création du cagibi, à l'échelle 1/200.

1. Rappeler ce que signifie « échelle 1/200 » ?
2. Quelle sera, sur la maquette, la longueur du mur de 12 m ?
3. La surface réelle du séjour est de 48 m^2. Quelle est la surface du sol du séjour dans la maquette (en cm^2) ?
4. Le volume du séjour de la maquette est de $13,125$ cm^3. Quel est le volume réel du séjour (en cm^3 puis en m^3) ?

Durée : 2 heures

Brevet des collèges Amérique du Nord
juin 2005

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES 12 points

Exercice 1

On donne : $A = \dfrac{5}{3} - \dfrac{4}{3} \times \dfrac{7}{11}$ et $B = \dfrac{210 \times 10^{-6} \times 5 \times 10^{5}}{35 \times 10^{4}}$.

1. Donner le résultat de A sous la forme d'une fraction irréductible en précisant toutes les étapes.
2. Déterminer l'écriture scientifique de B en précisant toutes les étapes.

Exercice 2

Madame A et Monsieur B sont tous les deux professeurs de mathématiques et ont tous les deux une classe de Troisième ayant 20 élèves.
Ils comparent les notes obtenues par leurs élèves au dernier devoir commun :

Notes attribuées par Madame A	Notes attribuées par Monsieur B
7–8–12–12–18–5–11– 6-3–8-5–18–9–20– 6–16–6–18–7–15	8–8–9–12–11–8–13– 15–7–9–10–10–12–8– 10–14–12–11–14–9

1. Construire, sur la copie et sur un même dessin, les diagrammes en bâtons représentant les deux séries de notes. (Utiliser deux couleurs.)
2. Calculer la moyenne de chaque série.
3. Déterminer une médiane de chaque série.
4. Comparer ces deux classes.

Exercice 3

1. Résoudre le système : $\begin{cases} x-3y &= 35 \\ 5x-4y &= -20 \end{cases}$

2. Montrer que les valeurs trouvées pour x et y vérifient la condition suivante :

$$8\left(\frac{x-5}{y-5}\right)=3\left(\frac{x+20}{y+20}\right).$$

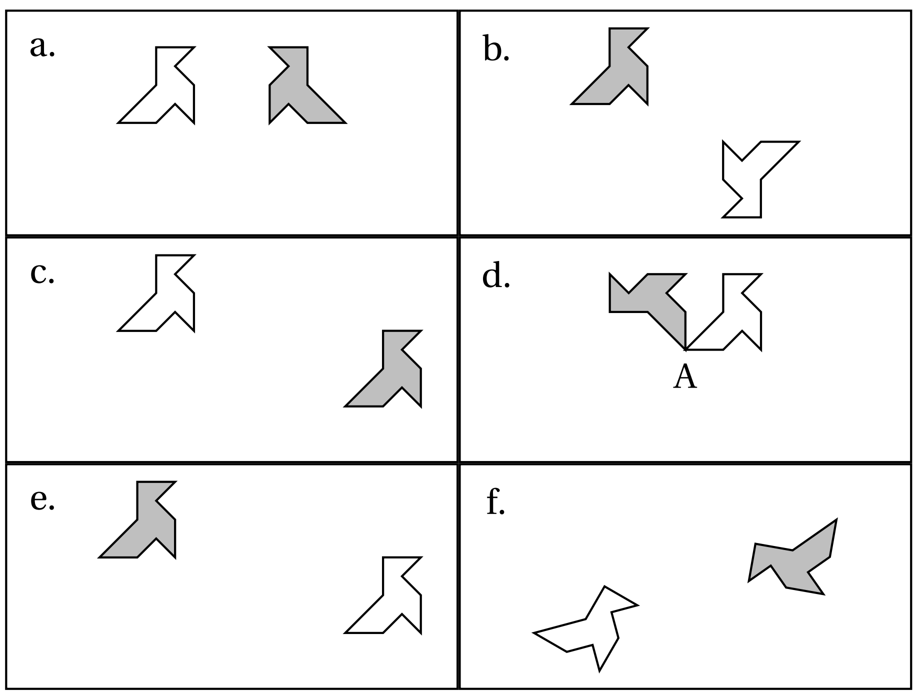
ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES 12 points

Exercice 1

La figure grise est obtenue après avoir appliqué une transformation du plan à la figure blanche. Dans chaque cas :

• Préciser le type de transformation (symétrie axiale centrale, translation, rotation).

• Faire apparaître et préciser le(s) élément(s) caractéristique(s) de cette transformation (axe, centre, vecteur, angle, sens de rotation).



a. Transformation : ……
Éléments caractéristiques : ……
c. Transformation : ……
Éléments caractéristiques : ……
e. Transformation : ……
Éléments caractéristiques ……

b. Transformation : ……
Éléments caractéristiques : ……
d. Transformation : ……
Éléments caractéristiques : ……
c. Transformation : ……
Éléments caractéristiques : ……

Exercice 2

Une boîte parallélépipédique de dimensions 4 cm, 4 cm et 8 cm contient deux boules de rayon 2 cm. Calculer le volume de l'espace laissé libre par les deux boules (arrondir au cm^3).
Rappel : Le volume d'une boule de rayon R est $\frac{4}{3}\pi R^3$.

Exercice 3
L'unité est le centimètre.

1. Dans un repère orthonormé (O ; I, J), placer les points :

$$A(6\,;0),\ L(0\,;8) \text{ et } K(4\,;10).$$

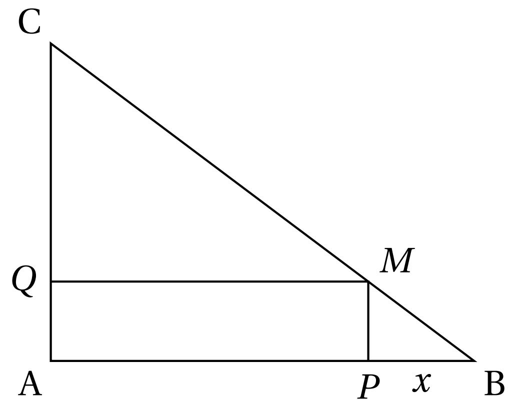
2. Calculer la longueur AL.
3. On donne : AK $= \sqrt{104}$ et LK $= \sqrt{20}$.
Démontrer que le triangle AKL n'est pas rectangle en L.
4. **a.** Construire le point L$'$, symétrique de L par rapport à la hauteur issue de A du triangle AKL.
b. En déduire la longueur AL$'$.
c. Déterminer approximativement (par lecture graphique) les coordonnées de L$'$.
5. On admet que, si x est l'abscisse d'un point M de la droite (LK), alors l'ordonnée de M est $\frac{1}{2}x+8$ et :

$$AM^2 = \frac{5}{4}x^2 - 4x + 100.$$

a. En déduire les valeurs de x pour lesquelles on a A$M = 10$.
b. Quelles sont alors les coordonnées exactes de L ?

PROBLÈME **12 points**

ABC est un triangle rectangle en A avec :
AB = 4 cm et AC = 3 cm.
M est un point de [BC], P est un point de [AB] et Q un point de [AC] tels que le quadrilatère APMQ soit un rectangle.
Notons x la longueur BP en cm.



PREMIÈRE PARTIE

1. Montrer que $PM = \dfrac{3}{4}x$.
2. Montrer que le périmètre du rectangle APMQ est égal à $8 - \dfrac{x}{2}$.
3. **a.** Expliquer pourquoi on a : $0 \leqslant x \leqslant 4$.

   b. Est-il possible de placer M sur [BC] pour que le périmètre du rectangle APMQ soit égal à :
   7cm ? 4cm ? 10 cm ?
4. Faire la figure dans le cas où le périmètre est 7 cm.

DEUXIÈME PARTIE

1. **a.** Calculer la longueur BC.

   b. Montrer que B$M = \dfrac{5x}{4}$.
2. En déduire, en fonction de x, le périmètre du triangle BPM.
3. Construire dans un repère orthonormé les représentations graphiques des fonctions :

$$x \longmapsto 3x \quad \text{et} \quad x \longmapsto 8 - \frac{x}{2}.$$

4. **a.** Déterminer graphiquement une valeur approchée de x pour laquelle BPM et APMQ ont le même périmètre.

   b. Trouver par un calcul la valeur exacte de x.

∾ Brevet Antilles–Guyane juin 2005 ∾

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1

On fera apparaître les étapes de chaque calcul.

