Correction du Brevet blanc n°2 :

Activités Numériques

Exercice 1

1) Calcul du PGCD (1 053 ; 325)

Calculons le PGCD de 1 053 et de 325 par la méthode des divisions successives :

1 053 = 325 x 3 + 78

325 = 78 x 4 + 13

78 = 13 x 6 + 0

Le PGCD est le dernier reste non nul.

donc PGCD (1 053 ; 325) = 13

donc $\boxed{\dfrac{325}{1\,053} = \dfrac{25 \times 13}{81 \times 13} = \dfrac{25}{81}}$

2) Résolvons $x^2 = \dfrac{325}{1\,053}$

$\dfrac{325}{1\,053} > 0$ donc l'équation a deux solutions : $\sqrt{\dfrac{25}{81}}$ et $-\sqrt{\dfrac{25}{81}}$.

$\boxed{\text{L'équation admet deux solutions : } \dfrac{5}{9} \text{ et } -\dfrac{5}{9}.}$

3) Calculons :

$A = \sqrt{1053} - 3\sqrt{325} + 2\sqrt{52}$

$A = \sqrt{81 \times 13} - 3\sqrt{25 \times 13} + 2\sqrt{4 \times 13}$

$A = 9\sqrt{13} - 15\sqrt{13} + 4\sqrt{13}$

$\boxed{A = -2\sqrt{13}}$

Exercice 2 :

1) a) Développons et réduisons :

$E = (x - 3)^2 - (x - 1) (x - 2)$

$E = x^2 - 6 x + 9 - (x^2 - 2 x - x + 2)$

$E = x^2 - 6 x + 9 - x^2 + 3 x - 2$

$\boxed{E = - 3 x + 7}$

b) Application :

On remplace x par 100 000 dans le résultat précédent et on obtient :

$- 3 \times 100\,000 + 7 = - 300\,000 + 7$

$= \boxed{- 299\,993}$

2) a) Factorisons :

$F = (4 x + 1)^2 - (4 x + 1) (7 x - 6)$

$= (4 x + 1) (4 x + 1 - 7 x + 6)$

$= \boxed{(4 x + 1) (- 3 x + 7)}$

b) Résolvons (4 x + 1) (7 – 3 x) = 0

Si un produit de facteurs est nul, alors l'un ou l'autre des facteurs est nul.

Donc 4 x + 1 = 0 ou 7 – 3x = 0

$x = -\dfrac{1}{4}$ ou $x = \dfrac{7}{3}$

$\boxed{\text{L'équation admet deux solutions : } -\dfrac{1}{4} \text{ et } \dfrac{7}{3}.}$

Exercice 3 :

1) Choix de l'inconnue :

Soit x le nombre de minutes mensuelles de communication (x devra être positif).

2) Mise en inéquation :

La facture ALO est inférieure à la facture LAO se traduit par l'inéquation suivante :

$98 + 1{,}3\, x < 95 + 1{,}45\, x$

3) Résolution de l'inéquation :

$1{,}3\, x - 1{,}45\, x < 95 - 98$

$- 0{,}15\, x < - 3$

$x > \dfrac{-3}{-0{,}15}$

$x > 20$

4) Conclusion :

> Au delà de 20 minutes de communication, on a intérêt à choisir ALO.

Exercice 4 :

1) Choix des inconnues :

Soit x le prix d'un CD et y celui d'une BD (x et y doivent être positifs et non nuls).

2) Mise en équations :

$\begin{cases} 2 x + 3y = 330 & (1) \quad (\text{Loïc}) \\ 4 x + y = 410 & (2) \quad (\text{Tania}) \end{cases}$

3) Résolution (par substitution) :

D'après l'équation (2) : y = 410 – 4 x

On remplace y par 410 – 4 x dans l'équation (1).

On obtient :

$2 x + 3 (410 - 4 x) = 330$

$2x + 1\,230 - 12 x = 330$

$-10 x = 330 - 1\,230$

$-10 x = - 900$

$x = 90$

donc, $y = 410 - 4 \times 90 = 410 - 360$

$y = 50$

Vérification :

2 x 90 + 3 x 50 = 180 + 150 = 330

4 x 90 + 50 = 360 = 50 = 410

La solution du système est le couple (90 ; 50).

