Brevet des collèges

L'intégrale de septembre 2005 à juin 2006

Brevet Antilles-Guyane septembre 2005

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1

On considère les expressions suivantes :

$A = \frac{7}{5} - \frac{3}{5} \times \frac{4}{21}$

$B = \frac{12 \times 10^2 \times \left(10^{-2}\right)^3}{8 \times 10^{-3}}$

$C = 7\sqrt{32} - 6\sqrt{2} - 3\sqrt{56}$.

1. Calculer A et écrire le résultat sous forme d'une fraction irréductible.
2. Donner l'écriture scientifique de B.
3. Écrire C sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont deux entiers.

Exercice 2

On considère l'expression : $D = (2x+3)^2 + (x-8)(2x+3)$.

1. Développer et réduire D.
2. Factoriser D.
3. Résoudre l'équation $(2x+3)(3x-5) = 0$.

Exercice 3

1. Résoudre le système :

$$\left\{\begin{array}{lcl} 3x+2y & = & 50,30 \\ x+3y & = & 32,75 \end{array}\right.$$

2. À la pépinière « Fruifleur », un client achète 3 orangers et 2 citronniers pour 50,30 euros. Un autre client paye 32,75 euros pour 1 oranger et 3 citronniers. On désigne par x le prix d'un oranger et y celui d'un citronnier.
   a. Écrire un système de deux équations qui traduit le problème.
   b. Calculer le prix d'un oranger et le prix d'un citronnier.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

Exercice 1

Le dessin sera fait sur une feuille de papier millimétré (l'unité étant le centimetre).

1. Dans un repère orthonornsal (O, I, J), placer les points suivants :

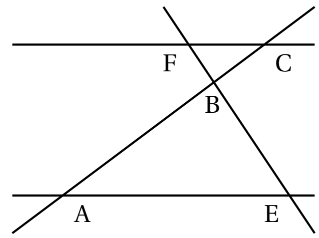
$$A(-2\ :\ -1) \qquad B(2\ ;\ -3) \qquad C(3\ ;\ 4).$$

2. Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AC}$.
3. Construire le point D, image du point B dans la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$. Quelle est la nature du quadrilatère ABDC ? On justifiera la réponse.

Exercice 2

La figure suivante n'est pas à reproduire. Elle n'est pas conforme aux mesures données.

On donne : AB = 18cm ; BC = 12 cm ; BE = 7,5 cm ; BF = 5 cm ; AE = 19,5 cm. Les droites (FC) et (AE) sont parallèles.



1. Calculer FC,
2. Montrer que ABE est un triangle rectangle.
3. Calculer la tangente de l'angle $\widehat{BAE}$.
4. En déduire la valeur arrondie au degré de l'angle $\widehat{BAE}$.
5. Une pyramide SABE a pour base le triangle ABE. Sa hauteur [SB] vaut 21 cm.
   a. Calculer son volume V.
   b. Une réduction S′A′B′E′ de cette pyramide est telle que sa hauteur [SB′] mesure 7 cm, Quel est le coefficient de réduction ? En déduire le volume V de S′A′B′E′

   Rappel : Volume d'une pyramide = $\dfrac{1}{3}$ × aire de Ia hase × hauteur.

Problème **12 points**

Un théâtre propose deux prix de places :
- plein tarif : 20 euros
- tarif adhérent : réduction de 30 % du plein tarif.

1. **a.** Quel est le prix d'une entrée au tarif adhérent ?
   b. Pour avoir droit à la réduction de 30 % pour chaque entrée, l'adhérent doit acheter en début de saison une carte d'abonnement. Sachant qu'un adhérent a dépensé au total (y compris le prix de la carte) 148 euros pour 7 entrées, montrer, à l'aide d'une équation, que le prix de la carte d'abonnement est de 50 euros.
   c. Recopier et compléter le tableau suivant :

Nombre x d'entrées	0	1	10	15
Prix p_1 (en euros)				
Prix p_2 (en euros)				

2. On désigne par x le nombre d'entrées et on note :
   - p_1 la dépense totale d'un spectateur qui n'est pas adhérent ;
   - p_2 la dépense totale d'un adhérent.

   Exprimer p_1 et p_2 en fonction de x.
3. On considère les fonctions :

$$p_1(x) = 20x \quad \text{et} \quad p_2(x) = 14x + 50,$$

   comme des fonctions définies pout tout nombre positif x.

   Représenter ces fonctions dans un même repère orthogonal. On choisira pour unités :
   - sur l'axe des abscisses : 1 cm pout une entrée
   - sur l'axe des ordonnées : 1 cm pour 20 euros.

   À partir de la lecture du graphique, indiquer :

   a. le tarif le plus avantageux pour 6 entrées ;

b. le nombre minimal d'entrées pour que l'abonnement soit avantageux.

c. Un adhérent constate que, sans abonnement, il aurait dépensé 46 euros de plus. Combien d'entrées cet adhérent totalise-t-il ?

4. Retrouver le résultat de la question 4. c. à l'aide d'une équation.

Brevet Amiens septembre 2005

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1
Calculer en donnant le résultat sous forme de fractions irréductibles pour A et B et en notation scientifique pour C.

$A = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \times \frac{2}{3} + \frac{1}{3}$ $\quad B = \frac{2 - \frac{1}{3}}{3 + \frac{1}{4}}$ $\quad C = \frac{3 \times 10^4 \times 10^{-2} \times 5}{10^{-1}}$

Exercice 2
Écrire D sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont deux nombres entiers.
$D = 3\sqrt{12} + \sqrt{27} - 5\sqrt{3}$.

Exercice 3
$E = (2x-3)^2 - 3(2x-3)$.

1. Développer E.
2. Factoriser E.
3. Résoudre l'équation $(2x-3x)(2x-6) = 0$.
4. Calculer E pour $x = \sqrt{2}$.
   (on écrira le résultat sous la forme $a - b\sqrt{2}$ où a et b sont deux nombres entiers).

Exercice 4

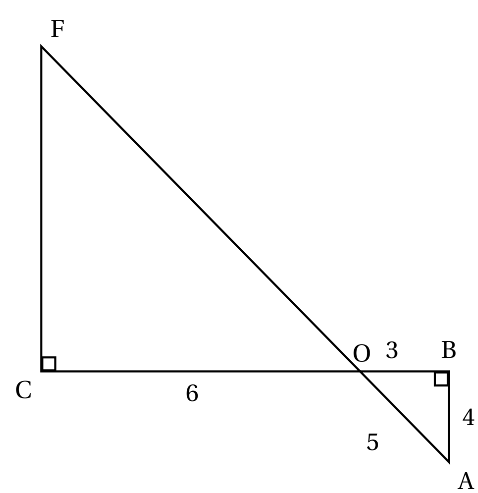
1. Calculer le PGCD de 696 et 406.
2. Rendre la fraction $\frac{406}{696}$ irréductible.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

Exercice 1 (La figure ci-contre nest pas en vraie grandeur)

On donne AB = 4 cm, OB = 3 cm, OC = 6 cm.
Les droites (BC) et (AF) se coupent en O.

1. Expliquer pourquoi (AB) et (CF) sont parallèles.
2. Montrer que OA = 5 cm.
3. Calculer OF et CF.



Exercice 2

Soit $\mathscr{C}$ le cercle de centre O et de rayon 4 cm.

[AB] est un diamètre du cercle $\mathscr{C}$ et M est un point de ce cercle tel que AM = 5 cm.

1. Faire une figure en respectant les dimensions données et la compléter au fur et à mesure.
2. Démontrer que AMB est un triangle rectangle.
3. Calculer sin $\widehat{M\text{BA}}$. En déduire une mesure de $\widehat{M\text{BA}}$ arrondie au degré.
4. Placer le point R milieu du segment [OH]. Tracer le symétrique de M par rapport à R, on l'appelle P.

   Quelle est la nature du quadrilatère MBPO ? (Justifier)
5. En déduire que $\overrightarrow{M\text{O}} = \overrightarrow{\text{B}P}$.
6. Construire le point N tel que $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{M\text{O}} + \overrightarrow{\text{B}P}$.

PROBLÈME **12 points**

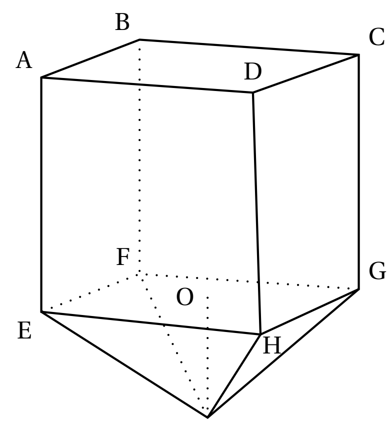
Première partie

Un réservoir est constitué d'une pyramide régulière à base carrée surmontée d'un parallélépipède rectangle (Voir figure).

AB = BC = 2 m.

AE = 5 m, OI = 1,5 m

(OI est la hauteur de la pyramide)



1. Calculer le volume de la pyramide en m^3.
2. Calculer le volume du parallélépipède rectangle en m^3.
3. En déduire le volume du réservoir lorsqu'il est plein ?

Deuxième partie

On remplit d'eau ce réservoir. La partie pyramidale étant entièrement pleine, on appelle x la hauteur d'eau dans le parallélépipède rectangle.

1. Quelles sont les valeurs de x possibles. Donner la réponse sous forme d'un encadrement de x.

2. Exprimer en fonction de x le volume d'eau dans le parallélépipède.

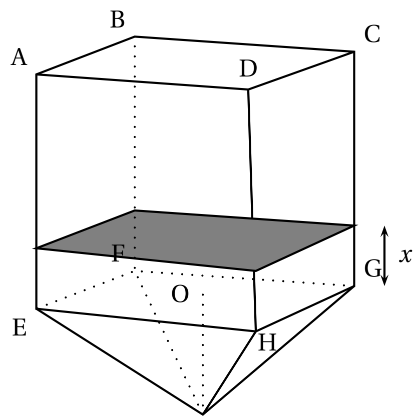
3. Montrer que le volume d'eau dans le réservoir est donné par la fonction affine V définie par $V(x) = 4x + 2$.

4. Représenter graphiquement cette fonction affine V en prenant 1 cm pour 0,5 m en abscisse et 1 cm pour 2 m^3 en ordonnée.

5. Lire sur le graphique une valeur de x telle que le volume d'eau égale 12 m^3.

6. Trouver par le calcul le volume d'eau dans le réservoir lorsque x vaut 1,8 m.

Quel est alors le pourcentage de remplissage du réservoir ? (arrondir à l'unité).



∽ Brevet Besançon septembre 2005 ∾

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1

$$A = \dfrac{\dfrac{2}{3}+\dfrac{1}{6}}{2-\dfrac{1}{2}}2 \quad ; \quad B = \dfrac{35\times 10^{-3}\times 3\times 10^{5}}{21\times 10^{-1}} \quad ; \quad C = 3\sqrt{5}-2\sqrt{80}+\sqrt{20}.$$

1. Écrire A sous la forme d'une fraction irréductible.
2. Écrire B sous la forme $a\times 10^{n}$ où a est un entier et n un entier relatif.
3. Écrire C sous la forme $a\sqrt{b}$ où a est un entier relatif et b un entier positif le plus petit possible.

Exercice 2

Soit l'expression $D = (3x-1)(2x+5)-(3x-1)^{2}$.

1. Développer et réduire l'expression D.
2. Factoriser l'expression D.

Exercice 3

Résoudre les deux équations suivantes :

1. $(x+2)(3x-5)=0$;
2. $x+2(3x-5)=0$.

Exercice 4

1. Calculer le PGCD des nombres 462 et 546.
2. En déduire la fraction irréductible égale à $\dfrac{462}{546}$.

Exercice 5

Voici les notes obtenues par 13 élèves à un devoir de mathématiques :

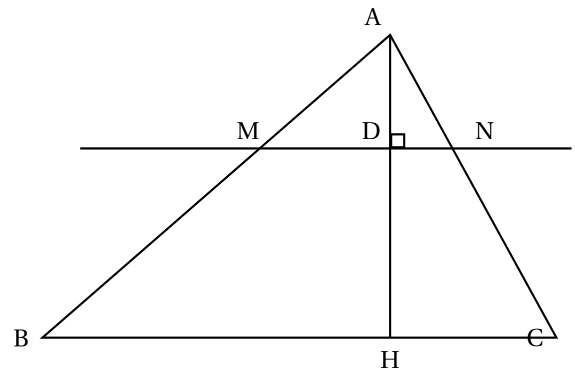
6 ; 8 ; 8 ; 9 ; 9; 10 ; 11 ; 12 ; 14 ; 17 ; 18; 18 ; 19.

1. Calculer la moyenne arrondie au centième de cette série de notes.
2. Déterminer la médiane de cette série de notes.

Activités géométriques **12 points**

Exercice 1

Le schéma donné ci-dessous n'est pas en vraie grandeur.
On donne AM = 5 cm ; AB = 15 cm ; AN = 4 cm ; AC = 12 cm et AH = 7,5 cm.
Les droites (AH) et (MN) sont perpendiculaires en D.



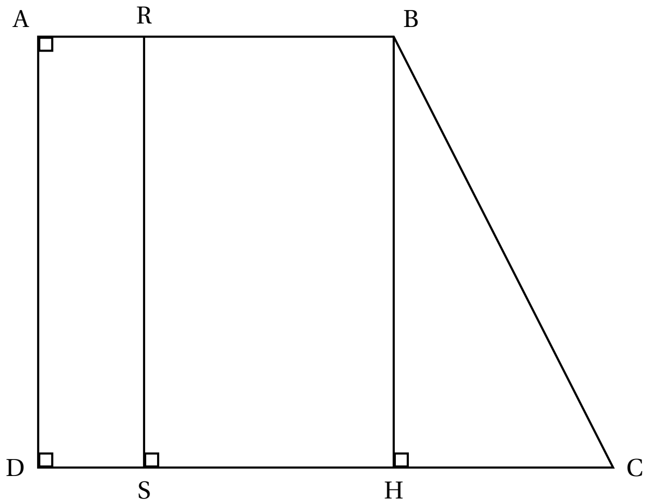
1. Démontrer que les droites (MN) et (BC) sont parallèles.
2. Calculer AD. Justifier.
3. Pourquoi peut-on dire que les angles $\widehat{AMN}$ et $\widehat{ABC}$ sont égaux ?
4. Montrer que le triangle AHB est rectangle en H.
5. Montrer que l'aire du triangle ABC est égale à 9 fois l'aire du triangle AMN.

Exercice 2

1. Construire :
   a. Un carré ABCD de centre O et de côté 3cm.
   b. Le point E tel que $\overrightarrow{OE} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$.
   c. Le point F, symétrique de O par rapport à C.
   d. Le point G tel que $\overrightarrow{CG} = \overrightarrow{BO}$.
2. Démontrer que :
   a. Les points O, F et G sont situés sur un même cercle dont on précisera le centre et le rayon.
   b. Le triangle OFG est rectangle en G.

PROBLÈME **12 points**

Sur la figure ci-dessous, qui n'est pas dessinée en vraie grandeur, ABCD est un trapèze rectangle.
On donne AB = 6 cm ; AD = 8 cm et DC = 10 cm.
(HB) et (RS) sont perpendiculaires à (DC) et R est un point du segment [AB] tel que AR = x.



Rappel : L'aire du trapèze est donnée par la formule

$$\mathscr{A} = \frac{(B+b)\times h}{2}.$$

B, b et h désignent respectivement les longueurs de la grande base, de la petite base et de la hauteur du trapèze.

1. Calculer l'aire du trapèze ABCD.
2. Calcul de BC.
   a. Démontrer que ADHB est un rectangle. En déduire HC.
   b. Calculer BC. (On donnera le résultat sous la forme $a\sqrt{b}$ avec b le plus petit possible).
3. Calculer la mesure de l ?angle $\widehat{\text{BCD}}$, arrondie au dixième de degré.
4. Calculs d'aires.
   a. Exprimer, en fonction de x, l'aire $f(x)$ du rectangle ARSD.
   b. Exprimer, en fonction de x, l'aire $g(x)$ du trapèze RBCS.
   c. Calculer x pour que ces deux aires soient égales ; donner alors la valeur commune de chacune de ces deux aires.
5. x est un nombre compris entre 0 et 6. Sur la feuille de papier millimétré, construire une représentation graphique des fonctions f et de g dans un repère orthonormal. Une unité en abscisse représente 1cm et une unité en ordonnée représente 4cm^2.
6. Retrouver sur le graphique le résultat de la question 5.
   On fera apparaître les pointillés nécessaires.

Durée : 2 heures

Brevet des collèges Bordeaux septembre 2005

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES 12 points

Exercice 1

On considère les nombres suivants :

$$A = -\frac{13}{7} + \frac{3}{7} \div \frac{5}{3} \qquad B = \sqrt{8} \times 5\sqrt{18}$$

$$C = \sqrt{8} + 5\sqrt{18} \qquad D = \frac{45 \times 10^{-6} \times 10^{8} \times 4}{3 \times 10^{-3}}$$

En faisant apparaître toutes les étapes de calculs sur la copie :

1. Écrire A sous la forme d'une fraction irréductible .
2. Écrire B sous la forme d'un nombre entier.
3. Écrire C sous la forme $a\sqrt{2}$, où a est un nombre entier.
4. Écrire D en écriture scientifique.