1. Écrire $A = \dfrac{\dfrac{4}{3}+\dfrac{3}{10}}{\dfrac{5}{2}-\dfrac{2}{5}}$ sous la forme d'une fraction irréductible.
2. Calculer $B = 5^3 - \left(2^4 + 7,5\right)^2$.
3. Montrer que $C = \left(3-4\sqrt{5}\right)\left(3+4\sqrt{5}\right)$ est un entier relatif.

Exercice 2

1. Les nombres 1 540 et 693 sont-ils premiers entre eux ? Justifier.
2. Donner la fraction irréductible égale à $\dfrac{1\,540}{693}$.

   On fera apparaître la méthode utilisée.

Exercice 3

Les notes de mathématiques obtenues par les 150 élèves d'un collège lors d'un brevet blanc sont réparties dans le tableau ci-dessous :

Note n	$0 \leqslant n < 8$	$8 \leqslant n < 16$	$16 \leqslant n < 24$	$24 \leqslant n < 32$	$32 \leqslant n \leqslant 40$
Nombre d'élèves	14	N	55	20	9

1. Calculer le nombre N.
2. Combien d'élèves ont obtenu moins de 24 ?
3. Quel est le pourcentage d'élèves ayant obtenu au moins 24 ?

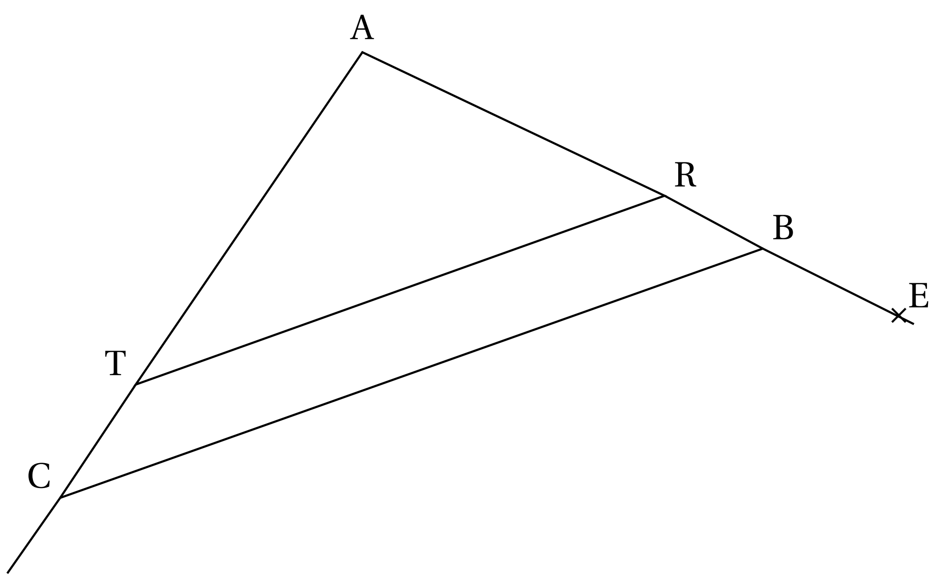
Activités géométriques **12 points**

Exercice 1

1. Tracer un cercle de centre O et de diamètre AB = 11 cm.
   Soit C un point de ce cercle tel que BC = 6,6 cm.
2. Montrer que ABC est un triangle rectangle en C.
3. Calculer la distance AC.
4. Déterminer la mesure arrondie au degré près de l'angle $\widehat{BAC}$.

Exercice 2

La figure ci-dessous n'est pas en vraie grandeur et il n'est pas demandé de la reproduire.
ABC est un triangle tel AB = 6 cm, AC = 7,2 cm et BC = 10 cm.
Les points R et E appartiennent à la droite (AB), le point T appartient à la droite (AC). Les droites (BC) et (RT) sont parallèles. On donne AR = 4,5 cm et BE = 2 cm.



1. Calculer AT, TR et AE.
2. Les droites (BT) et (EC) sont-elles parallèles ?

Problème **12 points**

Le plan est muni d'un repère orthonormal (O, I, J). L'unité de longueur est le centimètre. On considère les points A(3 ; 1), B(2 ; −2) et C(−6 ; 4).

Partie I

1. Placer les points A, B et C dans le repère.
2. On considère la fonction affine $f\ :\ x \longmapsto mx + p$ dont la représentation graphique est la droite (AB).

   a. Déterminer les images de 2 et de 3 par la fonction f.

   b. Déterminer les valeur de m et p de la fonction f.

Partie II

1. Montrer que AC = $3\sqrt{10}$.
2. On donne AB = $\sqrt{10}$ et BC = 10.
   Montrer que le triangle ABC est rectangle en A.
3. Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{\text{AB}}$.
4. Construire le point D image de C dans la translation de vecteur $\overrightarrow{\text{AB}}$.
   Déterminer graphiquement les coordonnées du point D.
5. Montrer que le quadrilatère ABDC est un rectangle.
6. On considère le cercle $\mathscr{C}$ circonscrit au rectangle ABDC.
   Déterminer les coordonnées de son centre puis construire $\mathscr{C}$.

Durée : 2 heures

Brevet des collèges Centres étrangers juin 2005

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES — 12 points

EXERCICE 1

1. 288 et 224 sont-ils premiers entre eux ? Expliquer pourquoi.
2. Déterminer le PGCD de 288 et 224.
3. Écrire la fraction $\dfrac{224}{288}$ sous forme irréductible.
4. Un photographe doit réaliser une exposition en présentant ses œuvres sur des panneaux contenant chacun le même nombre de photos de paysage et le même nombre de portraits.

   Il dispose de 224 photos de paysage et de 288 portraits.

   Combien peut-il réaliser au maximum de panneaux en utilisant toutes les photos ?

   Combien chaque panneau contient-il de photos de paysage et de portraits ?

EXERCICE 2

On considère l'expression D, dont une écriture est la suivante : $D = (x-3)^2 - 25$.

1. Développer et réduire l'expression D.
2. Factoriser l'expression D.
3. Calculer D pour $x = \sqrt{5}$. Donner le résultat sous la forme $a + b\sqrt{5}$.
4. Résoudre l'équation $D = 0$.

EXERCICE 3

Montrer, en détaillant les calculs, que les nombres A, B et C ci-dessous sont tous égaux à un même nombre entier.

$$A = \frac{7}{9} + \frac{2-2\times 3}{3-3\times 7}$$
$$B = \frac{(-2)\times 10^{-3}\times 25\times \left(10^2\right)^2}{50\times 10^5\times(-0,1)\times 10^{-3}}$$
$$C = \frac{3\sqrt{96}}{4\sqrt{54}}$$

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES — 12 points

EXERCICE 1

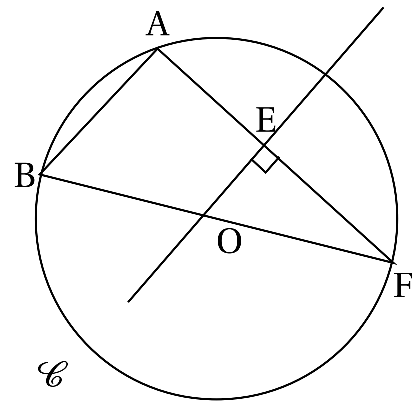
Un pavage est constitué de losanges tous identiques au losange ABCD comme sur la figure codée en **annexe 1**.
On appelle R la rotation de centre D qui transforme B en A.
On appelle t la translation de vecteur $2\overrightarrow{BC}$.
On appelle S_B la symétrie de centre B.

1. Quel est l'angle de la rotation R ? Justifier la réponse.
2. Sur l'annexe 1, tracer, en couleur, l'image L_1 du losange ABCD par R.
3. Sur l'annexe 1, tracer, en couleur, l'image L_2 du losange ABCD par t.
4. Sur l'annexe 1, tracer, en couleur, l'image L_3 du losange ABCD par t.

EXERCICE 2

Sur le croquis ci-contre
- $\mathscr{C}$ est un cercle de centre O et de diamètre BF = 40 mm.
- A est un point du cercle $\mathscr{C}$ tel que AB = 14 mm.
- La perpendiculaire à la droite (AF) passant par O coupe le segment [AF] en E.

1. Quelle est la nature du triangle ABF ? Justifier votre réponse.
2. Calculer la valeur arrondie au dixième de degré près de l'angle $\widehat{\text{AFB}}$.
3. Calculer la valeur arrondie au millimètre près de la longueur EF.



