

**CORRIGE**

**ACTIVITES NUMERIQUES**

**Exercice 1 :**

$$A = \frac{6}{7} - \frac{4}{7} \times \frac{5}{2} \quad B = \frac{\frac{3}{4} - 4}{\frac{3}{4} + \frac{1}{3}} \quad C = 3^2 \times 2 - 125 \times 10^{-1}$$

$$A = \frac{6}{7} - \frac{2 \times 2 \times 5}{7 \times 2} \quad B = \frac{\frac{3}{4} - \frac{16}{4}}{\frac{3}{12} + \frac{4}{12}} \quad C = 9 \times 2 - 12,5$$

$$A = \frac{6}{7} - \frac{10}{7} \quad B = \frac{-\frac{13}{12}}{\frac{13}{12}} \quad C = 18 - 12,5$$

$A = -\frac{4}{7}$

$B = -\frac{13}{4} \times \frac{12}{13}$   
 $B = -3$

$C = 5,5$

**Exercice 2 :**

$$1^\circ) (2n+3)^2 - (2n-3)^2$$

$$= (2n+3+2n-3)(2n+3-2n+3)$$

$$= 4n \times 6$$

$$= 24n$$

$$2^\circ) 200\,003^2 - 199\,997^2$$

On se ramène à l'expression précédente en prenant  $n = 100\,000$ .

$$\text{d'où : } 200\,003^2 - 199\,997^2$$

$$= 24 \times 100\,000$$

$$= 2\,400\,000$$

**Exercice 3 :**

$$1^\circ) \text{ Soit } F = (3x-4)(x-7) + (x^2 - 14x + 49)$$

$$a) F = 3x^2 - 21x - 4x + 28 + x^2 - 14x + 49$$

$$F = 4x^2 - 39x + 77$$

$$b) x^2 - 14x + 49$$

$$= (x-7)^2$$

$$F = (3x-4)(x-7) + (x-7)^2$$

$$F = (x-7)(3x-4+x-7)$$

$$F = (x-7)(4x-11)$$

$$2^\circ) a) G = 2(4x^2-1) - (2x-1)^2$$

$$G = 8x^2 - 2 - (4x^2 - 4x + 1)$$

$$G = 8x^2 - 2 - 4x^2 + 4x - 1$$

$$G = 4x^2 + 4x - 3$$

$$b) 4x^2 - 1 = (2x+1)(2x-1)$$

$$G = 2(2x+1)(2x-1) - (2x-1)^2$$

**Exercice 4 :**

$$a) 30 - (4 + 1 + 12)$$

$$= 30 - 17$$

$$= 13$$

13 élèves lisent Astérix.

$$b) 12 \times 100 : 30$$

$$= 1200 : 30$$

$$= 40$$

40% des élèves lisent Thorgal.

$$c) 4 \times 360 : 30$$

$$= 1440 : 30$$

$$= 48$$

L'angle recherché mesure 48°.

$$\begin{aligned}
 &= (2x - 1) [ 2 ( 2 x + 1) - ( 2x - 1)] \\
 &= ( 2x - 1) [ 4x + 2 - 2x + 1 ] \\
 &= ( 2x - 1) ( 2x + 3)
 \end{aligned}$$

### **ACTIVITES GEOMETRIQUES :**

#### **Exercice 1 :**

1°) a) Dans le triangle HBA rectangle en H :

$$\sin \widehat{HBA} = \frac{AH}{AB} = \frac{5}{6}$$

$$\widehat{HBA} \approx 38,9^\circ$$

b)  $\widehat{HBA}$  et  $\widehat{ACH}$  ne sont pas complémentaires car  $38,9 + 51 \neq 90$ .  
Donc le triangle ABC n'est pas rectangle en A.