Exercice 2

On considère l'expression $F = (5x + 4)^2 - 49$.

1. Développer, puis réduire F.
2. Factoriser F.
3. Résoudre l'équation $(5x - 3)(5x + 11) = 0$.
4. Calculer F pour $x = -2$.

Exercice 3

1. Résoudre le système :

$$\left\{\begin{array}{lll} 6x + 5y & = & 25 \\ 2x + 3y & = & 11 \end{array}\right.$$

2. Pierre et Jules achètent des poissons rouges et des poissons jaunes dans le même magasin spécialisé.

   Pour l'achat de 6 poissons rouges et de 5 poissons jaunes, Pierre dépense 25 euros.

   Pour l'achat de 2 poissons rouges et de 3 poissons jaunes, Jules dépense 11 euros.

   a. Quel est le prix d'un poisson rouge ?

   b. Quel est prix d'un poisson jaune ?

   La démarche suivie sera expliquée sur la copie.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES 12 points

Exercice 1

Le plan est muni d'un repère orthonormal (O ; I, J) d'unité 1 cm sur chaque axe.
On considère les points A$(1 ;\ 2)$, B$(-2 ;\ 1)$ et C$(-3 ;\ -2)$.

1. Placer les points A, B et C dans le repère (O ; I, J).

2. Calculer les distances AB et BC.
3. Construire le point D image du point A par la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$.
4. Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ? Justifier .

Exercice 2

IJK est un triangle tel que :

$$IJ = 9{,}6 \text{ cm},\ JK = 10{,}4 \text{ cm et } IK = 4 \text{ cm}.$$

1. Tracer le triangle IJK en vraie grandeur.
2. Démontrer que le triangle IJK est reccangle en I.
3. Calculer la tangente de l'angle $\widehat{IJK}$; en déduire la valeur arrondie au degré près de la mesure de l'angle $\widehat{IKJ}$.
4. M est le point du segment tel que :

$$IM = 7{,}2 \text{ cm};$$

N est le point du segment [IK] tel que :

$$IN = 3 \text{ cm}.$$

   a. Démontrer que les droites (MN) et (JK) sont parallèles.
   b. Calculer la distance MN.

PROBLÈME **12 points**

Un parc d'arrractions pratique les tarifs suivants :

- Tarif 1 : par jour de présence dans le parc, le prix à payer est de 12 euros pour un enfant et de 18 euros pour un adulte .
- Tarif 2 : quel que soit le nombre de jours de présence dans le parc et le nombre de membres de la famille, le prix pour la famille est constitué d'un forfait de 100 euros auquel s'ajoute une participation de 10 euros par jour.

1. Reproduire et compléter le tableau ci-dessous pour une famille constituée d'un adulte et d'un enfant.

Nombre de jours passés dans le parc	1	4	14
Prix payé avec le tarif 1	30		
Prix payé avec le tarif 2		140	

Dans toute la suite du problème, on considère une famille constituée d'un adulte et d'un enfant.

2. a. Exprimer, en fonction du nombre x de jours de présence dans le parc, le prix payé par la famille avec le tarif 1. On note $p_1(x)$ ce prix.
   b. Exprimer, en fonction du nombre x de jours de présence dans le parc le prix payé par la famille avec le tarif 2. On note $p_2(x)$ ce prix .
3. Tracer sur votre copie les représentations graphiques des fonctions p_1 et p_2 définies par :

$$p_1 : x \longmapsto 30x \quad \text{et} \quad p_2 : x \longmapsto 10x + 100.$$

Sur l'axe des abscisses, 1 cm représente un jour.
Sur l'axe des ordonnées, 1 cm représente 20 euros.
Placer l'origine des axes en bas et à gauche de votre feuille.

4. Répondre aux questions en utilisant le travail graphique ci-dessus :
   a. Si la famille souhaite rester 8 jours dans le parc, quel est le tarif le plus avantageux ? Justifier.
   b. Si la famille dispose d'un budget de 120 euros pour l'entrée au parc, quel tarif lui permet d'y passer le plus grand nombre de jours ? Justifier.

Brevet des collèges Polynésie septembre 2005

Durée : 2 heures

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1 On donnera le détail des calculs

1. Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

$$\text{A} = \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \times \left(\frac{2}{3} - 1\right).$$

2. Calculer et donner le résultat en écriture scientifique :

$$B = \frac{5 \times 10^{-3} \times 12 \times 10^{6}}{15 \times 10^{2} \times 8 \times 10^{-5}}$$

3. Calculer et donner le résultat sous la forme $a\sqrt{7}$ où a est un entier relatif

Exercice 2

$$E = (3x - 2)^2 + (7x + 5)(3x - 2)$$

1. Développer et réduire E
2. Factoriser E.
3. Résoudre l'équation $(3x - 2)(10x + 3) = 0$.
4. Calculer E pour $x = -1$.

Exercice 3

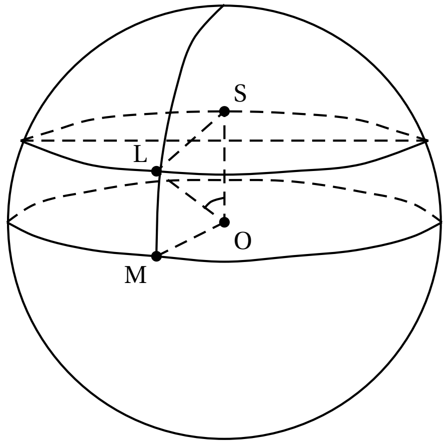
On considère l'inéquation : $2x - 5 \leqslant \frac{3}{2} - 11x$.

1. Le nombre 0 est-il solution de cette inéquation ? Justifier la réponse.
2. Le nombre 1 est-il solution de cette inéquation ? Justifier la réponse.
3. **a.** Résoudre l'inéquation : $2x - 5 \leqslant \frac{3}{2} - 11x$.

   b. Représenter les solutions sur une droite graduée.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

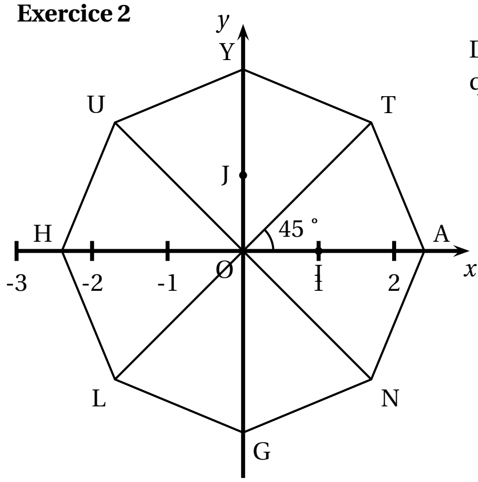
Exercice 1



Le dessin ci-contre représente la Terre qui est assimilée à une sphère de 6 370 km de rayon. Le cercle de centre O passant par M représente l'équateur. Le point L représente la ville de Londres. L est situé sur la sphère et sur le cercle de centre S (voir figure). On admettra que l'angle $\widehat{LSO}$ est un angle droit. On donne OS = 4 880 km.

1. Calculer SL au km près.
2. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{SOL}$ et arrondir au degré prés.
3. En déduire au degré près la latitude Nord de Londres par rapport à l'équateur, c'est à dire l'angle $\widehat{LOM}$.

Exercice 2



Dans le repère (O, I, J) ci-contre, on sait que HUYTANGL est un octogone régulier.

1. Quel est le symétrique de T par la symétrie centrale de centre O ?
2. Quel est le symétrique de T par rapport à l'axe des ordonnées ?
3. Quelle est l'image de T par la rotation de centre O et d'angle 135 °dans le sens des aiguilles d'une montre ?
4. Quelle est l'image de U par la translation de vecteur $\overrightarrow{AN}$?

Exercice 3

1. Tracer un triangle OAl que OA = 5 cm, OI = 7,5 cm et AI = 6 cm.
   Sur la demi-droite [OA), placer B tel que OB = 7 cm.
   Sur la demi-droite [OI), placer J tel que OJ = 10,5 cm.
2. Montrer que les droites (AI) et (BJ) sont parallèles.
3. Calculer la longueur BJ.

PROBLÈME **12 points**

Le plan est muni d'un repère orthonormal (O, I, J).
L'unité de longueur est le centimètre.

1. Déterminer la fonction affine f telle que : $f(4) = -2$ et $f(0) = 6$.
2. En utilisant les points A(4 ; −2) et B(0 ; 6), tracer la représentation graphique de la fonction affine f.
3. Soit g la fonction affine définie par $g(x) = \frac{1}{2}x + 1$.
   a. Construire la droite (d) représentant graphiquement la fonction g.
   b. Montrer que C(−4 ; −1) appartient à (d) et placer le point C.
4. Résoudre par le calcul le système suivant :

$$\left\{\begin{array}{lcl} y & = & -2x+6 \\ y & = & \frac{1}{2}x+1 \end{array}\right.$$

Expliquer comment on peut retrouver graphiquement le résultat.

5. Montrer que le point E$(2\,;\,2)$ est le milieu du segment [AB].
6. Calculer les valeurs exactes des longueurs AE, EC et AC.
Montrer que le triangle AEC est rectangle.
7. Construire le point F symétrique du point C par rapport à E.
Montrer que ACBF est un losange.

Brevet Amérique du Sud novembre 2005

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1

Voici quatre calculs

$$A = \frac{5}{7} - \frac{2}{7} \times \frac{1}{6} \quad ; \quad B = \sqrt{50} + 3\sqrt{2}$$
$$C = \left(1 + 2\sqrt{3}\right)^2 \quad ; \quad D = \sqrt{1681} - \sqrt{81}$$

Les résultats de Chloé sont les suivants :

$$A = \frac{1}{14} \quad ; \quad B = 8\sqrt{2} \quad ; \quad C = 13 + 4\sqrt{3} \quad ; \quad D = 40.$$

Les résultats de Chloé sont-ils justes ou faux ?
Justifier les réponses en détaillant les étapes de chaque calcul.

Exercice 2

Soit $E = x^2 - 4$ et $F = (x+2)(3x+1) - (x+2)(2x+3)$.

1. Calculer E pour $x = 0$, puis pour $x = 1$; calculer F pour $x = 0$, puis pour $x = 1$.
2. En factorisant E et en factorisant F, prouver que $E = F$ quelle que soit la valeur de x.
3. Pour quelles valeurs de x a-t-on $E = 0$?

Exercice 3

1. **a.** Reproduire le tableau ci-dessous et compléter chaque case par oui ou par non.

	2	5	9
1 035 est divisible par			
774 est divisible par			
322 est divisible par			

   b. D'après ce tableau, les fractions $\frac{774}{1\,035}$ et $\frac{322}{774}$ sont-elles irréductibles ? Pourquoi ?

2. Calculer le PGCD de 322 et 1 035 par la méthode de votre choix.
   La fraction $\frac{322}{1\,035}$ est-elle irréductible

Exercice 4

1. Résoudre l'inéquation $x + 15 \geqslant \frac{2}{3}(x + 27)$.
2. Un bureau de recherche emploie 27 informaticiens et 15 mathématiciens. On envisage d'embaucher le même nombre x d'informaticiens et de mathématiciens.
   Combien faut-il embaucher de spécialistes de chaque sorte pour que le nombre de mathématiciens soit au moins égal aux deux tiers du nombre d'informaticiens ?

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

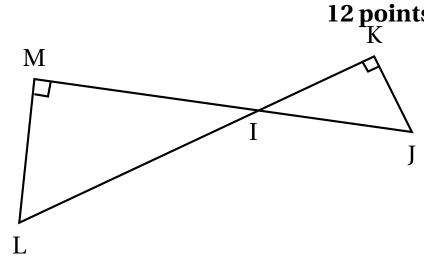
Exercice 1

On considère la figure ci-contre qui n'est pas en vraie grandeur.

Les segments [KL] et DM] se coupent au point I.

IK = 4 cm ; JK = 2,4 cm et LM = 4,2cm.

Le triangle IJK est rectangle en K. Le triangle LIM est rectangle en M.



1. Calculer la valeur exacte de la tangente de l'angle $\widehat{KIJ}$.
2. Pourquoi les angles $\widehat{KIJ}$ et $\widehat{LIM}$ sont-ils égaux ?
3. Donner l'expression de la tangente de l'angle $\widehat{LIM}$ en fonction de IM.
4. En s'aidant des réponses aux questions précédentes, prouver que la longueur IM en centimètres est un nombre entier.
5. Déterminer l'arrondi su degré de l'angle $\widehat{KIJ}$.

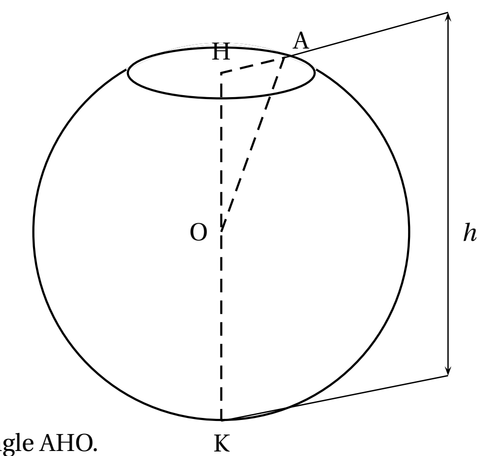
Exercice 2

Une calotte sphérique est un solide obtenu en sectionnant une sphère par un plan.

Un doseur de lessive liquide, représenté ci-contre, a la forme d'une calotte sphérique de centre O et de rayon R = OA = 4,5 cm.

L'ouverturede ce récipent est délimitée par le cercle de centre H et de rayon HA = 2,7 cm.

La hauteur totale de ce doseur est HK.



1. Dessiner en vraie grandeur le triangle AHO.
2. Calculer OH en justifiant puis en déduire que la hauteur totale HK du doseur mesure exactement 8,1 cm.
3. Le volume V d'une calotte sphérique de rayon R et de hauteur h est donné par la formule :

$$\mathrm{V} = \frac{1}{3}\pi h^2(3R - h).$$

   Calculer en fonction de π le volume exact du doseur en cm^3. En déduire la capacité totale arrondie au millilitre du doseur.

Exercice 3

Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O ; I, J) ; OI = OJ = 1 cm.

1. Placer les points

$$\mathrm{A}(3\,;\,0)\,;\,8(4\,;\,3)\,;\,\mathrm{C}(-4,5\ ;\ 0)\text{ et }\mathrm{D}(-6\ ;\ -4,5).$$

   On admet que les points B, O et D sont alignés.
2. Donner sans justifier les longueurs CA et OC.
   Montrer que OB = 5 cm et OD = 7,5 cm.
3. Prouver que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.
4. Calculer les coordonnées de M milieu de [AB].
   Placer le point M. Tracer la droite (OM) ; elle coupe le segment [CD] en N.

5. La propriété de Thalès permet d'écrire :

$$\text{d'une part} \quad \frac{\text{OC}}{\text{OA}} = \frac{\text{CN}}{\text{AM}}, \quad \text{et d'autre part} \quad \frac{\text{OC}}{\text{OA}} = \frac{\text{CD}}{\text{AB}}$$

Quels sont les deux triangles considérés dans le premier cas ? dans le deuxième cas ?

6. En utilisant les deux égalités précédentes et en remplaçant AB par 2AM, prouver que N est le milieu de [CD].

PROBLÈME **12 points**

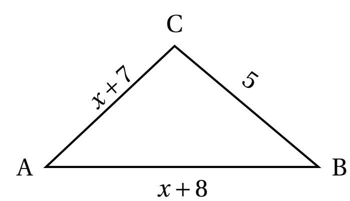
x est un nombre positif compris entre 0 et 10 ; les longueurs sont exprimées en cm et les aires en cm^2.

PREMIÈRE PARTIE

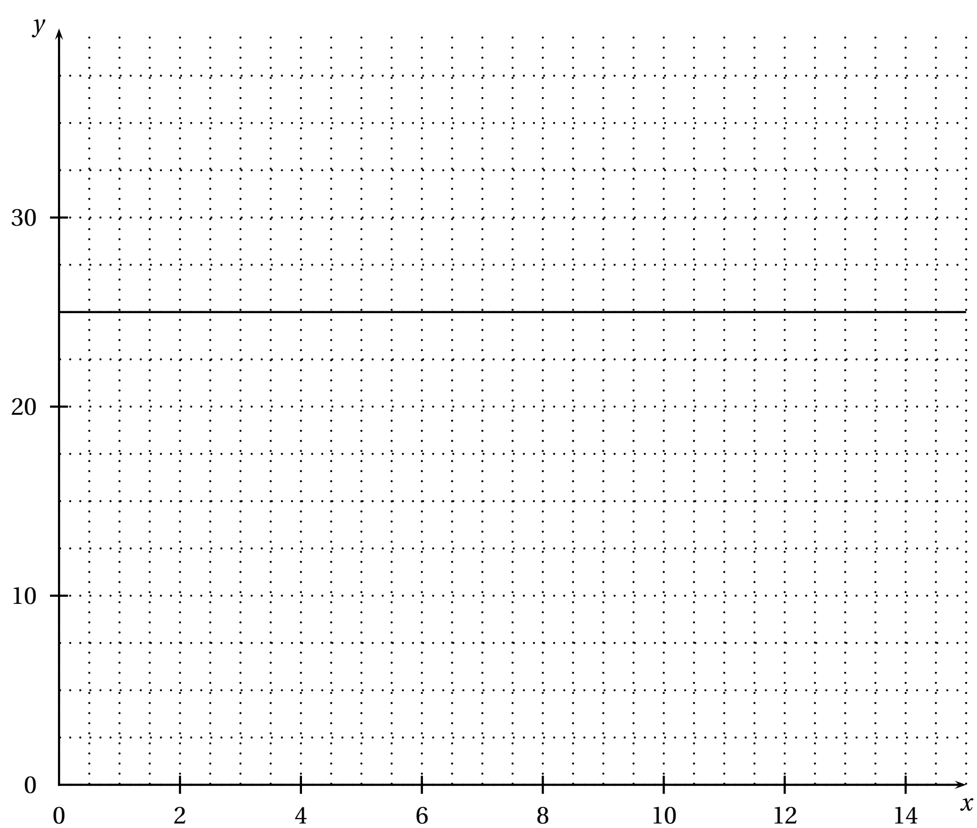
LA FIGURE CI-DESSOUS EST EFFECTUÉE À MAIN LEVÉE. IL S'AGIT DE SAVOIR S'IL EXISTE UNE VALEUR DE x POUR LAQUELLE ABC EST UN TRIANGLE RECTANGLE.