EXERCICE 3

Sur la figure présentée en **annexe 2**, le repère est orthonormé.
On a placé les points A(−3 ; 4), B(0 ; 6), C(4 ; 0), D(1 ; −2).

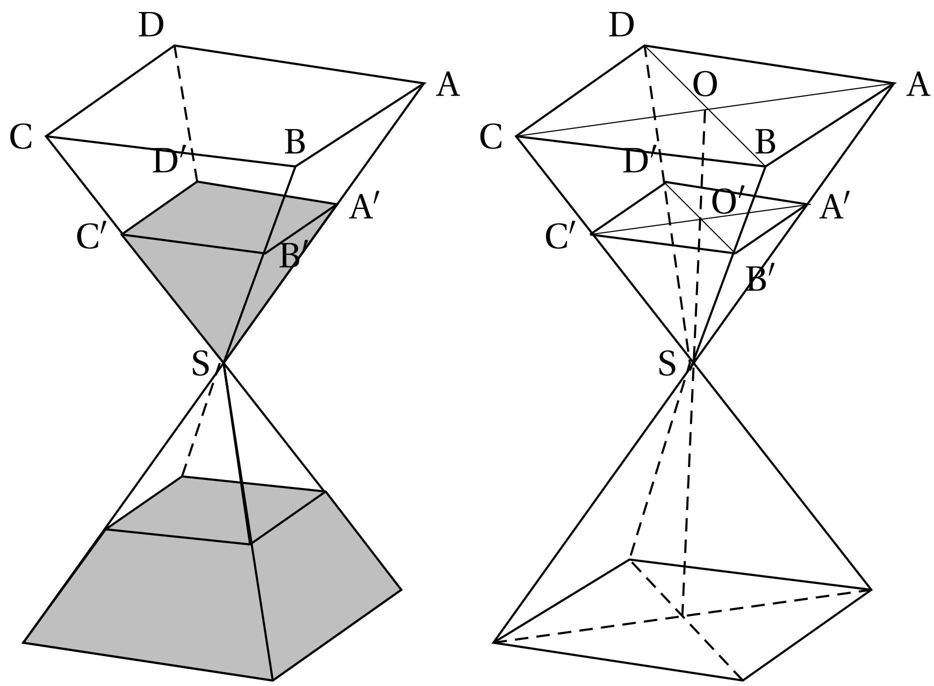
1. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{\text{AB}}$ et $\overrightarrow{\text{DC}}$.
2. **a.** Calculer les valeurs exactes des longueurs AB, BC et AC.

   b. Prouver que le triangle ABC est rectangle.
3. Déduire des questions précédentes la nature du quadrilatère ABCD. Justifier.
4. **a.** Construire à la règle et au compas, le point E tel que ACDE soit un parallélogramme.

   b. Calculer les coordonnées du point E.

PROBLÈME **12 points**

Un sablier est constitué de deux pyramides superposées comme le montre le croquis ci-dessous.
Le sable s'écoule au niveau du point S. La surface du sable est représentée par le plan A′B′C′D′ horizontal et parallèle aux bases des pyramides.
On suppose qu'au départ, le volume du sable occupe la totalité de la pyramide SABCD.



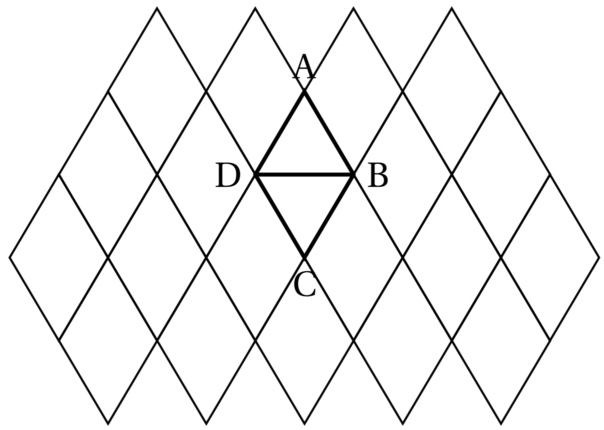
La pyramide SABCD est régulière, sa base est un carré ABCD, on rappelle que la hauteur (SO) est perpendiculaire au plan ABCD.
On donne : OA = 27 mm, SO = 120 mm.
Dans tout ce problème A′ est le milieu de [SA]

1. Représenter la base ABCD en vraie grandeur.
2. **a.** Justitifer que le triangle AOB est rectangle isocèle.
   b. Montrer que AB = $27\sqrt{2}$ mm.
3. **a.** Calculer l'aire du carré ABCD.
   b. En déduite que le volume V de la pyramide SABCD est 58 320 mm^3.
4. Le triangle SOA est rectangle. Montrer que SA = 123 mm.
5. La pyramide SA′B′C′D′ est une réduction de la pyramide SABCD.
   a. Que peut-on dire des droites (OA) et(O′A′) ?
   b. Déterminer le coefficient de réduction $\dfrac{\text{SO}'}{\text{SO}}$.
6. On note V′ le volume de la pyramide SA′B′C′D′.
   Calculer V′.

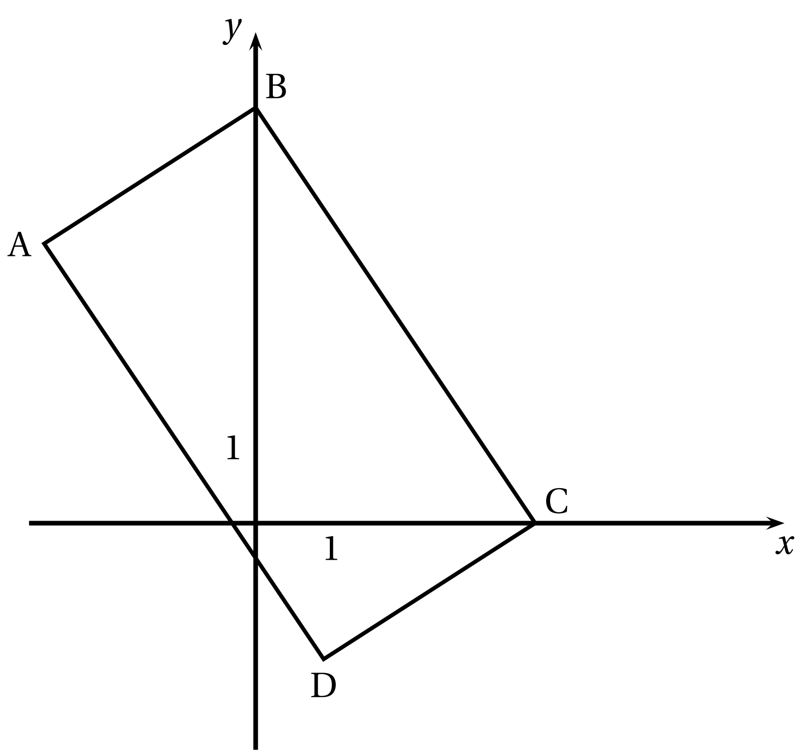
7. On admet que le volume du sable descendu est proportionnel au temps écoulé. Tout le sable s'écoule en 4 minutes. Au bout de combien de temps le niveau de sable est-il dans la position étudiée ?

ANNEXES à rendre avec la copie

Annexe 1 : Activités géométriques (Exercice 1)



Annexe 2 : Activités géométriques (Exercice 3)



Durée : 2 heures

Brevet des collèges Madagascar Océan Indien juin 2005

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES 12 points

Exercice 1

Les questions 1, 2 *et* 3 *sont indépendantes.*

1. On donne $A = \dfrac{\dfrac{3}{4} - 3}{\dfrac{1}{2} + 2}$.

   Calculer et donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible ; on fera apparaître les étapes du calcul.

2. On donne $B = \dfrac{1,5 \times 10^{-3}}{3 \times 10^{2}}$.

   a. Donner l'écriture décimale de B.

   b. Exprimer B en écriture scientifique.

3. **a.** On donne $C = \sqrt{180} - 2\sqrt{80}$.

   Écrire C sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont des nombres entiers et b le plus petit possible.

   b. Soit $D = \dfrac{5\sqrt{12}}{2\sqrt{3}}$.

   Montrer que D est un nombre entier, en faisant apparaître les étapes du calcul.