2°) Dans le triangle ABH rectangle en H , d'après le théorème de Pythagore :

$$AB^2 = AH^2 + HB^2$$

$$HB^2 = 8^2 - 5^2 = 64 - 25 = 39$$

$$HB \approx 6,2 \text{ cm}$$

3°) Dans le triangle ACH rectangle en H :

$$\tan \widehat{ACH} = \frac{AH}{CH} \quad ; \quad \tan 51^\circ = \frac{5}{CH}$$

$$CH = 5 : \tan 51^\circ$$

$$CH \approx 4,0 \text{ cm}$$

4°) Calculons BC ; on a  $BC = BH + HC \approx 6,2 + 4 \approx 10,2 \text{ cm}$

$$\text{Aire (ABC)} = \frac{AH \times BC}{2} \approx \frac{10,2 \times 5}{2} \approx 5,1 \times 5 \approx \boxed{25,5 \text{ cm}^2}$$

#### **Exercice 2 :**

1°) Les droites (EB) et (CD) sont sécantes en A et les droites (BC) et (DE) sont parallèles.

Donc, d'après le théorème de Thalès,

$$\frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AC} = \frac{ED}{BC}$$

$$\frac{3}{3+2} = \frac{2}{AC} = \frac{ED}{3}$$

$$AC = \frac{5 \times 2}{3} = \frac{10}{3} \text{ et } DC = AC - AD = \frac{10}{3} - 2 = \frac{4}{3}$$

$$ED = \frac{3 \times 3}{5} = \frac{9}{5} = 1,8$$

2°) Les points E, D, F d'une part et les points C, D, A d'autre part sont alignés dans le même ordre.

$$\frac{DE}{DF} = \frac{1,8}{2,7} = \frac{18}{27} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{DC}{DA} = \frac{\frac{4}{3}}{2} = \frac{2}{3}$$

$$\text{On constate que } \frac{DE}{DF} = \frac{DC}{DA}.$$

Donc, d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (EC) et (AF) sont parallèles.

### **PROBLEME**

1°) b) Dans le triangle ABC, [BC] est le plus grand côté et  $BC^2 = 15^2 = 225$ .

Or,  $AB^2 + AC^2 = 9^2 + 12^2 = 81 + 144 = 225$ .

On remarque que :  $AB^2 + AC^2 = BC^2$ .

Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en A .

2°) b) Les triangles ABD et ABE sont inscrits dans le cercle de diamètre [AB].

Or, si un triangle est inscrit dans un cercle ayant pour diamètre un de ses côtés, alors ce triangle est rectangle.

Par conséquent les triangles ABD et ABE sont rectangles, respectivement en D et en E.

3°) b) On sait que F est le symétrique de E par rapport à M. Donc, M est le milieu de [EF].

M est aussi le milieu de [BC].

Or, un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leur milieu est un parallélogramme.

Par conséquent, BECF est un parallélogramme.

c) Or les côtés opposés d'un parallélogramme sont parallèles. Donc  $(BE) \parallel (CF)$ .

De plus,  $(BE) \perp (AE)$  ( donc  $(BE) \perp (AF)$  ).

Or, si deux droites sont parallèles, alors toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.

Donc  $(AF) \perp (CF)$ .

4°) a) La droite (AD) est perpendiculaire au côté [BM] du triangle ABM et passe par le sommet A de ce triangle.

Donc (AD) est une hauteur du triangle ABM.

De même, la droite (BE) est une hauteur du triangle ABM.

Or, (BE) et (AD) se coupent en H. Donc H est l'orthocentre du triangle ABM.

Donc, (HM) est la troisième hauteur du triangle ABM et les droites (HM) et (AB) sont perpendiculaires.

On effectue le même raisonnement dans le triangle ACM : les droites (AD) et (CF) sont deux hauteurs, K est l'orthocentre et ainsi les droites (KM) et (AC) sont perpendiculaires.

b) D'après le a), on sait que  $(HM) \perp (AB)$  et que  $(KM) \perp (AC)$ .

Or, I est le point d'intersection de (AB) et de (MH) et J est le point d'intersection de (AC) et de (MK).

Donc,  $(MI) \perp (AI)$  et  $(MJ) \perp (AJ)$ .

D'autre part, le triangle ABC est rectangle en A. Donc,  $(AI) \perp (AJ)$ .

Le quadrilatère AIMJ possède ainsi trois angles droits( et forcément quatre) et c'est un rectangle.

On en déduit que  $(IM) \perp (JM)$ , c'est-à-dire :  $(HM) \perp (MK)$  et donc le triangle HMK est rectangle en M.

FIGURE