1. Calculer AB et AC lorsque $x = 4$. Lorsque $x = 4$, ABC est-il un triangle rectangle ? Justifier la réponse.

2. Développer et réduire : $(x+7)^2$ et $(x+8)^2$. En déduire : $\text{AB}^2 - \text{AC}^2 = 2x + 15$. Quelle est la valeur de $\text{AB}^2 - \text{AC}^2$ lorsque $x = 0$, lorsque $x = 10$? La valeur de BC^2 dépend-elle du nombre x ?



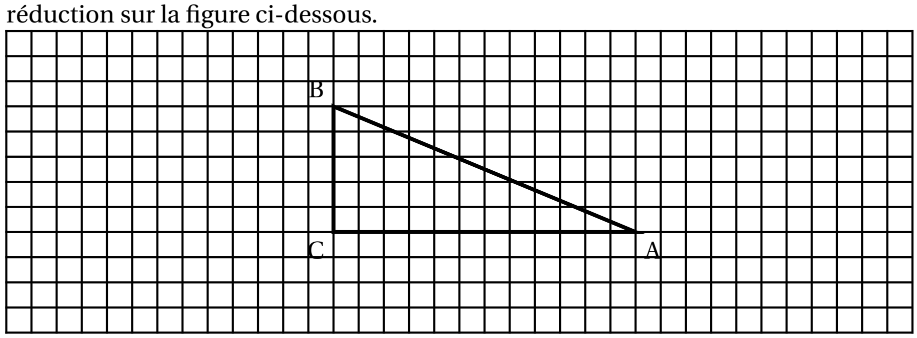
3. Soit f la fonction constante : $x \longmapsto 25$ et g la fonction affine : $x \longmapsto 2x + 15$.
La représentation graphique de la fonction f est tracée dans le repère ci-après.
Construire la représentation graphique de la fonction g dans ce même repère.



4. Nommer R le point d'intersection des représentations graphiques des fonctions f et g. Par lecture graphique et en faisant apparaître les tracés utiles, donner les coordonnées de R. Lorsque x est égal à l'abscisse de R, ABC est un triangle rectangle ; en quel sommet et pourquoi ?

DEUXIÈME PARTIE

Dans cette partie, $x = 5$. Le triangle ABC est alors rectangle en C ; il est représenté en réduction sur la figure ci-dessous.



1. Placer le milieu O de [AC] puis calculer l'aire de chacun des triangles ABC, BCO et ABO,
2. Placer le point D tel que le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.

   Quel est le rôle du point O pour le segment [BD] ? Pourquoi ? Calculer l'aire du quadrilatère ABCD.

TROISIÈME PARTIE

Dans cette partie, utiliser la figure précédente.

1. Construire les points M et P tels que :

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{BP} = \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{BC}.$$

2. Citer, sans justifier, les images des points B, O et D par la translation de vecteur $\overrightarrow{OC}$.

   Les points M, C et P sont-ils alignés ? Pourquoi ?
3. Construire l'image E de C par la translation de vecteur $\overrightarrow{OC}$ et tracer en vert l'image du parallélogramme ABCD par la translation de vecteur $\overrightarrow{OC}$.

   Quelle est l'aire du quadrilatère POME ? Pourquoi ?

Durée : 2 heures

Diplôme national du Brevet Nouvelle–Calédonie Décembre 2005

4 points sur 40 sont attribués à la rédaction et à la présentation

I – ACTIVITÉS NUMÉRIQUES — 12 points

Dans cette partie, les calculs devront être détaillés.

EXERCICE 1

1. Calculer A et B et donner les résultats sous forme fractionnaire la plus simple possible :

$$\mathrm{A} = 4 - 4 \div \frac{16}{3} \qquad \mathrm{B} = \frac{14 \times 10^5 \times 35 \times 10^{-3}}{21 \times 10^3}$$

2. Écrire C sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des entiers, b étant le plus petit possible :

$$\mathrm{C} = 2\sqrt{32} - \sqrt{5} \times \sqrt{10}$$

EXERCICE 2

Soit $D = (x-3)(3x-1) - (3x-1)^2$

1. Factoriser D
2. Développer et réduire D.
3. Résoudre l'équation $(3x-1)(x+1) = 0$

EXERCICE 3

Voici les résultats d'un sondage effectué dans une classe de troisième concernant les moyens de transport utilisés par ces élèves pour venir au collège.
Recopier et compléter le tableau suivant puis construire un diagramme circulaire de 3 cm de rayon :

	Voiture	Bus	À pied	Booster	total
Fréquence	45%	25%	20%	10%	
Angle					

EXERCICE 4

1. Calculer le PGCD des nombres 1 547 et 1 729.
2. Écrire sous forme fractionnaire irréductible la fraction suivante : $\dfrac{1\,547}{1\,729}$

II – ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points)**

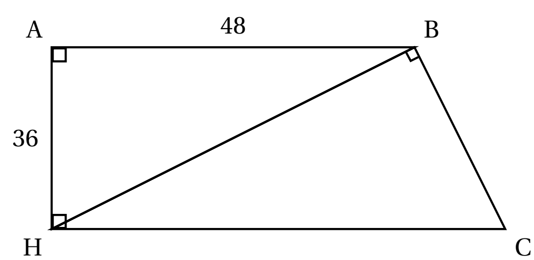
EXERCICE 1

Le plan est muni d'un repère (O, I, J).
L'unité de longueur est le centimètre.

1. Dans un tel repère, placer les points : A(3 ; -2) ; B(1 ; 2) ; C(-3 ; 0).
2. Calculer la valeur exacte de AB.
3. **a.** Sachant que BC= $\sqrt{20}$, en déduire que ABC est un triangle isocèle.
   b. Sachant de plus que AC= $\sqrt{40}$, prouver que ABC est un triangle rectangle.
4. Calculer les coordonnées du point M, milieu du segment [AC]. Placer M.
5. Construire le point D symétrique du point *B* par rapport au point *M*.
   Calculer les coordonnées du point D.
6. Prouver que le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.
7. En déduire la nature exacte du quadrilatère ABCD.

EXERCICE 2

L'unité de longueur est le millimètre.
Soit ABCH un trapèze rectangle en A et H.
(HB) et (BC) sont des droites perpendiculaires.



(Ce schéma n'est donné qu'à titre indicatif)

1. Construire la figure sachant que AH=36 et AB=48.
2. Calculer HB.
3. Calculer $\cos\widehat{\text{AHB}}$
4. En déduire la mesure de l'angle $\widehat{\text{AHB}}$, puis de l'angle $\widehat{\text{BHC}}$ arrondies à 1 °près.

III – PROBLÈME **12 points**

Un club de sport propose à ses clients trois types de tarif :

– Tarif 1 : le paiement de 1 000 F pour chaque séance.
– Tarif 2 : le paiement d'une carte mensuelle de 4 000 F auquel s'ajoute 500 F par séance suivie.
– Tarif 3 : un abonnement mensuel de 11 500 F.

1. Monsieur Bob Iscotto prévoit de participer à 10 séances par mois.
Calculer sa dépense avec chacun des tarifs.

2. Monsieur Ray Gimesseq ne sait pas combien de séances il suivra dans le mois.

a. On appelle x le nombre de séances suivies dans le mois.
Exprimer en fonction de x, les prix P_1, P_2, P_3 à payer dans chacun des trois cas.

b. Tracer sur papier millimétré, dans un repère orthogonal, les représentations graphiques des fonctions t_1 et t_2 telles que :

$$t_1(x) = 1\,000x\ ;\ t_2(x) = 500x + 4\,000.$$

On prendra 1 **cm pour** 2 **séances** en abscisse et 1 **cm pour 1 000** F en ordonnée.

3. **a.** Résoudre le système : $\begin{cases} y = 1\,000x \\ y = 500x + 4\,000 \end{cases}$

b. Recopier et compléter la phrase suivante : « Graphiquement, la solution de ce système correspond à l'endroit où ...... ».

c. À partir de combien de séances, le tarif 2 est-il plus avantageux que le tarif 1 ?

4. **a.** Résoudre l'inéquation $500x + 4\,000 \geqslant 11\,500$

b. À partir de combien de séances, le tarif 3 est-il plus avantageux que le tarif 2 ?

5. Recopier et compléter les phrases suivantes :
« De zéro à ... séances, M. Ray Gimesseq devrait choisir le tarif ... ».
« De ... à ... séances, M Ray Gimesseq devrait choisir le tarif ... ».
« À partir de ... séances, M. Ray Gimesseq devrait choisir le tarif ... ».

M. Ray Gimesseq vous remercie pour vos conseils !

Brevet Pondichéry avril 2006

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1

On donne : $A = \dfrac{6}{3} - \dfrac{2}{3} + \dfrac{5}{6}$ et $B = \dfrac{5 \times 10^8 \times 4}{0,25 \times 10^{-4}}$

1. Donner A sous la forme d'une fraction irréductible en précisant toutes les étapes des calculs.

2. Donner l'écriture scientifique de B en précisant toutes les étapes des calculs.

Exercice 2

Dans cet exercice, toutes les longueurs sont données en cm. La mesure du côté du carré est $\sqrt{3}+3$. Les dimensions du rectangle sont $\sqrt{72}+3\sqrt{6}$ et $\sqrt{2}$.

1. Calculer l'aire $\mathscr{A}$ du carré ; réduire l'expression obtenue.

2. Calculer l'aire $\mathscr{A}'$ du rectangle.

3. Vérifier que $\mathscr{A} = \mathscr{A}'$.

Exercice 3

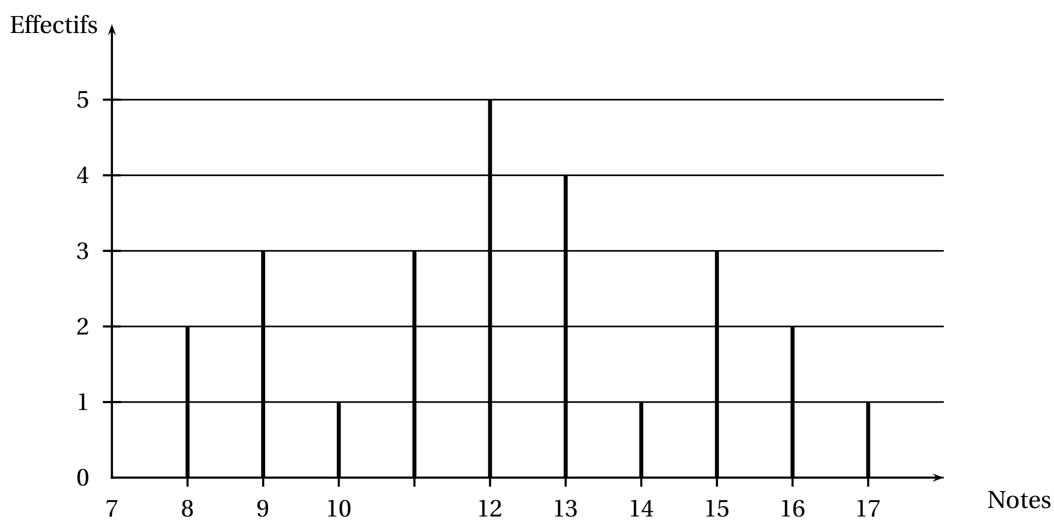
1. Résoudre le système :

$$\left\{\begin{array}{rcl} 3x+2y & = & 66 \\ x+3y & = & 57 \end{array}\right.$$

2. Vérifier que pour la solution $(x\ ;\ y)$ trouvée, on a $\dfrac{x}{y} = \dfrac{4}{5}$.

Exercice 4

Voici le diagramme en bâtons des notes obtenues par une classe de Troisième de 25 élèves au dernier devoir de mathématiques



1. Calculer la moyenne des notes.

2. Déterminer la médiane des notes.

3. Calculer le pourcentage des élèves ayant obtenu une note strictement supérieure à 13.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

Exercice 1

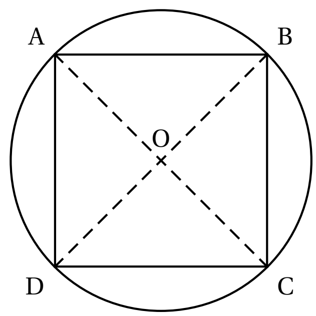
ABC est un triangle rectangle en A tel que : AC = 3 et BC = 6.

1. Faire la figure ; la compléter au fur et à mesure.
2. Calculer la valeur exacte de AB.
3. Calculer $\cos\widehat{ACB}$; en déduire la mesure en degrés de l'angle $\widehat{ACB}$.
4. Tracer la médiatrice du segment [BC] ; elle coupe la droite (AC) en E et la droite (AB) en O.
   a. Démontrer que le triangle BEC est isocèle, puis démontrer qu'il est équilatéral.
   b. Démontrer que la droite (BA) est la médiatrice du segment [EC].
   c. Citer deux transformations du plan par lesquelles le triangle BCO a pour image le triangle BOE ; en préciser les éléments caractéristiques.

Exercice 2

Un tronc d'arbre a la forme d'un cylindre de 5 m de hauteur, dont la base est un disque de centre O et de 20 cm de rayon.

Dans ce tronc, on veut tailler une poutre parallélépipédique de 5 m de hauteur dont la base est un carré ABCD, de centre O et de 40 cm de diagonale.



1. Calculer le volume exact du tronc d'arbre puis son arrondi au cm^3.
2. Montrer que l'aire du triangle AOB est égale à 200 cm^2 ; en déduire l'aire du carré ABCD, puis le volume de la poutre.
3. Calculer le pourcentage de bois utilisé. Arrondir à l'unité.

Exercice 3

Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O ; I, J).

1. Dans un repère orthonormé, placer les points A(2 ; 4), B(8 ; 8), C(10 ; 5) et D(4 ; 1).
2. a. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$.
   b. Calculer les longueurs AC et DB.
   c. Préciser la nature du quadrilatère ABCD.
3. On appelle K le point d'intersection des diagonales du quadrilatère ABCD. Déterminer les coordonnées du point K.

PROBLÈME **12 points**

ABC est un triangle tel que :

$$AB = 5\text{cm},\ AC = 10\text{ cm et } BC = 8\text{ cm}.$$

PREMIÈRE PARTIE

1. **Première figure**
   Dessiner le triangle ABC ; placer le point E du segment [AB] tel que BE = 3 cm ; tracer la parallèle à la droite (AC) passant par E ; elle coupe [BC] en F.
2. Calculer les longueurs FE et BF.
3. Calculer la longueur FC.
   Le triangle EFC est-il isocèle en F ?

DEUXIÈME PARTIE

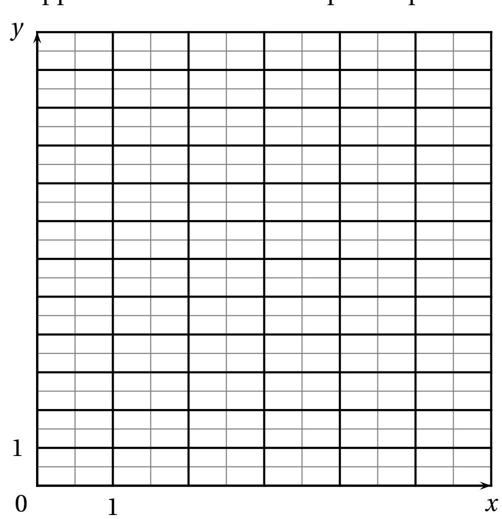
1. **Deuxième figure**
   Dessiner le triangle ABC ; placer un point E du segment [AB]. Tracer la parallèle à la droite (AC) passant par E ; elle coupe [BC] en F. On note x la longueur BE ; on a donc $0 \leqslant x \leqslant 5$.
2. Exprimer les longueurs FE et BE en fonction de x ; en déduire que
   $$FC = 8 - 1,6x.$$
3. Résoudre l'équation $8-1,6x = 2x$. Donner la solution sous la forme d'une fraction irréductible.
4. On prend pour x la valeur trouvée à la question précédente.
   a. Justifier que le triangle EFC est isocèle de sommet F.
   b. Prouver que la droite (CE) est la bissectrice de l'angle $\widehat{ACB}$.