Exercice 2

On donne l'expression :

$$M = (3x+5)^2 - (3x+5)(2x+7).$$

1. Développer et réduire M.
2. Factoriser M.

3. Calculer M pour $x = 2$, puis pour $x = 0$.
4. Résoudre l'équation $M = 0$.

Exercice 3

Une course a été organisée pour les élèves de Troisième (40 garçons et 50 filles) d'un collège. Les résultats sont donnés dans les tableaux suivants.

Résultats des garçons

Temps de parcours	de 10 à 15 min	de 15 à 20 min	de 20 à 25 min	de 25 à 30 min	de 30 à 35 min
Effectifs	8	14	9	6	3

Résultats des filles

Temps de parcours	de 10 à 15 min	de 15 à 20 min	de 20 à 25 min	de 25 à 30 min	de 30 à 35 min
Effectifs	7	8	12	11	12

1. **a.** Montrer que le temps de parcours moyen des garçons est 20,25 minutes (c'est-à-dire 20 minutes 15 secondes).

   b. Calculer celui des filles.
2. Construire un diagramme en barres qui représente les résultats contenus dans les deux tableaux précédents.
3. **a.** Calculer le pourcentage de garçons ayant effectué un temps compris entre 15 et 30 minutes pour cette course.

   b. Calculer le pourcentage de filles ayant effectué un temps compris entre 15 et 30 minutes pour cette course.

   c. Calculer le pourcentage d'élèves ayant effectué un temps compris entre 15 et 30 minutes pour cette course (arrondir au dixième).
4. Entre le groupe des garçons et celui des filles, lequel vous paraît le plus homogène ?

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES 12 points

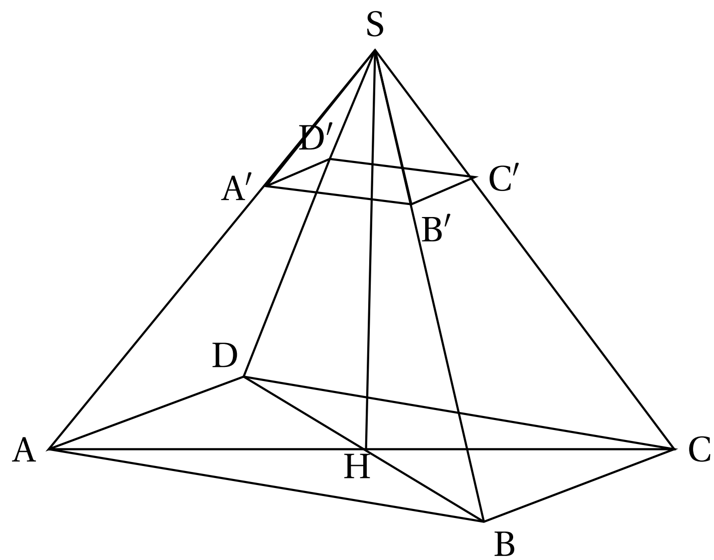
Exercice 1

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O ; I, J), on considère les points A(−2 ; −1) et B(4 ; 3). On note $\mathscr{C}$ le cercle de diamètre [AB] et M le centre de $\mathscr{C}$.

1. Dessiner la figure.
2. Calculer les coordonnées de M.
3. Calculer le rayon du cercle $\mathscr{C}$ (on donnera la valeur exacte).
4. Soit F le point de coordonnées (3 ; 4). Démontrer que F est un point du cercle $\mathscr{C}$.
5. Que peut-on dire du triangle AFB ?
6. On précise que FA = $\sqrt{50}$ et FB = $\sqrt{2}$.
   Calculer l'arrondi au degré de l'angle $\widehat{\text{FAB}}$.

Exercice 2

Sur la figure suivante, SABCD est une pyramide à base rectangulaire, de hauteur [SH], où H est le centre du rectangle ABCD.
On donne : AB = 8 cm, BC = 6 cm et SH = 12 cm.



1. Calculer AC ; en déduire AH.
2. Calculer le volume de la pyramide SABCD.

3. Démontrer que SA = 13 cm. On note A′ le point de [SA] tel que SA′ = 3,25 cm. On coupe la pyramide par le plan parallèle à la base et passant par A′. On obtient une petite pyramide SA′B′C′D′.

4. **a.** Calculer le coefficient de réduction de SA′B′C′D′ par rapport à SABCD.

b. En déduire les longueurs A′B′ et B′C′ puis le volume de SA′B′C′D′.

5. Où aurait-il fallu placer A′ pour obtenir une pyramide dont le volume est huit fois plus petit que celui de la pyramide SABCD ? Justifier.

PROBLÈME **12 points**

Un vidéo-club propose différents tarifs pour l'emprunt de DVD.

- Tarif A : 4 euros par DVD emprunté.
- Tarif B : 2,50 euros par DVD emprunté, après avoir payé un abonnement de 18 euros.
- Tarif C : abonnement de 70 euros pour un nombre illimité de DVD.

1. Reproduire et compléter le tableau suivant indiquant le prix à payer pour 5 ou 15 ou 25 OVO, aux tarifs A, B ou C.

	5 DVD	15 DVD	25 DVD
Coût au tarif A			
Coût au tarif B			
Coût au tarif C			

On note x le nombre de DVD empruntés.

2. On admet que les trois tarifs peuvent être exprimés à l'aide des fonctions suivantes :

$f : x \longmapsto 2,5x + 18$

$g : x \longmapsto 70$

$h : x \longmapsto 4x.$

a. Associer à chaque tarif la fonction qui lui correspond.

b. Tracer dans un même repère les représentations graphiques de ces trois fonctions. On prendra en abscisse 1 cm pour 2 DVD et en ordonnée 1 cm pour 5 euros.

3. **a.** Résoudre l'équation : $4x = 2,5x + 18$.

b. Interpréter le résultat.

4. **a.** Résoudre graphiquement l'inéquation :
$70 \leqslant 2,5x + 18$.

b. Retrouver ensuite le résultat par le calcul.

5. Synthèse
Donner le tarif le plus intéressant selon le nombre de DVD empruntés.

Brevet Polynésie juin 2005

ACTIVITÉS NUMÉRIOUES **12 points**

Le détail des calculs devra apparaître sur la copie.

Exercice 1

Calculer A et B en donnant le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$$A = \frac{\frac{9}{2}}{3} \qquad B = \frac{4}{5} - \frac{8}{3} \times \frac{2}{5}$$

Exercice 2

Calculer C puis donner le résultat sous forme scientifique.

$$C = \frac{4 \times 10^{-2} \times 30 \times 10^{5}}{6 \times 10^{-1}}$$

Exercice 3

On considère l'expression $D = 7\sqrt{3} - 3\sqrt{48}$.

Écrire D sous la forme $a\sqrt{3}$ où a est un nombre entier relatif.

Exercice 4

On considère l'expression $E = (x-2)^2 + (x-2)(3x-1)$.

1. Développer et réduire E.
2. Factoriser E.
3. Résoudre l'équation $(x-2)(4x-1) = 0$.

Exercice 5

1. Résoudre le système ci-dessous :

$$\left\{\begin{array}{rcl} x + 3y &=& 2250 \\ 2x + y &=& 2750 \end{array}\right.$$

2. Pour l'achat d'un tee-shirt et de trois casquettes, André a payé 2 250 F.

   Pour l'achat de deux tee-shirts et d'une casquette, Maeva a payé 2 750 F.

   Déterminer le prix d'un tee-shirt et d'une casquette.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES 12 points

Exercice 1

L'unité de longueur est le centimètre

$\mathscr{C}$ est un cercle de 2,6 cm de rayon. Le segment [MN] est un diamètre de ce cercle. P est un point du cercle tel que MP = 2.

1. Construire la figure.
2. Démontrer que le triangle MNP est rectangle en P.
3. Calculer la longueur PN.
4. a. Calculer le cosinus de l'angle $\widehat{\text{NMP}}$. Arrondir le résultat au millième.

   b. En déduire la mesure de l'angle $\widehat{\text{NMP}}$ arrondie au degré.

Exercice 2

L'unité de longueur est le centimètre

ABC est triangle tel que AB = 4,5 et AC = 6 et BC = 7,5.

1. Démontrer que ABC est un triangle rectangle.
2. Construire le triangle et placer lepoint D sur [AC] tel que AD = 2.

   Tracer la droite passant par D et parallèle à (AB). Elle coupe (BC) en E.