4) Conclusion :

> Un CD coûte 90F
> et une BD coûte 50 F .

Prix payé par Loïc un mois plus tard

$2 \left(90 - \dfrac{10}{100} \times 90\right) + 3 \left(50 - \dfrac{15}{100} \times 50 \right)$

$= 2 (90 - 9) + 3 (50 - 7{,}5)$

$= 2 \times 81 + 3 \times 42{,}50$

$= 162 + 127{,}50$

$= 289{,}50$

> Loïc aurait payé 289,50F.

Activités Géométriques :

Exercice 1 :

1) Volume du cylindre :

$V_1 = B \times h = \pi R^2 h$

$V_1 = \pi \times 7^2 \times 7$

$V_1 = \pi \times 7^3$

$\boxed{V_1 = 343\ \pi\ dm^3}$

2) Volume du cône :

$V_2 = \frac{1}{3}\pi R^2 h$ avec $h = 16 - 7 = 9$ dm

d'où $V_2 = \frac{1}{3}\pi \times 7^2 \times 9$

$\boxed{V_2 = 147\ \pi\ dm^3}$

3) Volume du réservoir :

$V = 343\,\pi + 147\,\pi$

$\boxed{V = 490\ \pi\ dm^3}$

$\boxed{V \approx 1\,539\ dm^3}$

4) 1 L = 1 dm^3 donc ce réservoir peut contenir 1 000 L car 1 539 > 1 000.

Exercice 2 :

1) Montrons que (BD) et (CE) sont parallèles.

Les droites (DE) et (BC) sont sécantes en A.
Les points A,D,E d'une part et A,B,C d'autre part sont alignés dans le même ordre.

$\frac{AB}{AC} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

$\frac{AD}{AE} = \frac{10}{5} = \frac{2}{3}$

$\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE}$

Donc, d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (BD) et (CE) sont parallèles .

2) Calcul de BD :

Comme les droites (BD) et (CE) sont parallèles, alors d'après le théorème de Thalès, on a:

$\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE} = \frac{BD}{CE}$

$Donc, \frac{BD}{12} = \frac{2}{3}$

$donc \boxed{BD = \frac{2}{3} \times 12 = 8cm.}$

3) Montrons que le triangle ACE est rectangle.

[AE] est le plus grand côté et $AE^2 = 15^2 = 225$

Or, $AC^2 + CE^2 = 9^2 + 12^2$
$= 81 + 144$
$= 225$

On remarque que $AE^2 = AC^2 + CE^2$

Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ACE est rectangle en C .

4) Calcul de $\widehat{CEA}$

Dans le triangle ACE rectangle en C,

$\tan \widehat{CEA} = \frac{AC}{CE} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$.

d'où , $\boxed{\widehat{CEA} \approx 37°}$

Problème :

1) Calcul de BD et de DE

Dans le triangle ABD rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore, on a : $BD^2 = AD^2 + AB^2$

$= 3^2 + 3^2$

$= 9 + 9$

$BD^2 = 18$

d'où $BD = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ cm

Dans le triangle ADE rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore, on a : $ED^2 = AD^2 + AE^2$

$= 3^2 + 6^2$

$= 9 + 36$

$ED^2 = 45$

d'où $ED = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$ cm

2) Dans le triangle EDC rectangle en D, d'après le théorème de Pythagore, on a : $EC^2 = ED^2 + DC^2$