TROISIÈME PARTIE

On considère les fonctions f et g définies par :

$$f(x) = 2x \quad \text{et} \quad g(x) = 8 - 1,6x.$$

1. Construire les représentations graphiques de f et g dans le repère fourni ci-après en se limitant à des valeurs de x comprises entre 0 et 5.
2. Utiliser ces graphiques pour déterminer un encadrement par deux nombres entiers consécutifs de la solution trouvée dans la question 3 de la deuxième partie ; laisser apparents les traits utilisés pour répondre à cette question.



Brevet Afrique juin 2006

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1

Calculer et donner les résultats sous forme irréductible (aucun détail des calculs n'est exigé) :

$$\text{A} = \frac{7}{2} - \frac{5}{2} \times \frac{1}{5} \quad \text{et} \quad \text{B} = \frac{3 \times 10^5 \times 2 \times 10^{-4}}{9 \times 10}.$$

Exercice 2

1. Sans calculer leur PGCD, dire pourquoi les nombres 648 et 972 ne sont pas premiers entre eux.
2. **a.** Calculer PGCD (972 ; 648).
   En déduire, l'écriture irréductible de la fraction $\dfrac{648}{972}$.

   b. Prouver que $\sqrt{648} + \sqrt{972} = 18\left(\sqrt{3} + \sqrt{2}\right)$.

Exercice 3

On considère l'expression $E = (x+2)(x-3) + (x-3)$.

1. Développer et réduire E.
2. Calculer E pour $x = 3$, puis pour $x = \sqrt{2}$.
3. Factoriser E.
4. Résoudre l'équation $x^2 - 9 = 0$.

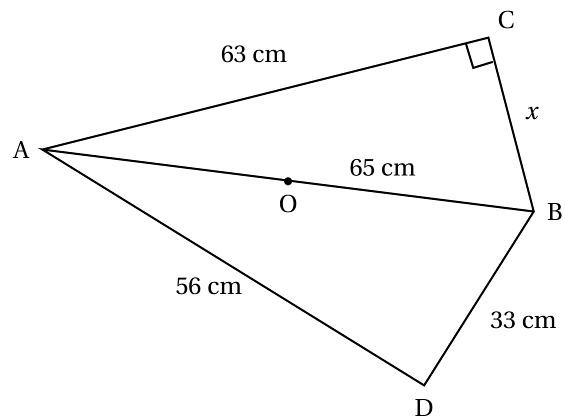
Exercice 4

En 2004, une entreprise a augmenté ses ventes de 30 %. En 2005, les ventes ont encore augmenté, cette fois-ci de 20 %. Calculer l'augmentation globale en pourcentage sur ces deux années.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

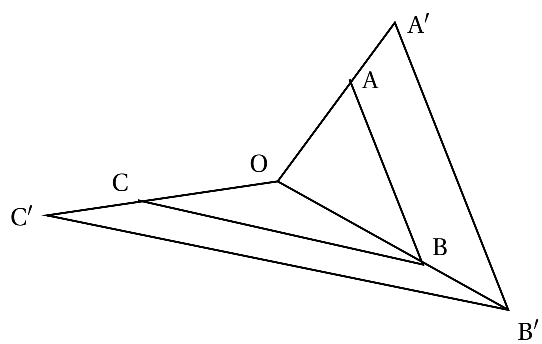
Les figures demandées seront tracées sur une feuille quadrillée.

Exercice 1



1. Faire un dessin à l'échelle 1/10. Vous laisserez visibles les traits de construction.
2. Calculer x.
3. Démontrer que ABD est rectangle. Vous préciserez en quel point.
4. O est le milieu de [AB]. Montrer que OC = OD.

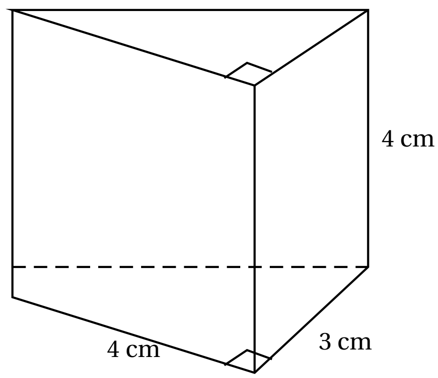
Exercice 2



Les points O, A et A′ sont alignés.
Les points O, B et B′ sont alignés.
Les points O, C et C′ sont alignés.
Sur le dessin ci-après :
(AB)//(A′B′) et (BC)//(B′C′)
OB = 4 cm ; OB′ = 5 cm
OA =3 cm ; OC′ = 6 cm

1. Calculer OC.
2. Calculer OA′. Démontrer que (AC) // (A′C′).

Exercice 3
Un prisme ayant pour base un triangle rectangle est représenté ci-dessous.



1. Combien a-t-il d'arêtes ? de faces ? de sommets
2. Quel est le volume de ce prisme ?
3. Tracer un patron de ce prisme en vraie grandeur.

PROBLÈME **12 points**

Lors d'une de ses tournée, le chanteur Philibert Collin utilisa une scène en forme de chapiteau une pyramide régulière à base hexagonale dont les faces latérales s'ouvrirent au début du concert et se refermèrent à la fin.

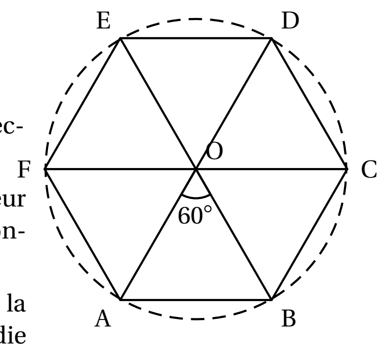
PREMIÈRE PARTIE : LA BASE HEXAGONALE

La scène est un hexagone régulier (voir figure ci-dessous) inscrit dans un cercle de centre O et de rayon 10 m.

1. **a.** Démontrer que OAB est un triangle équilatéral.

   b. En déduire le périmètre de la scène.
2. Démontrer que OABC est un losange.
3. **a.** Démontrer que FAC est un triangle rectangle.

   b. Calculer AC. (On donnera la valeur exacte et une valeur approcitée arrondie au centième.)
4. Calculer l'aire de la scène. (On donnera la valeur exacte et une va approchée arrondie au centième.)



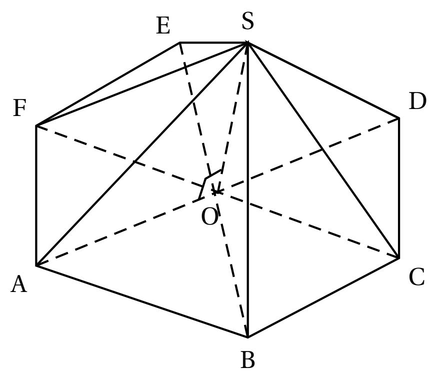
DEUXIÈME PARTIE : LA PYRAMIDE

Avant et après le spectacle, on observe une pyramide SABCDEF, de sommet S et dont la base est l'hexagone régulier ABCDEF. On supposera, dans cette partie, que l'aire de ABCDEF est égale à 259,8 m^2.

La hauteur SO de cette pyramide mesure 4 m.

1. Calculer le volume de cette pyramide.

   On donnera la réponse en m^3.
2. CaIculer SA.



3. Calculer le volume d'une maquette à l'échelle $\dfrac{1}{20}$ de cette pyramide.

   On choisira une unité appropriée pour donner la réponse.

∽ Brevet Aix-Marseille 27 juin 2006 ∾

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1

En précisant les différentes étapes de calcul :

1. Écrire le nombre A ci-dessous sous forme d'une fraction irréductible :

$$A = \frac{3 - \frac{2}{3}}{\frac{4}{3} \times 7}$$

2. Écrire le nombre B ci-dessous sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont des nombres entiers, b étant le plus petit possible :

$$B = \sqrt{300} - 4\sqrt{3} + 3\sqrt{12}$$

3. Donner l'écriture scientifique de C :

$$C = \frac{19 \times 10^3 \times 6 \times 10^{-10}}{14 \times 10^{-2}}$$

Exercice 2

On donne :

$$D = (2x-3)(5-x) + (2x-3)^2$$

1. Développer et réduire D.
2. Factoriser D.
3. Résoudre l'équation : $(2x-3)(x+2) = 0$

Exercice 3

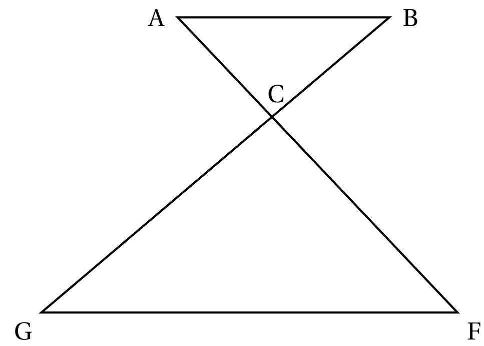
1. Résoudre le système

$$\begin{cases} 6x + 5y &= 57 \\ 3x + 7y &= 55,5 \end{cases}$$

2. Pour classer des photos, un magasin propose deux types de rangement : des albums ou des boîtes. Léa achète 6 boîtes et 5 albums et paie 57 € ; Hugo achète 3 boîtes et 7 albums et paie 55,50 €. Quel est le prix d'une boîte ? Quel est le prix d'un album ?

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

Exercice 1 : La figure ci-dessous n'est pas réalisée en vraie grandeur, elle n'est pas à reproduire.



Les points A, C et F sont alignés, ainsi que les points B, C et G.
Les droites (AB) et (GF) sont parallèles.
AB = 3 cm
FC = 8,4 cm
FG = 11,2 cm

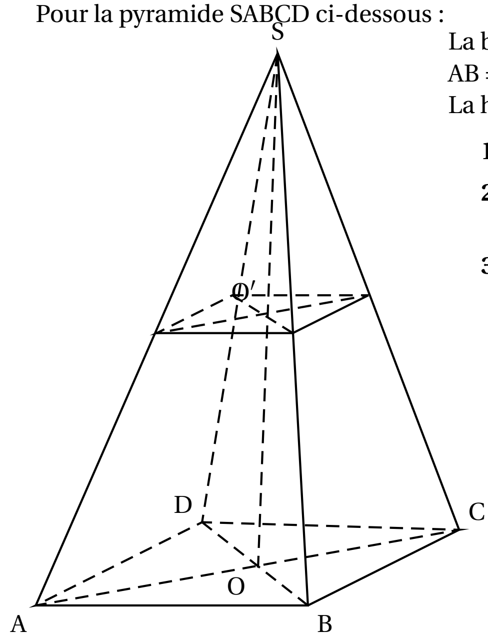
1. Calculer la longueur CA.
2. Soient D le point du segment [CF] et E le point du segment [GF] tels que : FD = 6,3 cm et FE = 8,4 cm. Montrer que les droites (GC) et (ED) sont parallèles.

Exercice 2 :

1. Construire un triangle ABC rectangle en C tel que AC = 5 cm et $\widehat{BAC} = 40$ °.
2. Calculer la longueur BC. (On donnera une valeur arrondie au millimètre).
3. **a.** Où se trouve le centre O du cercle circonscrit au triangle ABC ? Justifier.
   b. Tracer ce cercle.
4. En déduire la mesure de l'angle $\widehat{BOC}$.

Exercice 3 :

Pour la pyramide SABCD ci-dessous :



La base est le rectangle ABCD de centre O.
AB = 3 cm et BD = 5 cm.
La hauteur [SO] mesure 6 cm.

1. Montrer que AD = 4 cm.
2. Calculer le volume de la pyramide SABCD en cm^3.
3. Soit O′ le milieu de [SO].On coupe la pyramide par un plan passant par O′ et parallèle à sa base.
   a. Quelle est la nature de la section A′B′C′D′ obtenue ?
   b. La pyramide SA′B′C′D′ est une réduction de la pyramide SABCD. Donner le rapport de cette réduction.
   c. Calculer le volume de la pyramide SA′B′C′D′.

PROBLÈME **12 points**

La station de ski Blanche Neige propose les tarifs suivants pour la saison 2004-2005 :
Tarif A : Chaque journée de ski coûte 20 euros.
Tarif B : En adhérant au club des sports dont la cotisation annuelle s'élève à 60 euros, on bénéficie d'une réduction de 30 % sur le prix de chaque journée à 20 euros.

1. Yann est adhérent au club des sports de la station. Sachant qu'il a déjà payé sa cotisation annuelle, expliquez pourquoi il devra payer 14 euros par journée de ski.

2. Reproduire et compléter le tableau suivant :

Nombre de jours de ski pour la saison 2004-2005	5	8	
Coût en euros avec le tarif A	100		220
Coût en euros avec le tarif B	130		

3. On appelle x le nombre de journée de ski durant la saison 2004-2005.
Exprimer en fonction de x :

a. le coût annuel C_A en euros pour un utilisateur ayant choisi le tarif A.

b. le coût annuel C_B en euros pour un utilisateur ayant choisi le tarif B.

4. Sachant que Yann adhérent au club a dépensé au total 242 €, combien de jours a-t-il skié ?

5. Sur le papier millimétré (à rendre avec votre copie), dans un repère orthogonal, prendre :
– en abscisses : 1 cm pour 1 jour de ski.
– en ordonnées : 1 cm pour 10 euros.
On placera l'origine du repère en bas à gauche de la feuille, l'axe des abscisses étant tracé sur le petit côté de la feuille.

Tracer dans ce repère les représentations graphiques des fonctions affines f et g définies par : $f(x) = 20x$; $g(x) = 14x + 60$.

6. Dans cette partie, on répondra aux différentes questions en utilisant le graphique (faire apparaître sur le graphique les traits nécessaires).

a. Léa doit venir skier douze journées pendant la saison 2004-2005. Quel est pour elle le tarif le plus intéressant ? Quel est le prix correspondant ?

b. En étudiant les tarifs de la saison, Chloé constate que, pour son séjour, les tarifs A et B sont égaux. Combien de journées de ski prévoit-elle de faire ? Quel est le prix correspondant ?

Durée : 2 heures

Brevet des collèges Amérique du Nord juin 2006

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES — 12 points

EXERCICE 1

1. On considère les deux expressions :

$$A = \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{2}\right) \times \frac{5}{2} \qquad et \qquad B = \frac{16 \times 10^{-1} \times 2}{\left(10^3\right)^2 \times 10^{-8} \times 80}$$

- **a.** Calculer A et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.
- **b.** Vérifier que B est un nombre entier. Écrire les étapes du calcul.
- **c.** Brice affirme que « A est l'opposé de B ». Est-ce vrai ? Justifier.

2. On considère les deux expressions :

$$C = 2\sqrt{24} + \sqrt{96} - \sqrt{600} \qquad \text{et} \qquad D = \left(\sqrt{3} - \sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3} + 5\sqrt{2}\right)$$

3. Mettre C sous la forme $a\sqrt{6}$ avec a entier relatif.

4. Développer et réduire D.

EXERCICE 2

1. Soit $E = 4x^2 + 8x - 5$. Calculer E pour $x = 0,5$.

2. Soit $F = (2x+2)^2 - 9$.

- **a.** Développer et réduire F.
- **b.** Factoriser F.

3. **a.** Résoudre l'équation $(2x-1)(2x+5) = 0$.

- **b.** Quelles sont les valeurs de x qui annulent E ?

EXERCICE 3

1. **a.** 60 est-il solution de l'inéquation $2,5x - 75 > 76$?

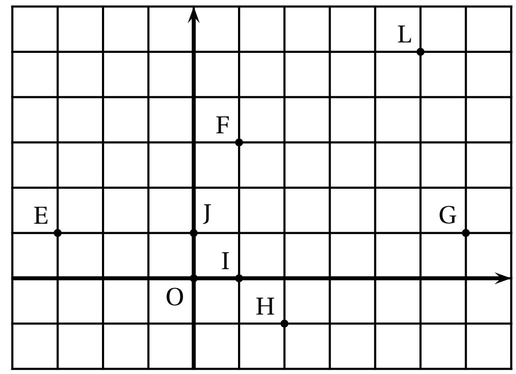
- **b.** Résoudre l'inéquation et représenter les solutions sur un axe.
  Hachurer la partie de l'axe qui ne correspond pas aux solutions.

2. Pendant la période estivale, un marchand de glaces a remarqué qu'il dépensait 75 € par semaine pour faire, en moyenne, 150 glaces.
Sachant qu'une glace est vendue 2,50 €, combien doit-il vendre de glaces, au minimum, dans la semaine pour avoir un bénéfice supérieur à 76 € ?
On expliquera la démarche.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

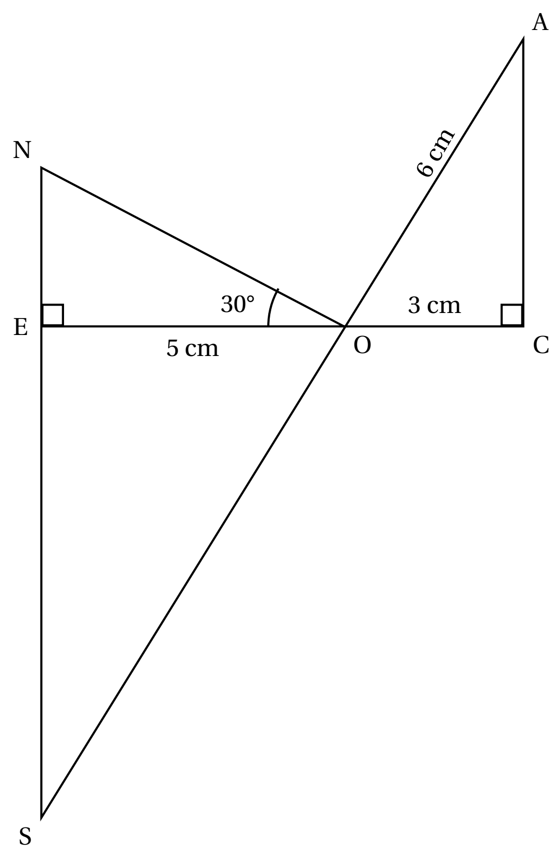
Pour les deux exercices les figures ne sont pas en vraie grandeur et on ne demande pas de les reproduire.