   Placer le point E.
3. Démontrer que CDE est un triangle rectangle en D.
4. Calculer DE.

PROBLÈME 12 points

Partie A

Le tableau suivant représente la hauteur des précipitations relevées mensuellement sur un atoll des Tuamotu en 2004.

mois	jan.	fév.	mars	avr.	mai	juin
précipitations en mm	200	175	120	0	95	110

mois	juil.	aôu.	sep.	oct.	nov.	déc.
précipitations en mm	110	90	85	100	140	155

1. Quel est le mois le plus sec ?

2. Calculer la hauteur d'eau tombée sur l'atoll en 2004.

3. Calculer la hauteur d'eau moyenne tombée en un mois.

Partie B

Un habitant de cet atoll utilise la toiture de sa maison pour recueillir l'eau de pluie et la stocker dans un réservoir. Vue du ciel, cette toiture a la forme d'un rectangle de 6 m par 10 m.

1. Calculer l'aire de ce rectangle en m^2.

On admet que le volume d'eau recueilli sur cette toiture est obtenu à l'aide de la formule suivante :

$V = A \times h$ où A est l'aire de la base (en m^2) et h est la hauteur d'eau tombée (en m).

Calculer le volume d'eau (en m^3) tombé sur cette toiture pendant le mois de mars.

2. Cette eau est stockée dans une cuve pouvant contenir toute l'eau des précipitations.

On rappelle que $1 \text{ m}^3 = 1\,000$ litres.

La consommation de cet habitant est de 300 litres d'eau par jour.

Calculer sa consommation pour le mois de mars (en m^3).

3. À la fin du mois de février, il restait 6,9 m^3 d'eau dans la cuve.

   Quel volume d'eau reste-t-il à la fin du mois de mars ?

Partie C

1. On considère le mois d'avril 2004.

   Soit x le nombre de jours écoulés depuis le début du mois. On admet que le volume d'eau restant dans la cuve pour x jours écoulés est donné par

   $y = 4,8 - 0,3x$.

   Calculer le volume restant dans la cuve à la fin du 7^e jour.

2. Soit g la fonction affine définie par $g(x) = 4,8 - 0,3x$.

   Construire la représentation graphique de la fonction g sur la feuille de papier millimétré mise à votre disposition (prendre 1 cm pour 2 jours en abscisse et 1 cm pour 0,4 m^3 en ordonnée).

3. Cet habitant a continué à consommer 300 litres d'eau par jour en avril.

   Déterminer par lecture graphique le volume d'eau (en m^3) qui reste dans la cuve au bout du 10^e jour. (Faire apparaître la réponse sur le graphique.)

Brevet Bordeaux 28 juin 2005

Activités numériques **12 points**

Exercice 1

1. Calculer $A = 2 - \dfrac{5}{2} \div \dfrac{15}{4}$.

   On donnera le résultat sous forme d'une fraction irréductible.

   Toutes les étapes du calcul seront détaillées sur la copie.

2. On considère $B = \dfrac{2,5 \times 10^{-3} \times 9 \times 10^{5}}{15 \times 10^{-4}}$.

   a. Calculer B ; le résultat sera donné en écriture décimale.

   b. Écrire B en écriture scientifique.

3. Calculer l'expression $C = 2\sqrt{45} + 3\sqrt{20} - 10\sqrt{5}$.

   On donnera le résultat sous la forme $a\sqrt{5}$ où a est un entier relatif.

Exercice 2

1. Calculer le PGCD des nombres 675 et 375.
2. Écrire la fraction $\dfrac{675}{375}$ sous forme irréductible.

Exercice 3

On considère l'expression suivante :
$E = (x-3)^2 + (x-3)(x+3)$.

1. Développer et réduire E.
2. Factoriser E.
3. Calculer E pour $x = 5$.
4. Résoudre l'équation $x(x-3) = 0$.

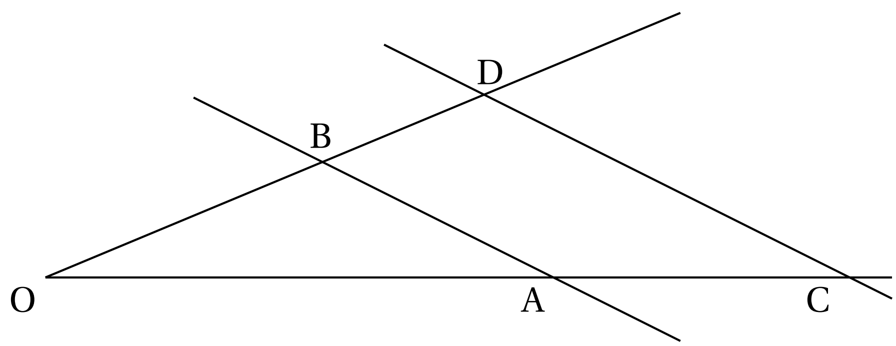
Exercice 4

Aujourd'hui, Marc a 11 ans et Pierre a 26 ans.
Dans combien d'années l'âge de Pierre sera-t-il le double de celui de Marc ?
La démarche suivie sera détaillée sur la copie.

Activités géométriques **12 points**

Exercice 1

Dans tout cet exercice, l'unité de longueur est le centimètre.
On considère la figure ci-dessous. Ses dimensions ne sont pas respectées et on ne demande pas de la représenter.
Les droites (AB) et (CD) sont parallèles.
Les points O, B, D sont alignés, ainsi que les points O, A, C.
On donne les mesures suivantes : OA = 8 ; OB = 6 ; OC = 10.



1. Calculer la longueur BD.
   La démarche suivie sera expliquée sur la copie.
2. Dans les questions qui suivent, on suppose que $\widehat{OBA}$ est droit.
   a. Calculer $\cos\widehat{AOB}$ puis en déduire une valeur approchée arrondie au degré près de la mesure de l'angle $\widehat{AOB}$.
   b. Justifier que le triangle ODC est rectangle.
   c. En utilisant le théorème de Pythagore, donner une valeur approchée, en cm, arrondie au dixième de la longueur CD (On pourra admettre que OD = 7,5).

Exercice 2

On considère un repère orthonormal (O, I, J) (unité : le centimètre).

1. Placer les points A$(-2\,;\,3)$ et C$(3\,;\,2)$ dans le repère précédent.
2. Calculer les distances OA, OC et AC. On donnera les valeurs exactes de ces distances.
3. Montrer que le triangle OAC est un triangle rectangle isocèle en O.
4. Construire le point B tel que $\overrightarrow{\text{OB}} = \overrightarrow{\text{OA}} + \overrightarrow{\text{OC}}$.
5. En déduire la nature du quadrilatère OABC.
6. Déterminer les coordonnées du point M, centre de symétrie du quadrilatère OABC.

Problème **12 points**

Les parties A et B sont indépendantes

Partie A

Dans une bibliothèque ouverte du mardi au samedi inclus, on a comptabilisé, jour par jour, le nombre de livres prêtés au cours d'une semaine et on a obtenu les résultats consignés dans le tableau suivant :

	mardi	mercre.	jeudi	vendre.	same.
nombre de livres prêtés	61	121	42	59	82

1. **a.** Calculer le nombre total de livres prêtés sur la semaine entière.

   b. Calculer le nombre moyen de livres prêtés, par jour, durant cette semaine de cinq jours.
2. **a.** Calculer le pourcentage de livres prêtés le mercredi par rapport à la semaine entière.

   Arrondir le résultat à l'unité.

b. Le bibliothécaire dit : « le mercredi, nous prêtons le quart des livres de la semaine ».

A-t-il raison ? Expliquer.

Partie B

Sur une année, on propose au public deux types de tarifs pour l'emprunt de livres dans une bibliothèque :
le tarif plein : 0,90 euro par livre emprunté.
le tarif « abonné » : cotisation annuelle de 10 euros à laquelle s'ajoute 0,50 euro par livre emprunté.

1. Reproduire et compléter le tableau suivant :

nombre de livres empruntés pendant l'année	10	20	50	100
prix payé au plein tarif (en euro)		18		
prix payé au tarif « abonné »(en euro)	15			

2. Quel est le prix payé, en euros, pour l'emprunt de 35 livres :

a. Avec le tarif plein ? Justifier.

b. Avec le tarif « abonné » ? Justifier.