$= 45 + 9$

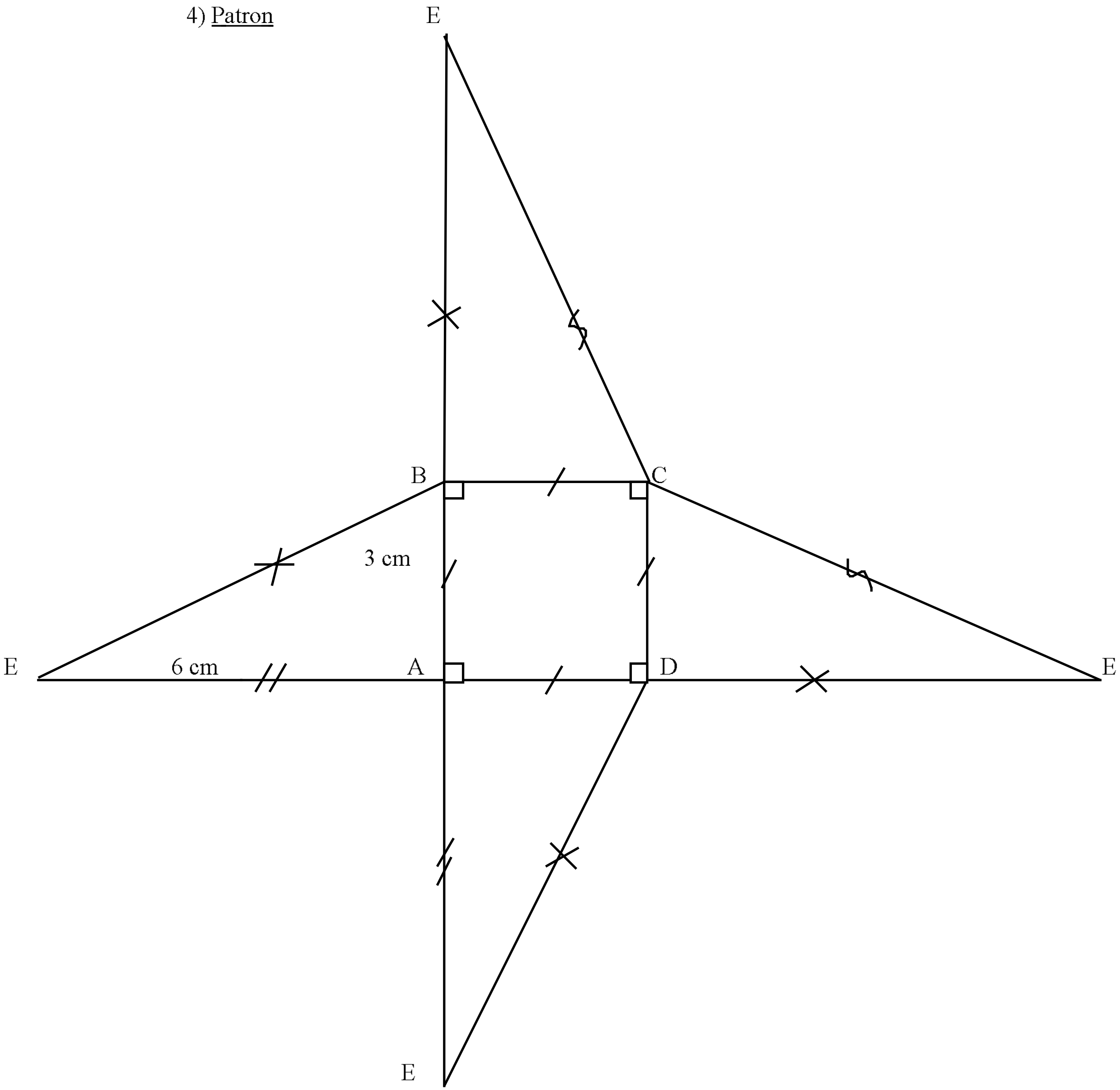
$EC^2 = 54$

d'où $EC = \sqrt{54} = 3\sqrt{6}$ cm

3) Volume de la pyramide EABCD

$$V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3} \times 3^2 \times 6 = \frac{1}{3} \times 9 \times 6 = 3 \times 6 = 18 cm^3$$

4) Patron



5) Volume perdu

Volume du pavé

L x l x h

= 3 x 3 x 6

= 9 x 6

= 54 cm^3

Volume perdu

54 – 18 = 36 cm^3

6) On passe de la maquette à la réalité par un agrandissement de coefficient 50.

Donc les longueurs sont multipliées par 50, les aires par 50^2 et les volumes par 50^3.

Hauteur réelle : 50 x 6 = 300 cm = 3 m

aire de la base réelle : 50^2 x 9 = 2 500 x 9 = 22 500 cm^2

volume réel : 50^3 x 18 = 2 250 000 cm^3 = 2,25 m^3