EXERCICE 1 (O, I, J) est un repère orthonormé d'unité le centimètre.



1. **a.** Lire les coordonnées des points E et F.
   b. Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{EF}$.
2. **a.** Lire les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{FL}$ et $\overrightarrow{HG}$.
   b. En déduire la nature de FLGH.
3. Préciser la position de F sur le segment [EL]. Justifier.
4. Recopier et compléter l'égalité
   $\overrightarrow{FL} + \overrightarrow{EH} = \overrightarrow{\ldots}$

EXERCICE 2



On sait que :
- EO = 5 cm, OC = 3 cm et OA = 6cm.
- Les points E, O et C sont alignés.
- Les triangles ENO et OCA sont respectivement rectangles en E et en C.
- La droite (AO) coupe la droite (NE) en S.

1. Montrer que, en cm, la mesure de [AC] est $3\sqrt{3}$.
2. **a.** Montrer que les droites (NS) et (AC) sont parallèles.
   b. Calculer les valeurs exactes de OS et de ES.
3. Calculer ON sachant que $\widehat{NOE} = 30$ °. Arrondir au mm.
4. **a.** Calculer l'angle $\widehat{COA}$.
   b. Démontrer que le triangle SON est rectangle.

PROBLÈME **12 points**

Les trois parties sont indépendantes

Partie 1

Une entreprise fabrique des saladiers en faïence ayant la forme d'une demi-sphère de rayon 12 cm.

1. Vérifier que, en cm^3, la valeur exacte du volume du saladier est $1\,152\pi$.
2. Une ménagère a besoin de 1,5 litre de lait pour faire des crêpes.
   Pourra-t-elle utiliser ce type de saladier pour les préparer ? Justifier.

Partie 2

Les saladiers sont vendus 5,50 € pièce.

1. Quel est le prix de vente de 800 saladiers ?
2. a. Soit x le nombre de saladiers achetés par un supermarché.
      Déterminer le prix $f(x)$ qu'il paiera à l'entreprise.
   b. Déterminer le nombre dont l'image par la fonction f est 6 600. Interpréter le résultat.
   c. Représenter graphiquement la fonction f dans un repère orthogonal.
      On prendra l'origine du repère en bas à gauche sur une feuille de papier millimétré.
      On prendra, en abscisses 1 cm pour 100 saladiers et, en ordonnées 1 cm pour 400 €.
3. En utilisant le graphique, retrouver le résultat de la question 2. b.. (Faire apparaître les tracés nécessaires).

Partie 3

Le responsable du supermarché a relevé le nombre de saladiers vendus par chacune de ses quatre vendeuses et l'a inscrit dans le tableau suivant :

Nom de la vendeuse	Sofia	Natacha	Lorie	Magali
Nombre de saladiers vendus	220	200	290	250

1. Combien de saladiers ont été vendus ?
2. Calculer le pourcentage de saladiers vendus par Natacha. Arrondir au dixième.
3. Le responsable du supermarché affirme qu'il a vendu 80 % de son stock.
   Combien avait-il acheté de saladiers ?

Brevet Antilles juin 2006

Activités numériques **12 points**

Exercice 1

Les calculs seront détaillés.

1. $A = \dfrac{-\dfrac{3}{4}+\dfrac{1}{2}}{\dfrac{2}{5}-\dfrac{5}{2}}$. Écrire A sous forme de fraction irréductible.
2. $B = \dfrac{3\times 10^{3}\times 2\times 10^{-1}}{12\times 10^{-2}}$. Écrire B sous la forme $a\times 10^{n}$, a désignant un entier.

Exercice 2

On considère l'expression $C=(x-1)(2x+5)-(x-1)^2$.

1. Développer et réduire C.
2. Factoriser C.
3. Résoudre l'équation $(x-1)(x+6)=0$.

Exercice 3

Répondre aux questions en utilisant le tableau statistique ci-après sur la population.
Les effectifs de ce tableau sont arrondis au millier.

1. La population martiniquaise a-t-elle augmenté de 2001 à 2002 ?
   Et celle de femmes martiniquaises ?
2. Combien y avait-il de femmes de moins de 20 ans en Martinique en 2002 ?
   Combien y avait-il d'hommes de moins de 60 ans en Martinique en 2001 ?
3. Quel pourcentage de la population martiniquaise représentaient les personnes de 75 ans et plus en 2001 ? (Arrondir le résultat au dixième.)
4. Peut-on dire que, en 2002, la population métropolitaine est plus de 150 fois plus importante que celle de la Martinique ?

Estimations de population par sexe et par âge au 1er janvier

	Martinique	Martinique	France métropolitaine
	2001	2002	2002
Ensemble	**386**	**388**	**59 342**
0-19 ans	118	118	14 988
20-39 ans	112	110	16 371
40-59 ans	93	96	15 758
60-74 ans	42	43	7 727
75 ans et plus	21	22	4 499
Hommes	**180**	**183**	**28 830**
0-19 ans	57	59	7 666
20-39 ans	53	51	8 191
40-59 ans	43	45	7 796
60-74 ans	19	19	3 564
75 ans et plus	8	8	1 613
Femmes	**206**	**205**	**30 512**
0-19 ans	61	58	7 322
20-39 ans	59	58	8 179
40-59 ans	50	52	7 692
60-74 ans	23	23	4 163
75 ans et plus	13	13	2 886

Source : INSEE - Estimations localisées de population.

Les effectifs de ce tableau sont arrondis au millier.

Activités géométriques **12 points**

Exercice 1

(*Construction à faire sur du papier millimétré.*)
Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). OI = OJ = 1 cm.

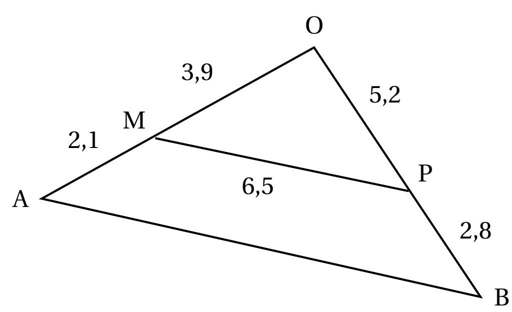
1. Placer les points A$(-2\ ;\ 1)$ et B$(1\ ;\ 2)$.
   Lire sur le graphique les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.
2. Placer les points R et C images respectives des points O et B dans la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$. Préciser les coordonnées de R et C.
3. Citer deux vecteurs égaux a $\overrightarrow{AB}$.
   Justifier que BCRO est un parallélogramme.
4. Recopier et compléter sans justification les égalités :

$$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}=\ldots \quad ; \quad \overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CR}=\ldots$$

5. Soit K le centre du parallélogramme BCRO.
   Calculer les coordonnées de K.

Exercice 2

On considère la figure ci-dessous (*les unités ne sont pas respectées*)

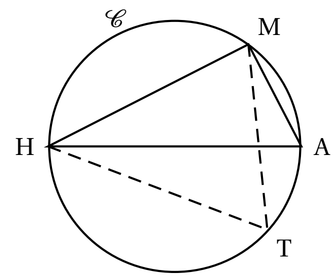


1. Montrer que les droites (MP) et (AB) sont parallèles.
2. Calculer la longueur AB.
3. Montrer que le triangle OAB est rectangle en O.

Exercice 3

Sur la figure ci-contre les mesures ne sont pas respectées.

On considère un cercle $\mathscr{C}$ de diamètre HA = 9 cm.
Soit M un point du cercle $\mathscr{C}$ tel que MA = 5,3 cm et T un autre point du cercle $\mathscr{C}$



1. Justifier que MAH est un triangle rectangle.
2. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{\text{MHA}}$, arrondie à l'unité.
3. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{\text{HTM}}$ (arrondie à l'unité).

PROBLÈME **12 points**

Onagre est un opérateur de téléphonie mobile qui propose les abonnements suivants :

- Abonnement A : abonnement 19 euros, puis 0,30 euro la minute de communication
- Abonnement B : abonnement 29 euros, puis 0,20 euro la minute de communication.

1. Recopier puis compléter le tableau suivant :

Durée (en minutes)	30	45	60	90
Abonnement A en euro				
Abonnement B en euro				

2. Soit x le nombre de minutes et y le prix de la communication à payer en fonction du temps.

On note y_{A} le prix pour l'abonnement A et y_{B} le prix pour l'abonnement B.

Exprimer y_{A} et y_{B} en fonction de x.

3. Déterminer le nombre de minutes correspondant à un montant de 151 euros pour l'abonnement A.

4. (Sur papier millimétré)

Dans un repère orthonormé, représenter graphiquement les fonctions affines définies par :

$$f(x) = 0,3x + 19 \quad \text{et} \quad g(x) = 0,2x + 29.$$

On choisira pour unités :

- en abscisse, 1 cm pour 10 minutes
- en ordonnée, 1 cm pour 5 euros.

5. **a.** Résoudre l'équation $19 + 0,3x = 29 + 0,2x$.

En déduire le nombre de minutes pour lequel les deux tarifs sont égaux.

b. Quel est le tarif le plus avantageux si l'on consomme moins d'une heure de communication par mois ?

6. **a.** Déterminer graphiquement le nombre de minutes dont on disposera pour un montant de 70 euros, si l'on a choisi l'abonnement A.

b. Retrouver ce résultat par le calcul.

Brevet Guyane juin 2006

Activités numériques **12 points**

Exercice 1

On donne $A = \frac{2}{7} \div \frac{5}{21} - \frac{4}{3}$ et $B = \frac{10 \times 2,4 \times 10^2}{8 \times 10^{-3}}$

1. Calculer A et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.
2. Calculer la valeur numérique de B et donner le résultat :
   - **a.** En notation scientifique.
   - **b.** En notation décimale.

Exercice 2

On donne $C = \frac{682}{496}$.

1. Déterminer le PGCD de 682 et 496.
2. Simplifier la fraction $\frac{682}{496}$ pour la rendre irréductible.

Exercice 3

Soit $D = (3x+1)^2 - 9$

1. Développer et réduire D.
2. Factoriser D.
3. Résoudre l'équation $(3x-2)(3x+4) = 0$.
4. Calculer la valeur de D pour $x = \sqrt{2}$; donner le résultat sous la forme $a\sqrt{2} + b$ avec a et b deux nombres entiers.

Exercice 4

Le tableau ci-dessous donne la répartition, par âge, de l'équipage d'un voilier préparant une régate.

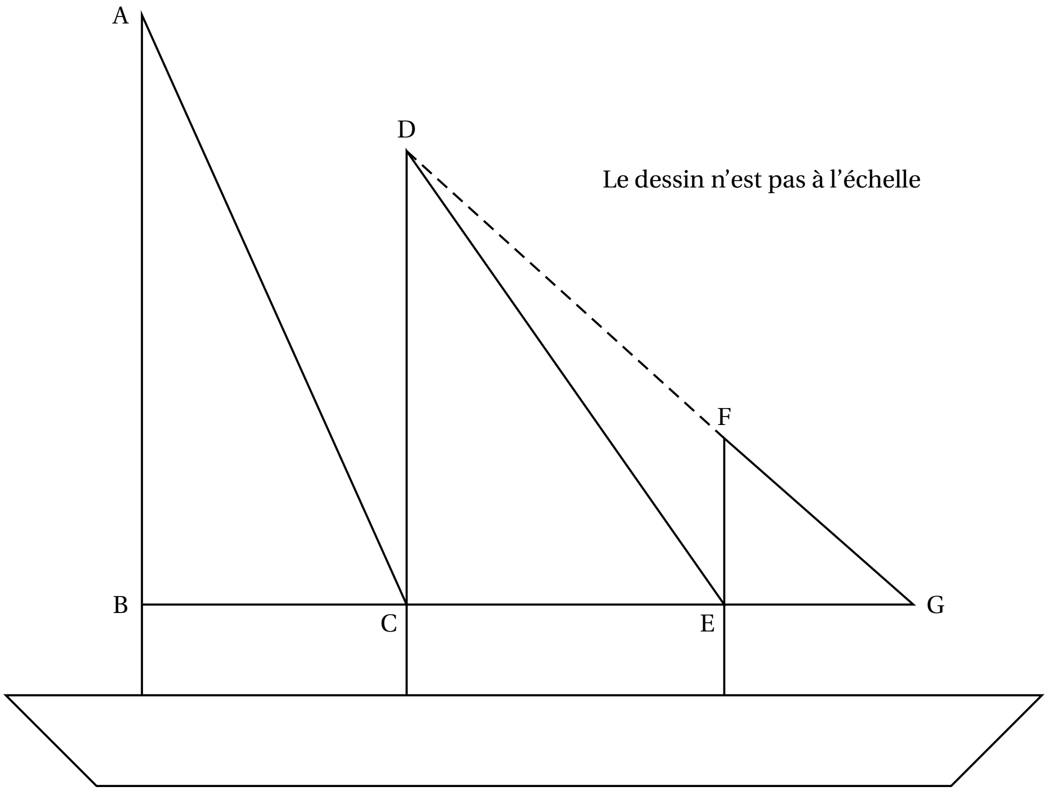
âge des équipiers	18	20	22	28
Nombre des équipiers	1	4	3	2

1. Calculer l'effectif total de l'équipage.
2. Calculer l'âge moyen des équipiers de ce voilier.
3. Quelle est la médiane des âges des équipiers ?

Activités géométriques **12 points**

Exercice 1

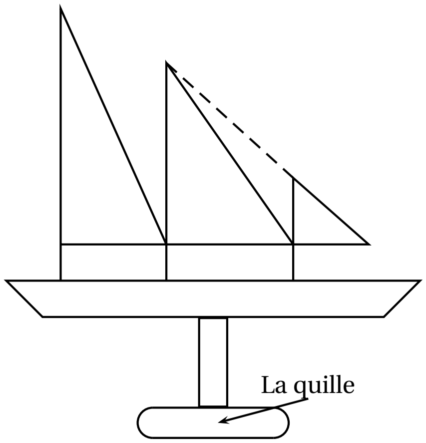
Un équipage guyanais, participant à une régate, décide de refaire les voiles de son trois mâts. Dans tout l'exercice, l'unité de longueur est le mètre.

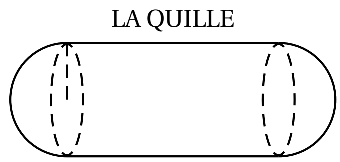


1. La petite voile est représentée par le triangle EFG rectangle en E avec EG = 4,5 et FG = 7,5.
   a. Montrer que EF = 6.
   b. Calculer $\tan\left(\widehat{\text{EGF}}\right)$ et en déduire la mesure arrondie au degré de l'angle $\widehat{\text{EGF}}$.
2. La voile moyenne est représentée par le triangle DEC rectangle en C avec EC = 7,5
   a. À l'aide des configurations géométriques codées sur la figure, démontrer que les droites (DC) et (EF) sont parallèles.
   b. Calculer la distance DC.
3. Pour la grande voile, représentée par le triangle BAC, l'équipage a déjà les mesures qui sont : AB = 24, BC = 7, AC = 25
   Le triangle BAC est-il rectangle ?

Exercice 2

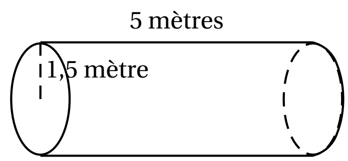
Le même équipage veut calculer le volume d'eau que peut contenir la quille du bateau représentée sur la figure ci-dessous.





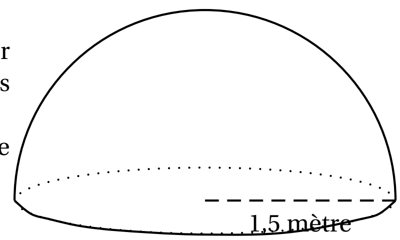
1. La partie centrale de la quille est représentée par un cylindre comme ci-contre.

a. En prenant $\pi \approx 3,14$, vérifier que le volume de ce cylindre vaut $35,325\ \text{m}^3$.
b. Sachant que un litre est égal à un décimètre cube, en déduire le volume d'eau en litre que peut contenir ce cylindre.



2. Les deux extrémités de la cuve sont des demi boules de rayon 1,5 m.

a. En prenant à nouveau $\pi \approx 3,14$, calculer le volume total en m^3 que représente ces deux demi boules.
b. Montrer que le volume total de la quille vaut $49,455\ \text{m}^3$.