3. On note :

x le nombre de livres empruntés sur l'année ;

$P(x)$ le prix payé pour l'emprunt de x livres au tarif plein ;

$A(x)$ le prix payé pour l'emprunt de x livres au tarif « abonné ».

Exprimer $P(x)$ et $A(x)$ en fonction de x.

4. **a.** Résoudre l'équation : $0,9x = 0,5x + 10$.

b. Que représente la solution trouvée pour une personne empruntant des livres à la bibliothèque ?

Brevet Besançon 28 juin 2005

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Dans toute cette partie, les résultats des calculs demandés doivent être accompagnés d'explications, le barème en tiendra compte.

Exercice 1

Alain, Bernard et Charlotte décident de faire chacun une question de l'exercice suivant :

$\text{A} = \dfrac{5}{4} - \dfrac{2}{3} \times \dfrac{9}{16}$.

$\text{B} = \dfrac{16 \times 10^{-5} \times 3 \times 10^{4}}{24 \times 10^{-3}}$.

$\text{C} = \sqrt{63} + 2\sqrt{7} - 5\sqrt{28}$.

1. Calculer A et donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible.
2. Calculer B et donner le résultat sous forme d'un nombre entier.
3. Écrire C sous la forme $a\sqrt{7}$, a étant un nombre entier relatif.

   Alain calcule A et propose $\text{A} = \dfrac{21}{64}$; Bernard calcule B et propose $\text{B} = 2 \times 10^2$; Charlotte calcule C et propose $\text{C} = -5\sqrt{7}$.

   Ces réponses vous semblent-elles satisfaisantes ? Justifier vos affirmations.

Exercice 2

On considère l'expression :

$$E = 4x^2 - 9 + (2x+3)(x-2).$$

1. Développer et réduire l'expression E.
2. Factoriser. En déduire la factorisation de l'expression E.

3. **a.** Résoudre l'équation
   b. Cette équation a-t-elle une solution entière ?
   c. Cette équation a-t-elle une solution décimale ?

Exercice 3

1. Calculer le PGCD des nombres 135 et 210.
2. Dans une salle de bains, on veut recouvrir le mur situé au dessus de la baignoire avec un nombre entier de carreaux de faïence de forme carrée dont le côté est un nombre entier de centimètres le plus grand possible.
   a. Déterminer la longueur, en cm, du côté d'un carreau, sachant que le mur mesure 210 cm de hauteur et 135 cm de largeur.
   b. Combien faudra-t-il alors de carreaux ?

Activités géométriques **12 points**

Exercice 1

Démontrer, pour chacune des trois figures ci-dessous, que le triangle ABC est une triangle rectangle en utilisant les informations fournies.

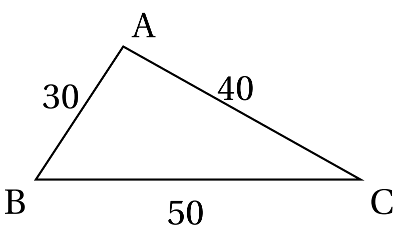


Figure 1

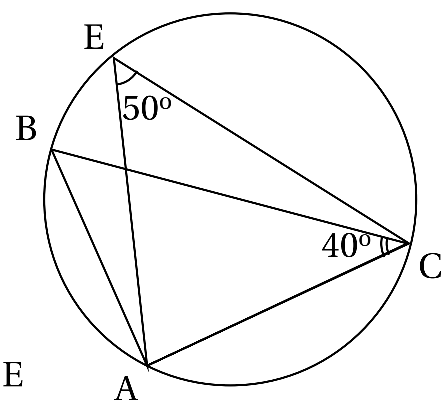


Figure 2

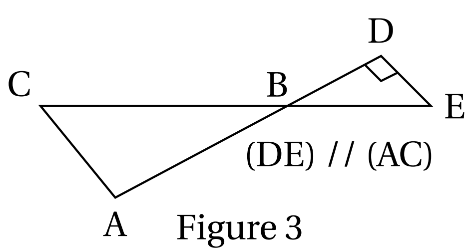


Figure 3

Exercice 2

1. Tracer un segment [EF] de 10 cm de longueur puis un demi-cercle de diamètre [EF].

Placer le point G sur ce demi-cercle, tel que EG = 9 cm.

a. Démontrer que le triangle EFG est rectangle.

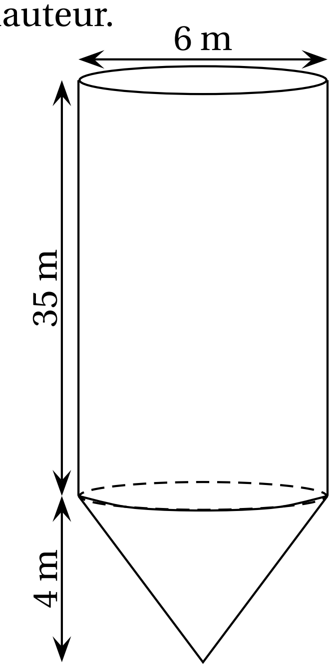
b. Calculer la longueur GF arrondie au mm.

2. Placer le point M sur le segment [EG] tel que EM = 5,4 cm et le point P sur le segment [EF] tel que EP = 6 cm.

Démontrer que les droites (FG) et (MP) sont parallèles.

Exercice 3

On s'intéresse dans cet exercice au réservoir de la fusée XYZ2005, nouveau prototype de fusée interplanétaire.
Ce réservoir est constitué d'un cône surmonté d'un cylindre, comme le montre le dessin ci-dessous.
Le diamètre du réservoir est de 6 m, le cylindre mesure 35 m de hauteur et le cône 4 m de hauteur.



1. Calculer le volume total du réservoir ; on donnera d'abord la valeur exacte en m^3, puis la valeur en dm^3, arrondie au dm^3.

2. Le volume de ce réservoir est-il suffisant pour que les moteurs de la fusée fonctionnent pendant 10 minutes, sachant que ces moteurs consomment 1 500 litres de carburant par seconde ?

Rappels :
Volume d'un cône de hauteur h et de rayon de base R :
$V = \dfrac{1}{3} \times \pi \times R^2 \times h.$
Volume d'un cylindre de hauteur h et de rayon de base R :
$V = \pi \times R^2 \times h.$

PROBLÈME **12 points**

Un théâtre propose deux tarifs pour la saison 2004-2005 :

• Tarif S : 8 € par spectacle.

• Tarif P : achat d'une carte de 20 € donnant droit à un tarif préférentiel de 4 € par spectacle.

1. Recopier et compléter le tableau suivant, sachant que Monsieur Scapin a choisi le tarif S et Monsieur Purgon le tarif P.

Nombre de spectacles	4	9	15
Dépense de M. Scapin en €			
Dépense de M. Purgon en €			

On suppose maintenant que Monsieur Scapin et Monsieur Purgon ont chacun assisté à x spectacles.

2. Exprimer en fonction de x le prix $s(x)$ payé par M. Scapin puis le prix $p(x)$ payé par M. Purgon.
3. Résoudre l'équation $8x = 4x + 20$. À quoi correspond la solution de cette équation ?

   Sur une feuille de papier millimétré, mettre en place un repère orthogonal (placer l'origine O en bas à gauche, prendre 1 cm pour un spectacle sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 5 € sur l'axe des ordonnées).
4. Représenter graphiquement les fonctions s et p définies respectivement par $s(x) = 8x$ et $p(x) = 4x + 20$.
5. Déterminer par lecture graphique, en faisant apparaître sur le dessin les tracés nécessaires :
   a. Le résultat de la **question 3**.
   b. Le tarif le plus avantageux pour un spectateur qui assisterait à 8 spectacles durant la saison.
   c. Le tarif le plus avantageux pour M. Harpagon qui ne souhaite pas dépenser plus de 50 € pour toute la saison. À combien de spectacles pourra-t-il assister ? Retrouver ce dernier résultat par le calcul.

Brevet Amiens 28 juin 2005

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1

Soit A $= \dfrac{5}{3} - \dfrac{7}{3} \times \dfrac{9}{4}$ et B $= \sqrt{45} - 12\sqrt{5}$.

1. Calculer A et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.
2. Écrire B sous la forme $a\sqrt{5}$ où a est un entier relatif.

Exercice 2

On donne l'expression $A = (2x-3)^2 - (4x+7)(2x-3)$.