3. La quille est remplie à 20 % de sa capacité maximale. Quel est le volume d'eau en m^3 que contient la quille ?

Rappel :
Volume du cylindre = $\pi R^2 h$ Volume de la boule = $\dfrac{4}{3}\pi R^3$
Avec : R : rayon et h : hauteur

PROBLÈME **12 points**

Dans ce problème, on s'intéresse au trajet d'une régate organisée aux abords de Cayenne reliant la pointe du Mahury à l'îlet La Mère.
Le plan est muni d'un repère orthonormal (O, I, J), **une unité représente 0,5 mille marin sur chaque axe.**
P désigne la pointe du Mahury, M l'antenne de l'îlet La Mère, Q l'îlet le père, B la bouée numéro 14 du chenal et D le Fort Diamant.
PARTIE I

1. Placer les points suivants dans le repère de la feuille annexe qui est à remettre avec la copie :

$$\text{P}(-5\ ;\ -2,5) \quad ; \quad \text{M}(4\ ;\ 2) \quad ; \quad \text{Q}(1\ ;\ 6,5) \quad ; \quad \text{D}(-4\ ;\ -1)$$

On complétera la figure au fur et à mesure.

2. B est le milieu de [PM].

a. Calculer les coordonnées de B.

b. Placer le point B dans le repère.

3. **a.** Montrer que PM ≈ 10 unités.

b. En déduire la distance à vol d'oiseau de la Pointe du Mahury à l'îlet La Mère en mille marin puis en kilomètre sachant que 1 mille marin vaut $1,852$ km.

PARTIE II

1. On donne les fonctions f, g et h suivantes :

$$f(x) = -\frac{3}{2}x \qquad g(x) = \frac{3}{2}x + 5 \qquad h(x) = 5$$

La droite (PQ) est la représentation graphique de l'une de ces fonctions. Laquelle ? Justifier la réponse.

2. Le Fort Diamant est représenté par le point $D(-4\,;\,-1)$. Le point D appartient-il à la droite (PQ) ? Justifier votre réponse.

PARTIE III

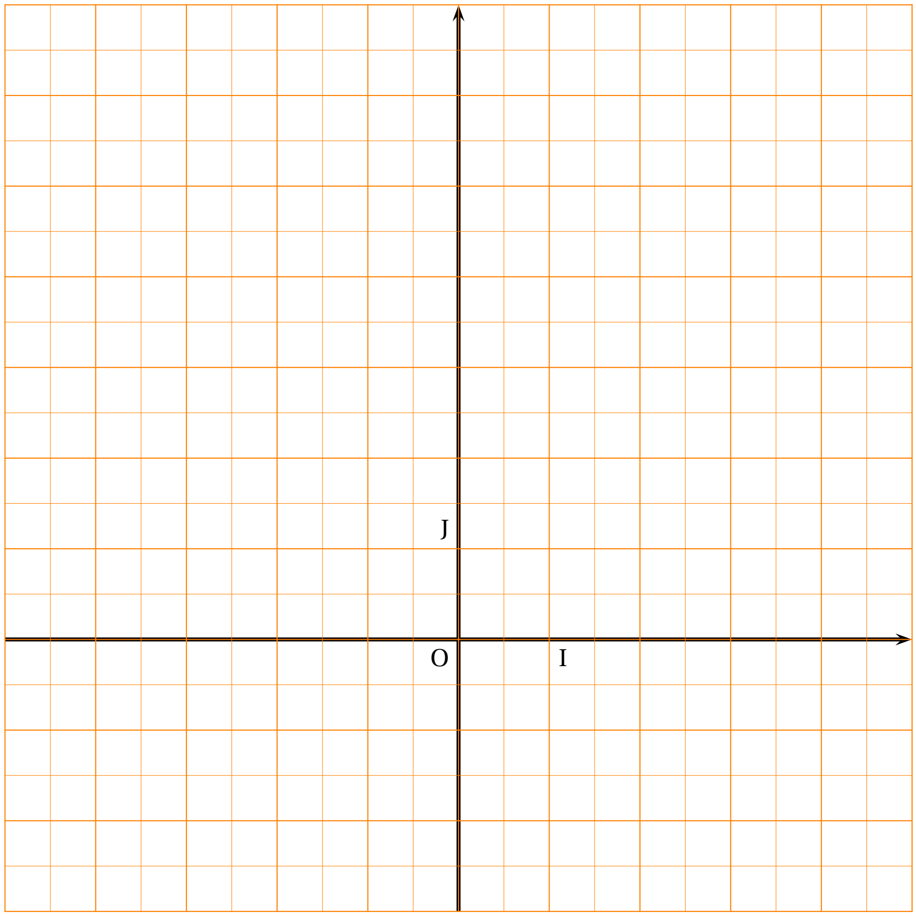
Un voilier est parti de la Pointe du Mahury. Il se trouve au point V image de P par la translation de vecteur $\overrightarrow{DO}$.

1. Déterminer graphiquement les coordonnées de $\overrightarrow{DO}$.

2. Placer le point V dans le repère.

3. Calculer les coordonnées de V.

ANNEXE À REMETTRE



Brevet Asie juin 2006

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1

On considére les nombres :

$$A = \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) \times \left(7 + \frac{37}{9}\right) \quad \text{et} \quad B = \frac{7 \times 10^3 \times 5 \times 10^5}{14 \times \left(10^2\right)^3}.$$

En précisant toutes les étapes du calcul :

1. Écrire A sous la forme d'une fraction irréductible.
2. Donner l'écriture scientifique de B.

Exercice 2

On considére les nombres

$$C = 5\sqrt{3} + 2\sqrt{27} \quad \text{et} \quad D = 3\sqrt{2} \times \sqrt{6}.$$

Écrire les nombres C et D sous la forme $a\sqrt{3}$, a étant un nombre entier.

Exercice 3

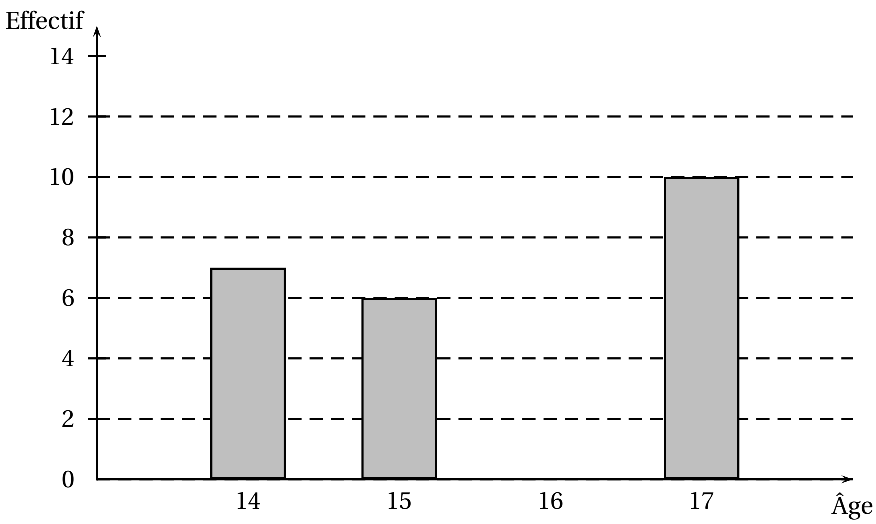
On donne l'expression :

$$G = (2x-1)^2 + (2x-1)(3x+5).$$

1. Développer et réduire G.
2. Factoriser G.
3. Résoudre l'équation $G = 0$.

Exercice 4

L'histogramme ci-dessous illustre une enquête faire sur l'âge des 30 adhérents d'un club de badminton mais le rectangle correspondant aux adhérents de 16 ans a été effacé.



1. Calculer le nombre d'adhérents ayant 16 ans.
2. Quel est le pourcentage du nombre d'adhérents ayant 15 ans ?
3. Quel est l'âge moyen des adhérents du club ? Donner la valeur arrondie au dixième.

4. Reproduire et compléter le tableau ci-dessous pour réaliser un diagramme semi-circulaire représentant la répartition des adhérents selon leur âge (on prendra un rayon de 4 cm).

Âge	14 ans	15 ans	16 ans	17 ans	Total
Nombre d'adhérents	7	6		10	30
Mesure de l'angle (en degrés)					180

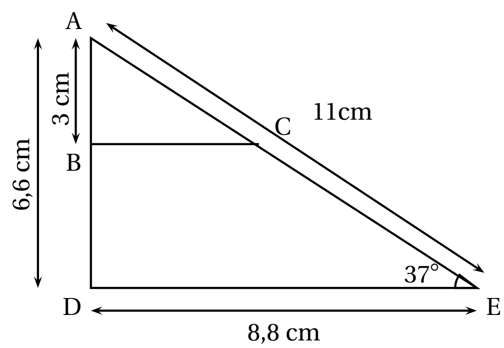
Activités géométriques 12 points

Exercice 1

Soit un triangle ADE tel que :

$$AD = 6{,}6 \text{ cm, } DE = 8{,}8 \text{ cm et } AE = 11 \text{ cm.}$$

B est le point du segment [AD] tel que AB = 3 cm et C est le point du segment [AE] tel que (BC) soit paralléle à (DE). Sur la figure ci-dessous les dimensions ne sont pas respectées ; on ne demande pas de reproduire la figure.



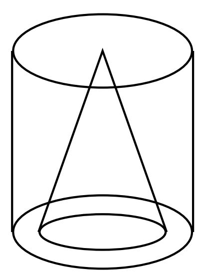
1. Calculer la longueur BC.
2. Montrer que le triangle ADE est rectangle.
3. Calculer la valeur, arrondie au degré, de l'angle $\widehat{DEA}$.

Exercice 2

On considére un cylindre en bois de diamétre 12 cm et de hauteur 18 cm.

1. Exprimer le volume du cylindre en fonction de π.
2. On creuse dans ce cylindre un cône de rayon 4 cm et de hauteur 18 cm. Montrer que, en cm^3, la valeur exacte de la partie restante est 552π.
3. Quelle fraction du volume du cylindre le volume restant représentet-il ?

   Exprimer cette fraction en pourcentage ; l'arrondir au dixiéme.



Exercice 3

1. Tracer un triangle isocèle ABC de sommet principal B tel que :

$$AC = 4 \text{ cm et } AB = 5 \text{ cm.}$$

2. a. Placer les points R et M tels que :

$$\overrightarrow{CR} = \overrightarrow{AB} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}.$$

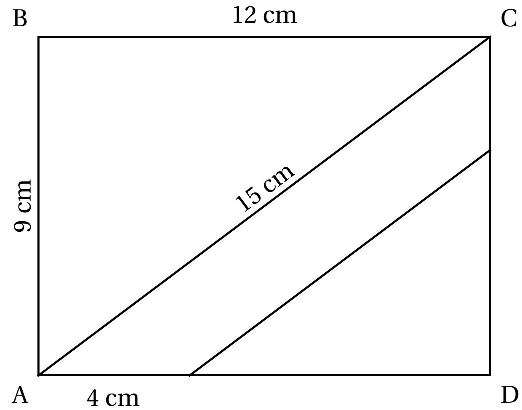
   b. Quelle est la nature du quadrilatère ABRC ? Justifier.

   c. Préciser la nature du quadrilatère ABCM. Justifier.
3. Démontrer que le point C est le milieu du segment [MR].

PROBLÈME **12 points**

PREMIÈRE PARTIE

Sur un plan, un terrain rectangulaire est représenté par un rectangle ABCD de largeur AB = 9 cm et de longueur BC = 12 cm.



1. Déterminer l'aire du triangle ACD.
2. Calculer AC.

DEUXIÈME PARTIE

Les distances sont exprimées en cm et les aires en cm^2.

E est le point du segment [AD] tel que AE = 4 et F est un point de [CD].

1. On suppose que CF = 3 les droites (EF) et (AC) sont-elles paralléles ? Justifier la réponse.

   Pour la suite du problème, on pose C$F = x$.
2. Montrer que l'aire du triangle EFD est $36 - 4x$.
3. Pour quelle valeur de x l'aire du triangle EFD est-elle égale à 24 cm^2.
4. Exprimer l'aire du quadrilatère ACFE en fonction de x.
5. Le plan est muni d'un repère orthogonal. Les unités choisies seront les suivantes :
   - sur l'axe des abscisses, 1 cm représentera 1 unité ;
   - sur l'axe des ordonnées, 1 cm représentera 5 unités,

   Représenter sur du papier millimétré la fonction affine $f \ : \ x \longmapsto 18 + 4x$.
6. Retrouver sur le graphique la réponse au 3 laisser apparents les traits de construction,

TROISIÈME PARTIE

Sachant que la largeur réelle du terrain est 27 m ;

1. Déterminer l'échelle du plan.
2. Calculer l'aire du terrain $\left(\text{en m}^2\right)$.

Brevet des collèges Bordeaux juin 2006

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1

Toutes les étapes de calculs devront figurer sur la copie.

1. Calculer A et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$$A = \frac{1}{9} - \frac{15}{9} \times \frac{1}{6}$$

2. Écrire B sous la forme $a\sqrt{3}$ où a est un entier.

$$B = \sqrt{48} - 3\sqrt{12} + 7\sqrt{3}$$

3. Donner les écritures décimale et scientifique de C :

$$C = \frac{3 \times 10^2 \times 1,2 \times \left(10^{-3}\right)^4}{0,2 \times 10^{-7}}$$

Exercice 2

On considère l'expression : $E = (3x+1)^2 - 4$.

1. Développer et réduire E.

2. Factoriser E.

3. Résoudre l'équation $(3x+3)(3x-1) = 0$.

Exercice 3

Le tableau ci-dessous donne la répartition des notes obtenues à un contrôle de mathématiques par les 27 élèves d'une classe de troisième.

Notes	6	8	10	13	14	17
Effectifs	3	5	6	7	5	1

1. Calculer la note moyenne de la classe à ce contrôle. Arrondir le résultat à l'unité.

2. Calculer le pourcentage d'élèves ayant eu une note supérieure ou égale à 10. Arrondir le résultat au dixième.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

Exercice 1

On considère un repère orthonormé (O, I, J). L'unité est le centimètre.

1. Dans ce repère, placer les points :

$$A(1\ ;\ 2) \qquad B(-2\ ;\ 1) \qquad C(-3\ ;\ -2)$$

2. Calculer les distances AB et BC.

3. Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{BC}$.

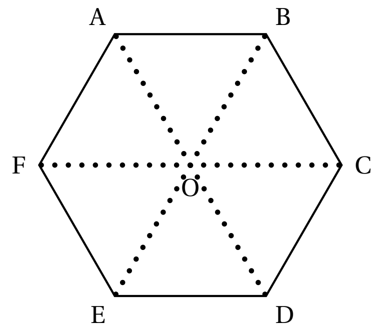
4. Construire le point D, image du point A par la translation qui transforme B en C.

5. Démontrer que le quadrilatère ABCD est un losange.

Exercice 2

Dans cet exercice, les réponses seront données sans justification.

ABCDEF est un hexagone régulier de centre O.

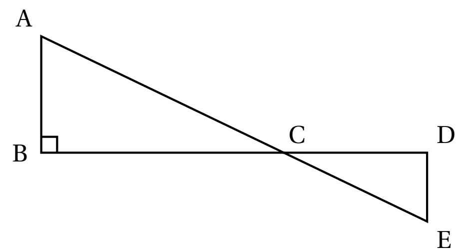


1. Quel est le symétrique du triangle OCD par rapport au point O ?
2. Quel est le symétrique du triangle EFO par rapport à la droite (EO) ?
3. Quelle est l'image du triangle OCD par la rotation de centre O, d'angle 60° dans le sens des aiguilles d'une montre ?

Exercice 3

La figure ci-contre n'est pas en vraie grandeur.

On ne demande pas de la reproduire.



Les points A, C et E sont alignés, ainsi que les points B, C et D.

Le triangle ABC est rectangle en B.

Les longueurs suivantes sont exprimées en centimètres.

BC = 12 ; CD = 9,6 ; DE = 4 ; CE = 10,4.

1. Montrer que le triangle CDE est rectangle en D.
2. En déduire que les droites (AB) et (DE) sont parallèles.
3. Calculer la longueur AB.

PROBLÈME **12 points**

Dans un magasin, une cartouche d'encre pour imprimante coûte 15 €. Sur un site internet, cette même cartouche coûte 10 €, avec des frais de livraison fixes de 40 € quel que soit le nombre de cartouches achetées.

1. Reproduire et compléter le tableau suivant :

Nombre de cartouches achetées	2	5	11	14
Prix à payer en magasin en euros		75		
Prix à payer par internet en euros		90		

2. Le nombre de cartouches achetées est noté x.
   a. On note P_{A} le prix à payer pour l'achat de x cartouches en magasin. Exprimer P_{A} en fonction de x.
   b. On note P_{B} le prix à payer, en comptant la livraison, pour l'achat de x cartouches par internet. Exprimer P_{B} en fonction de x.
3. Dans le repère orthogonal figurant en annexe, que l'on rendra avec la copie, tracer les droites d et d' définies par :
   – d représente la fonction $x \longmapsto 15x$
   – d' représente la fonction $x \longmapsto 10x + 40$
4. En utilisant le graphique précédent :
   a. déterminer le prix le plus avantageux pour l'achat de 6 cartouches. Vous laisserez apparents les traits de constructions.
   b. Sonia dispose de 80 euros pour acheter des cartouches. Est-il est plus avantageux pour elle d'acheter des cartouches en magasin ou sur internet ? Vous laisserez apparents les traits de constructions.
5. À partir de quel nombre de cartouches le prix sur Internet est-il inférieur ou égal à celui du magasin ? Expliquer votre réponse.

∽ Brevet Nancy-Metz juin 2006 ∽

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1

On donne :

$$A = \frac{7}{3} - \frac{2}{3} \div \frac{8}{7} \qquad B = \sqrt{12} - 7\sqrt{3} - \sqrt{75} \qquad C = \frac{0,3 \times 10^2 \times 5 \times 10^{-3}}{4 \times 10^{-4}}.$$

1. Calculer A et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.
2. Écrire B sous la forme $a\sqrt{b}$ où a est un entier relatif et b un entier naturel le plus petit possible.
3. Calculer C et donner son écriture scientifique.

Exercice 2

On considère l'expression : $E = (3x+2)^2 - (5-2x)(3x+2)$.

1. Développer et réduire l'expression E.
2. Factoriser E.
3. Calculer la valeur de E pour $x = -2$.
4. Résoudre l'équation $(3x+2)(5x-3) = 0$. Les solutions de cette équation sont-elles des nombres décimaux ?

Exercice 3

On considère le système suivant :

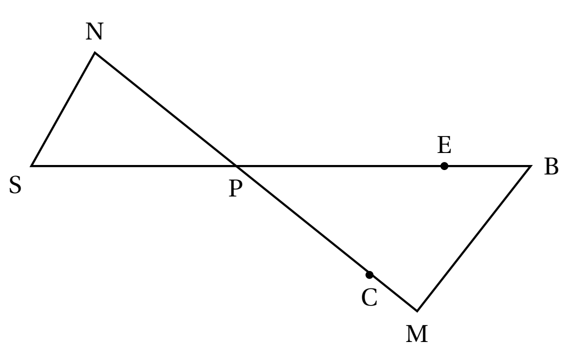
$$\left\{\begin{array}{rcl} 2x+3y & = & 5,5 \\ 3x+y & = & 1,05 \end{array}\right.$$

1. Le couple $(x = 2 \,;\ y = 0,5)$ est-il solution de ce système ?
2. Résoudre le système d'équations.
3. À la boulangerie, Anatole achète 2 croissants et 3 pains au chocolat : il paie 5,50 €. Béatrice achète 3 croissants et 1 pain au chocolat et paie 4,05 €.
   Quel est le prix d'un croissant ? Quel est le prix d'un pain au chocolat ?

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

Exercice 1

On considère la figure ci-contre qui n'est pas réalisée en vraie grandeur.
Les points S, P, E et B sont alignés ainsi que les points N, P, C et M.
Les droites (MB) et (NS) sont parallèles.
On donne : PM = 12 cm, MB = 6,4 cm, PB = 13,6 cm et PN = 9 cm.



1. Démontrer que le triangle PBM est rectangle.
2. En déduire la mesure de l'angle $\widehat{\text{MBP}}$ arrondie au degré près.
3. Calculer la longueur NS.
4. On considère le point E du segment [PB] tel que PE = 3,4 cm et le point C du segment [PM] tel que PC = 3 cm. Les droites (CE) et (MB) sont-elles parallèles ?

Exercice 2

La figure est à réaliser sur une feuille de papier millimétré.

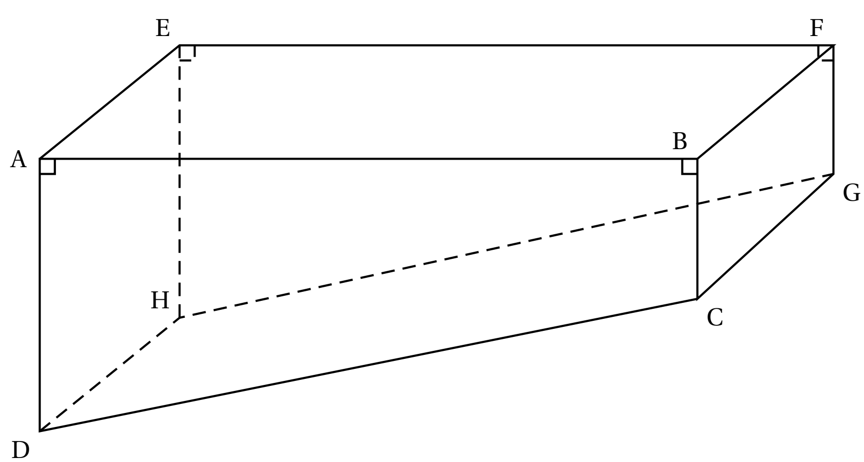
Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). L'unité de longueur est le centimètre.

1. Placer les points : A(-2 ; 1), B(3 ; 2), C(-3 ; -2) et G (7 ; 0).
2. **a.** Placer le point E tel que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CE}$. En déduire la nature du quadrilatère ABEC.

   b. Donner par lecture graphique les coordonnées du point E.
3. Calculer la valeur exacte de la longueur AB.
4. Placer le point F(-1 ; 4) et démontrer que F est le symétrique de C par rapport à A.
5. Démontrer que B est le milieu du segment [FG] et en déduire sans autre calcul la longueur CG.

PROBLÈME **12 points**

La piscine de Monsieur Dujardin a la forme d'un prisme droit dont la base ABCD est un trapèze rectangle.



On donne : AB = 14 m, AE = 5 m AD = 1,80 m, BC = 0,80 m.
Sur le schéma ci-dessus, les dimensions ne sont pas respectées. On rappelle les formules suivantes :
Aire d'un trapèze = $\dfrac{\text{(somme des bases)} \times \text{hauteur}}{2}$;
Volume d'un prisme = (Aire de la base) × hauteur.

Partie A

1. Montrer que le volume de cette piscine est 91 m^3.

2. À la fin de l'été, M. Dujardin vide sa piscine à l'aide d'une pompe dont le débit est $5 m^3$ par heure.

   a. Calculer le nombre de m^3 d'eau restant dans la piscine au bout de 5 heures.

   b. On admet que le nombre de m^3 d'eau restant dans la piscine au bout de x heures est donné par la fonction affine f définie par : $f(x) = 91 - 5x$.

      Sur la feuille de papier millimétré, construire un repère orthogonal tel que :
      – en abscisse, 1 cm représente 1 heure,
      – en ordonnée, 1 cm représente 5 m^3.
      Représenter graphiquement la fonction f dans ce repère.

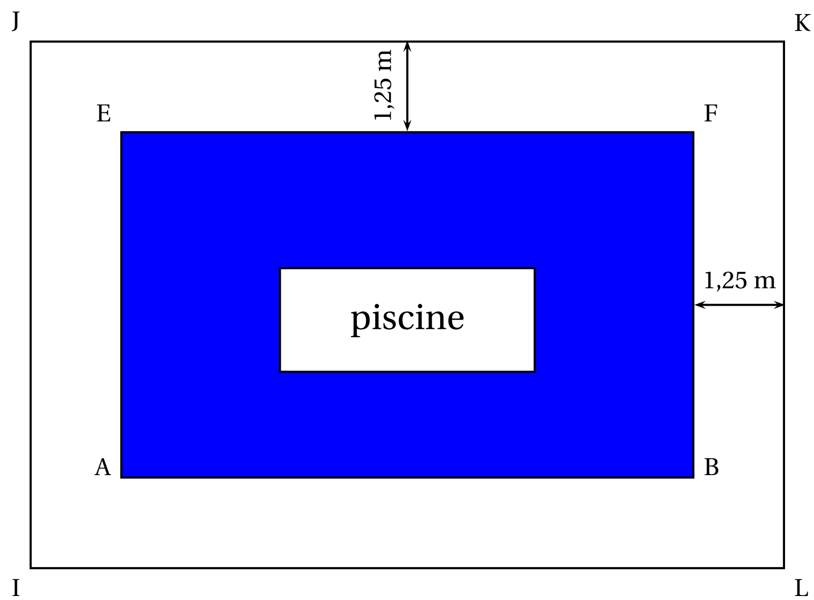
   c. Par lecture graphique, déterminer le nombre d'heures nécessaires pour qu'il ne reste que 56 m^3 d'eau dans cette piscine.

   d. Par lecture graphique, déterminer le nombre d'heures nécessaires pour vider complètement la piscine.

   e. Retrouver ce dernier résultat par le calcul. Donner cette durée en heures et minutes.

Partie B

M. Dujardin doit clôturer sa piscine, en laissant autour une distance de 1,25 m comme le montre le schéma ci-dessous.



1. Calculer les distances IJ et JK en cm.
2. Pour réaliser la clôture, il souhaite utiliser un nombre entier de panneaux rectangulaires identiques, dont la longueur a est un nombre entier de centimètres, le plus grand possible.
   Expliquer pourquoi a est le PGCD de 750 et de 1 650.
3. Calculer la valeur de a, en indiquant la méthode utilisée.
4. Combien faudra-t-il de panneaux pour clôturer la piscine ?

Brevet Paris juin 2006

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1

$$A = \frac{1}{3} + \frac{5}{6} : \frac{3}{2} \qquad B = 50\sqrt{45} - 3\sqrt{5} + 6\sqrt{125} \qquad C = \frac{5 \times 10^{-2} \times 7 \times 10^{5}}{2 \times 10^{7}}$$

1. Calculer A en détaillant les étapes du calcul. Donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible.
2. Écrire B sous forme $a\sqrt{5}$ où a est un nombre entier. Détailler les étapes du calcul.
3. Calculer C et donner son écriture scientifique en détaillant les étapes du calcul.

Exercice 2

Soit $D = (2x+3)^2 + (2x+3)(7x-2)$.

1. Développer et réduire D.
2. Factoriser D.
3. Calculer D pour $x = -4$.
4. Résoudre l'équation $(2x+3)(9x+1) = 0$.

Exercice 3

Pierre a gagné 84 sucettes et 147 bonbons à un jeu. Étant très généreux, et ayant surtout très peur du dentiste, il décide de les partager avec des amis. Pour ne pas faire de jaloux, chacun doit avoir le même nombre de sucettes et le même nombre de bonbons.

1. Combien de personnes au maximum pourront bénéficier de ces friandises (Pierre étant inclus dans ces personnes !) ? Expliquer votre raisonnement.
2. Combien de sucettes et de bonbons aura alors chaque personne ?

Exercice 4

1. Résoudre le système suivant :

$$\left\{\begin{array}{rcl} 8x+3y & = & 39,5 \\ 7x+9y & = & 50,5 \end{array}\right.$$

2. Une balade d'une heure en mer est proposée à deux groupes de touristes.

   Le premier groupe, composé de 8 adultes et de 3 enfants, paie 39,50 €. Le second, composé de 7 adultes et de 9 enfants, paie 50,50 €.

   Quel est donc le prix d'un ticket pour un adulte ? pour un enfant ?

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES 12 points

Exercice 1

1. Placer les points A$(-3\ ;\ 1)$, B$(-1,5\ ;\ 2,5)$ et C$(3\ ;\ -2)$ dans le repère orthonormé (O, I, J) de l'annexe 1 ci-jointe.
2. Montrer que AC $= \sqrt{45}$.
3. Sachant que AB $= \sqrt{4,5}$ et BC $= \sqrt{40,5}$, démontrer que ABC est un triangle rectangle.
4. Placer le point D image de C par la translation de vecteur $\overrightarrow{\text{BA}}$.
5. Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ? Justifier votre réponse.

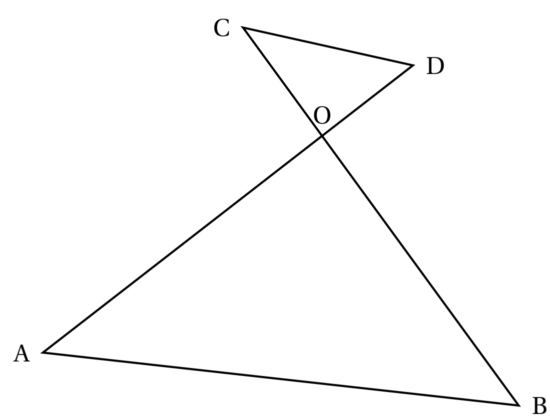
Exercice 2

Soit un cercle de centre O et de diamètre [ST] tel que ST = 7 cm. Soit U un point de ce cercle tel que SU = 3 cm.

1. Faire une figure.
2. Démontrer que STU est un triangle rectangle en U.
3. Donner la valeur arrondie au dixième de l'angle $\widehat{\text{STU}}$.
4. En déduire une valeur approchée au dixième de $\widehat{\text{SOU}}$. Justifier votre réponse.

Exercice 3

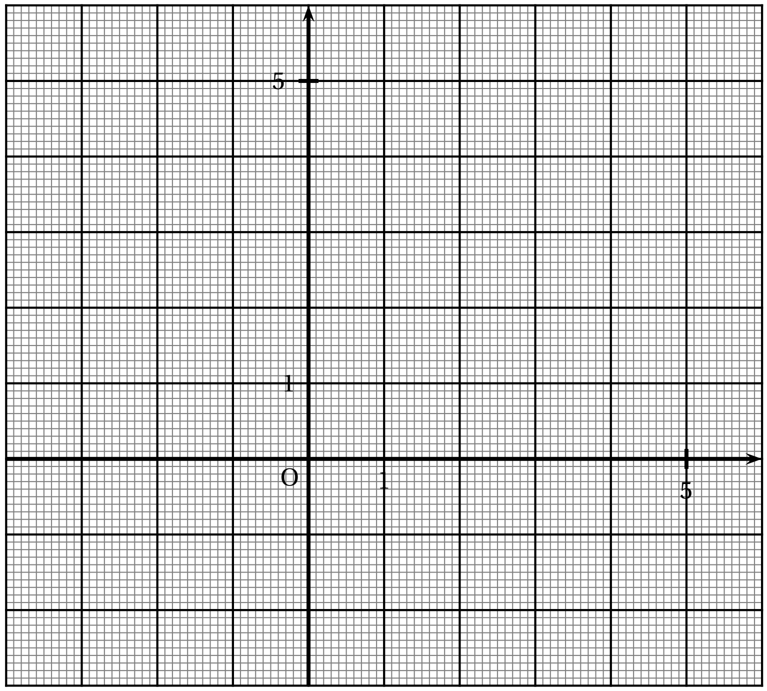
Sur la figure ci-dessous les mesures ne sont pas respectées.



On a OA $= 3\sqrt{3}$ cm, OD $= \sqrt{3}$ cm, CO = 3 cm, $\widehat{\text{AOB}}$ est un angle droit et $\widehat{\text{OAB}} = 60°$.

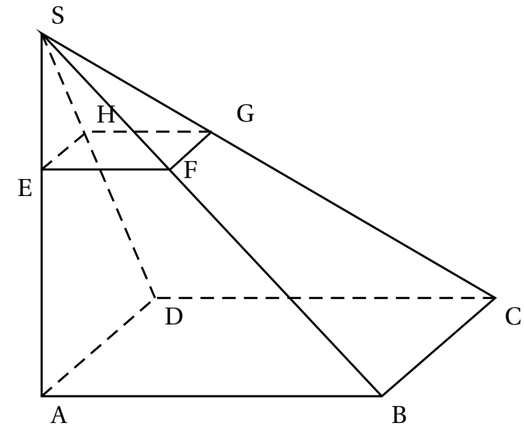
1. Montrer que OB = 9 cm.
2. Montrer que les droites (CD) et (AB) sont parallèles.

Annexe 1



PROBLÈME **12 points**

Sur la figure ci-dessous, SABCD est une pyramide à base carrée de hauteur [SA] telle que AB = 9 cm et SA = 12 cm. Le triangle SAB est rectangle en A.



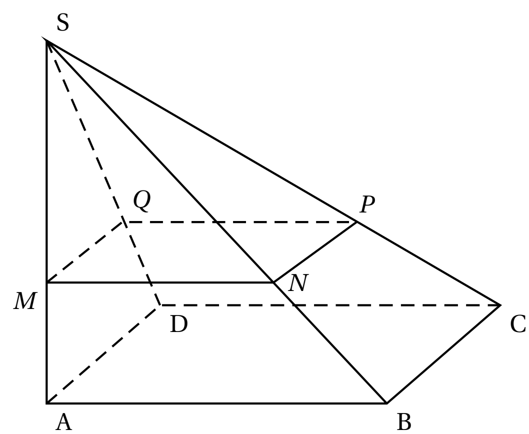
Partie A

EFGH est la section de la pyramide SABCD par le plan parallèle à la base et telle que SE = 3 cm.

1. **a.** Calculer EF.
   b. Calculer SB.
2. **a.** Calculer le volume de la pyramide SABCD.
   b. Donner le coefficient de réduction permettant de passer de la pyramide SABCD à la pyramide SEFGH.
   c. En déduire le volume de SEFGH. On donnera une valeur arrondie à l'unité.