1. Développer et réduire A.
2. Factoriser A.
3. Résoudre l'équation $(2x-3)(-2x-10) = 0$.

Exercice 3

Un pâtissier dispose de 411 framboises et de 685 fraises. Afin de préparer des tartelettes, il désire répartir ces fruits en les utilisant tous et en obtenant le maximum de tartelettes identiques.

1. Calculer le nombre de tartelettes.
2. Calculer le nombre de framboises et de fraises dans chaque tartelette.

Exercice 4

Une élève de CP fait des courses pour elle et ses camarades :

La première fois elle achète 5 crayons et 2 gommes pour 10,90 €.

La seconde fois elle achète 8 crayons et 3 gommes pour 17,20 €.

En utilisant un système d'équations, aider l'élève de CP à retrouver le prix de chaque article.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES 12 points

Exercice 1

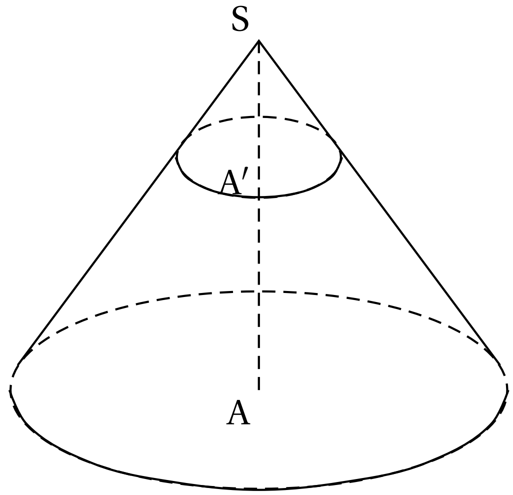
1. Construire un triangle ABC tel que BC = 7 cm, $\widehat{BCA} = 37$ ° et $\widehat{CBA} = 53$ °.
2. Prouver que ce triangle est un triangle rectangle.
3. Calculer la longueur CA puis en donner la valeur arrondie au mm.

Exercice 2

1. Sur la page annexe, dans un repère orthonormé (O, I, J) tel que OI = OJ = 1 cm, placer les points A(0 ; 4) B(3 ; 2) C(−1 ; −4).
2. Calculer la longueur BC, donner la valeur exacte puis la valeur arrondie au dixième.
3. En admettant que AB = $\sqrt{13}$ cm et AC = $\sqrt{65}$ cm, démontrer que le triangle ABC est rectangle en B.
4. Placer dans le repère le point E image du point C dans la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.
5. Démontrer que le quadrilatère ABCE est un rectangle.

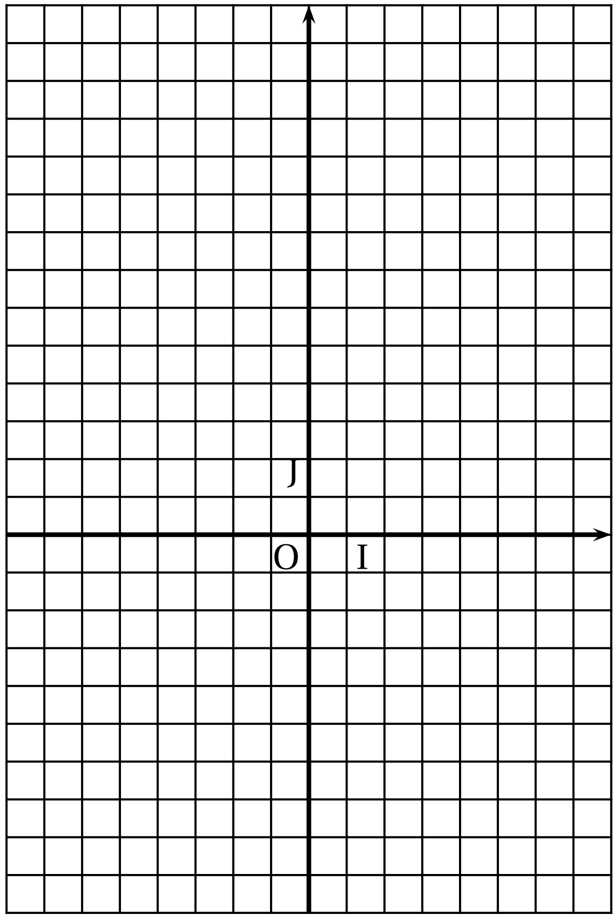
Exercice 3

Sur la figure ci-dessous on a un cône de révolution tel que SA = 12 cm.
Un plan parallèle à la base coupe ce cône tel que SA′ = 3 cm.
(la figure ci-dessous n'est pas à l'échelle).



1. Le rayon du disque de base du grand cône est de 7 cm.
   Calculer la valeur exacte du volume du grand cône.
2. Quel est le coefficient de réduction qui permet de passer du grand cône au petit cône ?
3. Calculer la valeur exacte du volume de ce petit cône, puis en donner la valeur arrondie au cm^3.

ANNEXE



PROBLÈME **12 points**

Monsieur Martin habite Petitville. Monsieur Gaspard habite à une distance de 900 km de Petitville.

À huit heures du matin les deux personnes commencent à rouler l'un vers l'autre :

- Monsieur Martin quitte Petitville et roule à 60 km/h.
- Monsieur Gaspard se dirige vers Petitville et roule à 90 km/h.

On note x le temps écoulé depuis huit heures du matin (x est exprimé en heures). Ainsi, quand il est huit heures du matin, $x = 0$.

Après avoir roulé une heure, c'est-à-dire quand $x = 1$, Monsieur Martin est à 60 km de Petitville et Monsieur Gaspard est lui à 810 km de Petitville.

1. À quelle distance de Petitville Monsieur Martin se situe-t-il quand $x = 4$? Quand $x = 10$?

2. A quelle distance de Petitville Monsieur Gaspard se situe-t-il quand $x = 4$? Quand $x = 10$?

3. Exprimer en fonction de x la distance qui sépare Monsieur Martin de Petitville.

   Exprimer en fonction de x la distance qui sépare Monsieur Gaspard de Petitville.

4. On donne les fonctions suivantes $f : x \longmapsto 60x$ et $g : x \longmapsto 900 - 90x$.

   Recopier sur la copie les tableaux suivants et les compléter :

x	0	1	4	10
$f(x)$				

x	0	1	4	10
$g(x)$				

5. Représenter graphiquement les fonctions f et g sur une feuille de papier millimétré en prenant :
   - en abscisse : 1 cm pour une durée d'une heure.
   - en ordonnée : 1 cm pour une distance de 100 km.

6. À l'aide d'une lecture graphique, déterminer :
   a. La durée au bout de laquelle les deux personnes se croisent.
   b. À quelle distance de Petitville se croisent-ils ? Faire apparaître les pointillés nécessaires.

7. **a.** Retrouver le résultat de la question **6 a** en résolvant une équation.
   b. Retrouver le résultat de la question **6 b** par le calcul.

∽ Diplôme national du brevet juin 2005 ∾
Moyen–Orient

Calculatrice autorisée 2 heures

Il sera tenu compte de la qualité de la rédaction et de la présentation (4 points)

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1

Dans cet exercice, les longueurs sont exprimées en centimètre. Répondre aux questions en détaillant les calculs.

La relation entre la longueur c du côté d'un carré et la longueur d de sa diagonale est donnée par la formule :
$d = c\sqrt{2}$.

1. La longueur du côté d'un carré est $\sqrt{8} + \sqrt{2}$.

   a. Montrer que la longueur de sa diagonale est un nombre entier.

   b. Montrer que l'aire en cm^2 de ce carré est un nombre entier.

2. La longueur de la diagonale d'un autre carré est $\sqrt{40}$.
   Calculer la longueur de son côté et exprimer cette longueur sous la forme $a\sqrt{5}$, où a est un nombre entier naturel.

Exercice 2

La masse d'un atome de carbone est égale à $1,99 \times 10^{-26}$ kg.
Les chimistes considèrent des paquets contenant $6,022 \times 10^{23}$ atomes.

1. Calculer la masse en gramme d'un tel paquet d'atomes de carbone.

2. Donner une valeur arrondie de cette masse à un gramme près.

Exercice 3

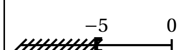
Pour chaque ligne du tableau ci-dessous, trois réponses sont proposées, mais une seule est exacte.

Répondre à cet exercice en utilisant le tableau figurant sur la feuille annexe : pour chaque ligne, indiquer la lettre correspondant à la réponse choisie.

Aucune justification n'est demandée.

Le barème de cet exercice est le suivant : pour chaque ligne, 1 point pour une réponse correcte, $-0,5$ point pour une réponse fausse, 0 point s'il n'y a pas de réponse.

Si le total des points pour l'exercice est négatif, l'exercice est noté 0 point.

		Réponse A	Réponse B	Réponse C
N° 1	$(3x-2)^2$ est égale à	$9x^2-4$	$9x^2-6x+4$	$9x^2-12x+4$
N° 2	Une expression factorisée de $(5x-1)^2-9$ est	$(5x+2)(5x-4)$	$(5x-10)^2$	$(5x-10)(5x+8)$
N° 3	Les solutions de l'équation $-2x(3x+4)=0$ sont	2 et $-\frac{4}{3}$	$-\frac{1}{2}$ et $\frac{4}{3}$	0 et $-\frac{4}{3}$
N° 4	La partie en gras non hachurée représente les solutions de l'inéquation $5x-10 \geqslant 2x+5$			
N° 5	Le système $\begin{cases} 2x-y = 2 \\ x+y = 5 \end{cases}$ a pour solution	$(1\ ;\ -4)$	$(-1\ ;\ -4)$	$(-1;4)$

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

Exercice 1

Pour cet exercice, compléter la figure donnée sur la feuille annexe.

On a placé trois points A, B et C.

1. Construire le point E tel que ABEC est un parallélogramme.
2. **a.** Construire le point F tel que $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$.

   b. Quelle est la nature du quadrilatère ABCF ? On ne demande pas de justification.

3. Démontrer que $\overrightarrow{FC} = \overrightarrow{CE}$. Que peut-on en déduire pour le point C ?

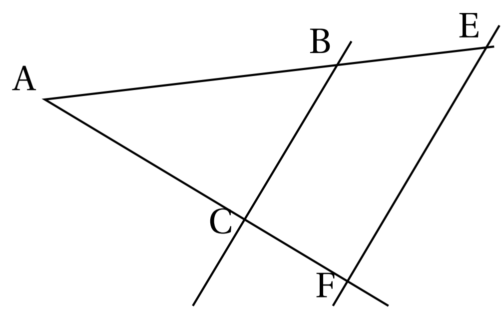
Exercice 2

La figure n'est pas faite en vraie grandeur.
Elle n'est pas à reproduire.

ABC est un triangle tel que :
AB = 8 cm, AC = 6,4cm et
BC = 4,9 cm.

Le point E appartient à la demi-droite [AB) et AE = 12 cm.

Le point F appartient à la demi-droite [AC) et AF = 9,6 cm.



1. Le triangle ABC est-il un triangle rectangle Justifier la réponse.
2. Les droites (BC) et (EF) sont-elles parallèles ? Justifier la réponse.

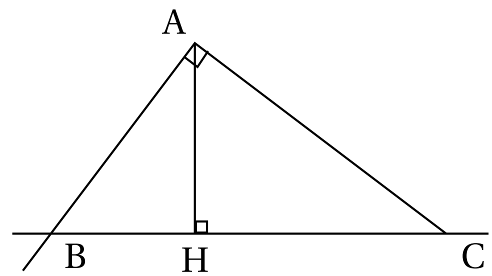
Exercice 3

La figure n'est pas faite en vraie grandeur. Elle n'est pas à reproduire.

ABC est un triangle rectangle en R. La droite passant par A et perpendiculaire à la droite (AC) coupe la droite (HC) en B.

On sait que : AH = 4,8 cm et HC = 6,4cm.

1. a. Justifier l'égalité : $\widehat{\text{ACH}} = 90^{\text{o}} - \widehat{\text{HAC}}$.
   b. Justifier l'égalité : $\widehat{\text{BAH}} = 90^{\text{o}} - \widehat{\text{HAC}}$.
   c. Que peut-on en déduire pour les angles $\widehat{\text{ACH}}$ et $\widehat{\text{BAH}}$?
2. a. Montrer que $\tan\widehat{\text{ACH}} = \dfrac{3}{4}$.
   b. En utilisant le triangle BAH, exprimer $\tan\widehat{\text{BAH}}$ en fonction de BH.
3. Déduire des **questions 1** et **2** que BH = 3,6 cm.
4. Calculer la mesure en degré arrondie au degré de l'angle $\widehat{\text{ACH}}$.



PROBLÈME 12 points

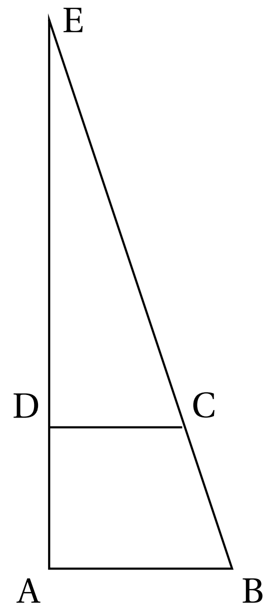
Partie 1

La figure construite ci-contre n'est pas en vraie grandeur. Elle n'est pas à reproduire.

RAB est un triangle rectangle en A tel que AE = 48 cm et AB = 16 cm.

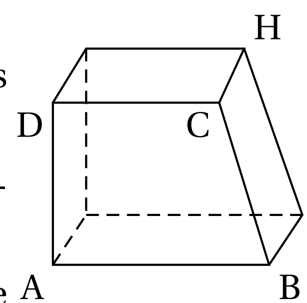
Le point D appartient su segment [AE] et AD = 12 cm.

La parallèle a la droite (AB) passant par D est sécante à la droite (BE) au point C.



1. **a.** Calculer la longueur du segment [BE].

   b. Écrire cette longueur sous la forme $a\sqrt{10}$, où a est un nombre entier naturel.
2. Calculer ED puis monter que DC = 12 cm.



3. Calculer les aires des triangles EDC et EAB,
4. En déduire que l'aire du quadrilatère ABCD est égale à 168 cm^2.
5. Le quadrilatère ABCD est la hase d'un prisme droit de hauteur CH égale â 5 cm. Ce prisme est représenté ci-contre. Calculer son volume.

Partie 2

Monsieur Brico veut paver une allée de jardin avec des dalles ayant la forme du prisme défini dans la **question 5** de la **partie 1**.

1. Calculer le nombre minimum de dalles nécessaires pour

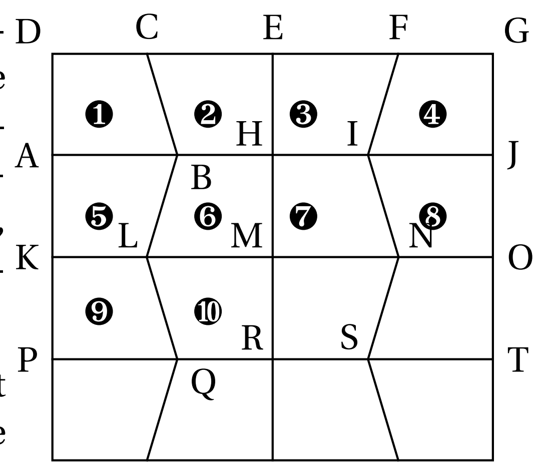
recouvrir l'allée dont l'aire est 10 m^2.

2. Monsieur Brico prévoit 15 % de dalles de plus que ce nombre minimum pour tenir compte des pertes dues aux découpes. Combien prévoit-il de dalles ?
3. Les dalles sont vendues par lot de 60. Combien de lots monsieur Brico a-t-il achetés ?

Partie 3

Dans cette partie, aucune justification n'est demandée.

La figure ci-contre montre une vue de dessus du début du pavage.
Les dalles sont posées sur la face ABCD.
Recopier et compléter les phrases ci-dessous en utilisant une des trois transformations suivantes : symétrie axiale d'axe ......, translation de vecteur ......ou symétrie centrale de centre ..., et en précisant l'axe, le vecteur et le centre.



1. Le quadrilatère ❼ est l'image du quadrilatère ❿ par la ......
2. Le quadrilatère ❾ est l'image du quadrilatère ❶ par la ....
3. Le quadrilatère ❹ est l'image du quadrilatère ❶ par la ....

ANNEXE (à rendre avec la copie)

Activités numériques

Exercice 3

Dans la colonne de droite, indiquer pour chaque ligne la réponse choisie : A, B ou C.

	Réponse choisie
N° 1	
N° 2	
N° 3	
N° 4	
N° 5	

Activités géométriques

Exercice 1