Partie B

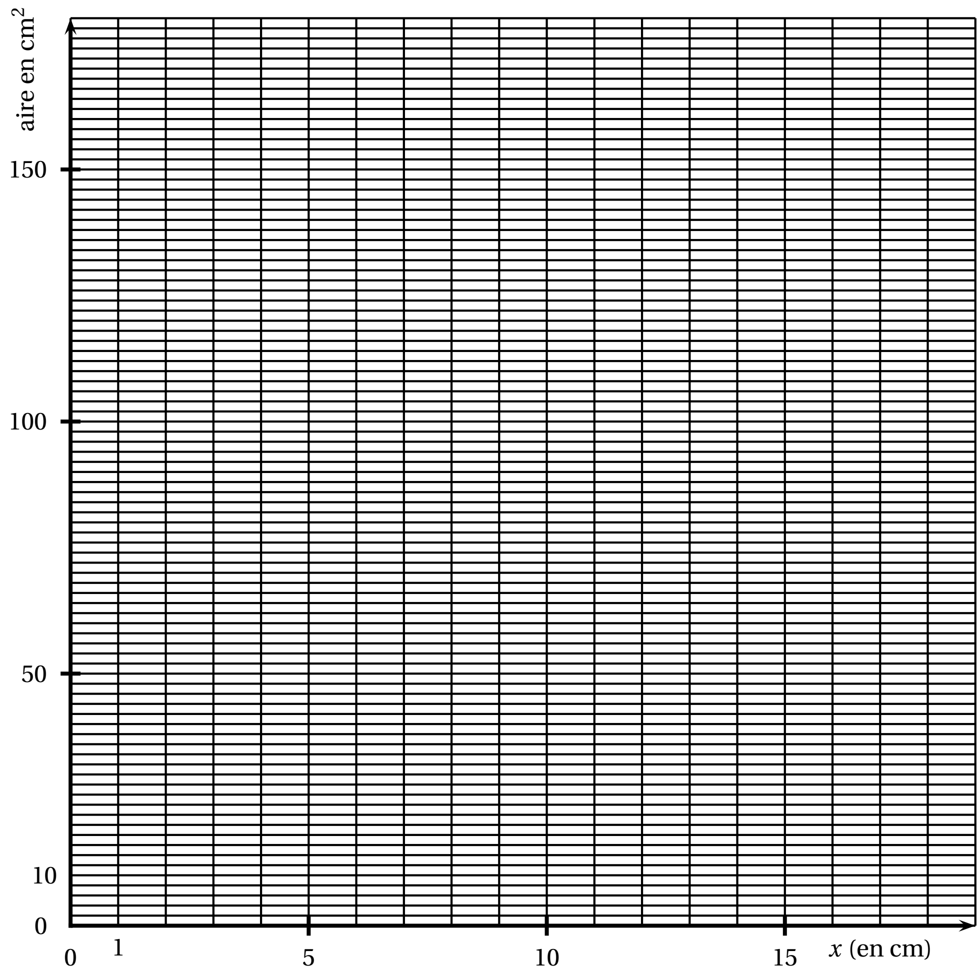
Soit M un point de [SA] tel que S$M = x$ cm, où x est compris entre 0 et 12.
On appelle $MNPQ$ la section de la pyramide SABCD par le plan parallèle à la base passant par M.



1. Montrer que $MN = 0,75x$.
2. Soit $\mathscr{A}(x)$ l'aire du carré $MNPQ$ en fonction de x. Montrer que $\mathscr{A}(x) = 0{,}5625x^2$.
3. Compléter le tableau ci-dessous.
4. Placer dans le repère du papier millimétré de l'annexe 2 les points d'abscisse x et d'ordonnée $\mathscr{A}(x)$ données par le tableau.
5. L'aire de $MNPQ$ est-elle proportionnelle à la longueur SM ? Justifier à l'aide du graphique.

x : longueur SM en cm	0	2	4	6	8	10	12
$\mathscr{A}(x)$: aire du carré MNPQ							

Annexe 2



Diplôme national du brevet juin 2006
Centres étrangers

Calculatrice autorisée 2 heures

Il sera tenu compte de la qualité de la rédaction et de la présentation (4 points)

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1

On donne les expressions suivantes :

$$A = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{6}} - \frac{2}{5} \qquad B = \frac{21 \times 10^{-3} \times 16 \times 10^{7}}{12 \times 10^{7}} \qquad C = 3\sqrt{20} - \sqrt{80} + \sqrt{5}$$

En indiquant toutes les étapes des calculs :

1. écrire A sous la forme d'une fraction irréductible ;
2. calculer B et donner son écriture scientifique ;
3. écrire C sous la forme $a\sqrt{5}$ où a est un nombre entier.

Exercice 2

On considére l'expression :

$$D = (4x+1)^2 - (3x-2)(4x+1).$$

1. Développer et réduire l'expression D.
2. Factoriser D.
3. Résoudre l'équation $(4x+1)(x+3) = 0$.
4. Calculer la valeur de D pour $x = \sqrt{3}$ en utilisant la forme de D la mieux adaptée.

Exercice 3

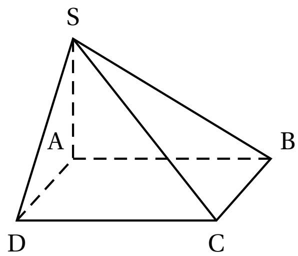
Le tableau ci-dessous présente la série des notes obtenues par les éléves de 3^{e} B lors du dernier devoir en classe :

Note sur 20	5	6	8	9	11	12	13	15	18	19
Effectif	1	2	6	2	1	4	2	3	1	1

1. Quel est l'effectif de la classe de 3^{e} B ?
2. Calculer la note moyenne de ce devoir. En donner la valeur arrondie au dixiéme de point.
3. Quel est le pourcentage, arrondi à l'unité, de l'effectif total représentent les éléves ayant obtenu une note inférieure ou égale à 8.
4. Déterminer la note médiane de cette série. Que représente cette note ?

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

Exercice 1



La pyramide SABCD ci-contre a pour base le rectangle ABCD et pour hauteur le segment [SA].
L'unité de longueur est le centimètre.
On donne AB = 8,2 et SA = 4.
On donne également $\widehat{ASD} = 30$ °.

1. Donner, sans les justifier, la nature du triangle SAB et celle du triangle SAD.
2. Calculer la mesure, arrondie au degré, de l'angle $\widehat{SBA}$.
3. Calculer la valeur exacte de SD. En donner la valeur arrondie au millimètre.

Exercice 2

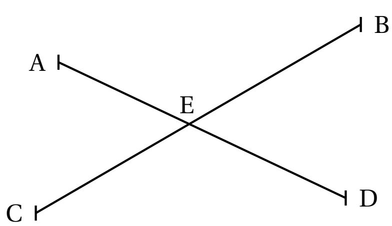
L'unité de longueur est le centimètre. La figure sera effectuée sur une feuille de papier millimétré.

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

1. Placer les points B(2 ; 3), U(3 ; 0) et T(−4 ; 1).
2. Calculer les valeurs exactes des distances BU, BT et TU,
3. Démontrer que le triangle BUT est rectangle.
4. Soit R le point tel que $\overrightarrow{UB} = \overrightarrow{TR}$.
   – Quelle est la nature du quadrilatère BUTR ?
   – Construire le point R en laissant apparaître les tracés utilisés.

e. Recopier et compléter l'égalité $\overrightarrow{UB} + \overrightarrow{UT} = \overrightarrow{\ldots\ldots}$.

Exercice 3

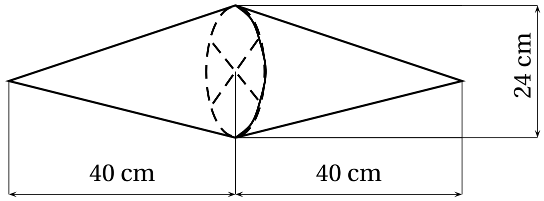


L'unité de longueur est le métre.
Antoine et David ont tendu une corde entre deux points A et D. Charléne et Betty en ont fait de même entre les points B et C.
Les deux cordes se coupent en E.
On sait que EA = 7, EB = 13, EC = 10 et ED = 9,1.
Les droites (AC) et (BD) sont-elles paralléles ?
Justifier la réponse.

PROBLÉME **12 points**

1re partie

La société Truc fabrique des enseignes publicitaires composées de deux cônes de révolution de même diamètre 24 cm et de même hauteur 40 cm.



1. Calculer le volume d'une enseigne. En donner d'abord la valeur exacte en cm^3 puis la valeur en dm^3 arrondie au dm^3.
2. Pour le transport, chaque enseigne est rangée dans un étui en carton ayant la forme d'un cylindre le plus petit possible et ayant même base que les cônes. Calculer le volume de cet étui en négligeant l'épaisseur du carton. En donner la valeur exacte en cm^3 puis la valeur en dm^3 arrondie au dm^3.

Rappels : Volume d'un cylindre de rayon R et de hauteur h : $\pi R^2 h$;
Volume d'un cône de rayon R et de hauteur h : $\dfrac{\pi R^2 h}{3}$.

2^e partie

Pour transporter ces enseignes, la société Truc a contacté deux entreprises afin de comparer les tarifs qu'elles proposent.
L'entreprise Vitlivré propose une somme de 3,20 € par kilométre parcouru.
L'entreprise Rapido propose un forfait de 180 € puis une somme de 2 € par kilométre parcouru.

1. Reproduire et compléter le tableau suivant :

Distance en km	40	100	130	200	250
Coût en € avec l'entreprise Vitlivré	128				
Coût en € avec l'entreprise Rapido			440		

2. On appelle x le nombre de kilométres à parcourir pour une livraison.
   a. Exprimer en fonction de x le prix à payer avec la société Vitlivré.
   b. Exprimer en fonction de x le prix à payer avec la société Rapido.
3. Représenter graphiquement les fonctions v et r définies par $v(x) = 3,2x$ et $r(x) = 2x + 180$, dans un plan muni d'un repére orthogonal.
   On utilisera une feuille de papier millimétré, on placera l'origine du repére en bas et à gauche de la feuille.
   On prendra 1 cm pour 20 km sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 40 € sur l'axe des ordonnées.
4. Utiliser le graphique pour répondre aux questions suivantes en faisant apparaître les tracés utilisés.
   a. Quel sera le montant de la facture pour une livraison de 180 km par l'entreprise Rapido ?
   b. Quelle est la distance parcourue par le livreur de Vitlivré lorsque la facture s'élève à 160 € ?
   c. Pour quel kilométrage les deux entreprises font-elles payer le même prix ? Quel est ce prix ?
5. Déterminer graphiquement l'entreprise la moins chére en fonction de la distance parcourue lors de la livraison.
6. Retrouver par le calcul les résultats de la question 4. c..

∽ Brevet Polynésie juin 2006 ∾

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1

1. $A = \frac{5}{11} - \frac{8}{11} \times \frac{5}{4}$.
   Calculer A en donnant le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.
2. $B = \frac{5 \times 10^{-4} \times 3,6 \times 10^{2}}{1,2 \times 10^{-3}}$.
   a. Calculer B.
   b. Donner le résultat sous la forme d'une écriture scientifique.
3. $C = \sqrt{27} - 2\sqrt{3} + 5\sqrt{75}$.
   Écrire C sous la forme $a\sqrt{3}$ oú a est un nombre entier.

Exercice 2
Le détail des calculs devra apparaître sur la copie

1. Calculer le PGCD de 540 et 288.
2. En déduire la forme irréductible de la fraction $\frac{540}{288}$.

Exercice 3
On considère l'expression $D = (4x+1)^2 + (3x+8)(4x+1)$.

1. Développer et réduire l'expression D.
2. Factoriser l'expression D.
3. Résoudre l'équation $(4x+1)(7x+9) = 0$.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

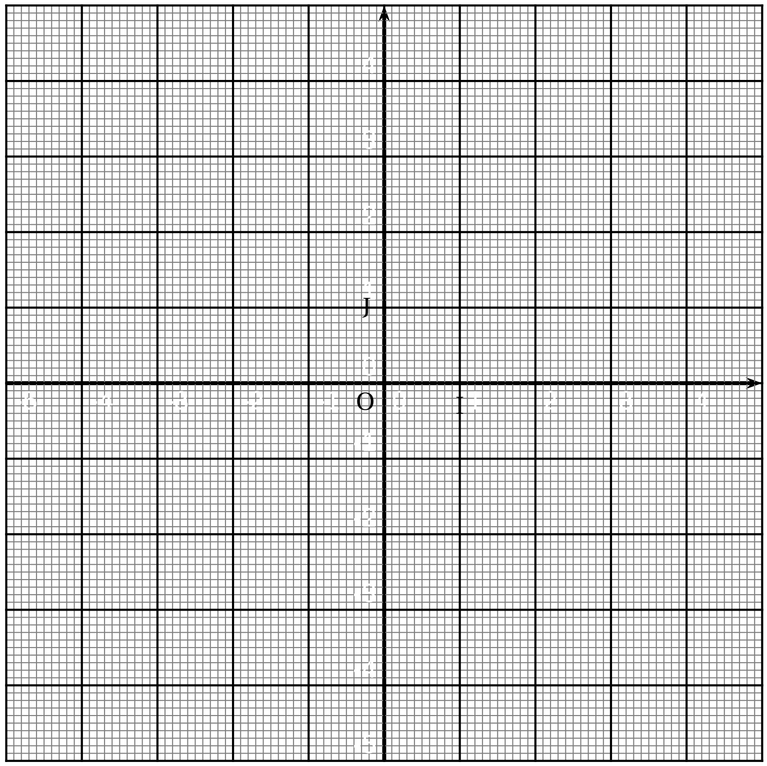
Exercice 1

L'unité de longueur est le cm.

1. Construire un triangle DNB tel que DN = 5, NB = 12 et BD = 13
2. Démontrer que le triangle DNB est un triangle rectangle en N.
3. **a.** Calculer le sinus de l'angle $\widehat{DBN}$. Arrondir le résultat au milliéme.
   b. En déduire la mesure de l'angle $\widehat{DBN}$ arrondie au degré près.

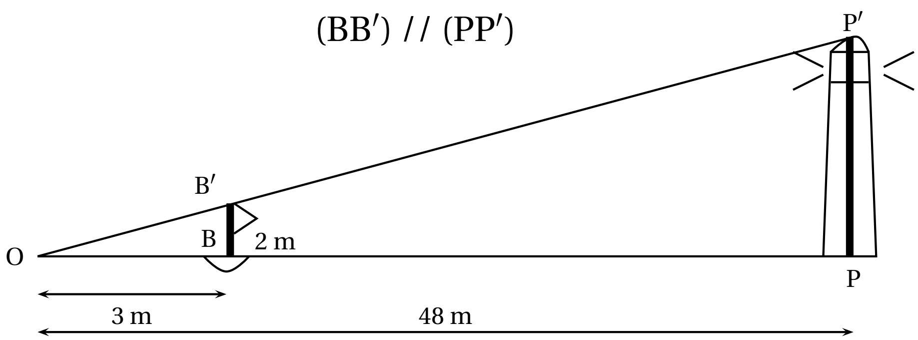
Exercice 2
Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

1. Placer les points A(3 ; 3), B(−1 ; 2), C(−2 ; −2), D(2 ; −1) dans le repère ci-dessous.
2. **a.** Calculer les coordonnées du point M milieu du segment[BD].
   Placer ce point.
   b. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$.
   c. En déduire que ABCD est un parallélogramme.



IMPORTANT : Cette feuille est à joindre à la copie

Exercice 3



Un touriste veut connaître la hauteur du phare de la pointe Vénus situé dans la commune de Mahina. Pour cela, il met à l'eau une bouée B, munie d'un drapeau d'une hauteur BB′ de 2 m. Puis, il s'en éloigne jusqu'à ce que la hauteur du drapeau semble être la même que celle du phare. Le touriste se trouve alors au point O. La figure ci-dessus représente la situation à cet instant.
Calculer la hauteur PP′ du phare.

PROBLÈME **12 points**

Partie A

L'association des éléves propose de financer le voyage de la classe de 3^{e} 1 d'un collège en vendant des tricots. Pour cela, elle propose trois formules de financement.

– Formule A : 1 000 F par tricot vendu ;
– Formule B : une aide forfaitaire de 20 000 F et 700 F par tricot vendu ;
– Formule C : une aide forfaitaire de 100 000 F quel que soit le nombre de tricots vendus.

1. **a.** Compléter le tableau suivant en utilisant celui donné à l'annexe A :

Nombre de tricots vendus	10	50	100	150	250
Formule A	10 000				
Formule B			90 000		
Formule C	100 000				

b. En s'aidant du tableau complété de l'annexe A, quelle est la formule qui rapporte plus d'argent à la classe si l'association vend 10 tricots ? 100 tricots ? 250 tricots ?

2. Soit x, le nombre de tricots vendus par l'association des éléves. On appelle :

$P_A(x)$ le montant du financement obtenu par la classe si l'association vend x tricots avec la formule A,

$P_B(x)$, le montant du financement obtenu par la classe si l'association vend x tricots avec la formule B.

Exprimer $P_A(x)$ et $P_B(x)$, les montants de financement en fonction de x.

3. À partir de combien de tricots vendus, la formule A rapporte-t-elle plus d'argent, pour la classe de 3^e 1, que la formule B ?

Partie B

Les constructions seront réalisées sur une feuille millimétrée avec le plus grand soin.

1. Tracer un repère orthogonal (O ; I, J) avec O **placé en bas à gauche**. On prendra les unités suivantes :
– 1 cm pour les tricots vendus sur l'axe des abscisses.
– 1 cm pour 10 000 F sur l'axe des ordonnées,

2. Dans le repère précédent, construire les représentations graphiques des fonctions f et g définies par :

$f(x) = 1000x$;

$g(x) = 700x + 20000$

3. L'association des élèves a gagné 111 000 F avec la formule B.

Déterminer graphiquement le nombre de tricots vendus. (On laissera apparents les traits de construction).

4. Retrouver le résultat de la question précédente, en résolvant une équation.