

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES (12 points)

EXERCICE 1

$$A = \frac{1,6 \times 10^{-10}}{4 \times 10^{-9}} = \frac{1,6}{4} \times 10^{-10-(-9)} = 0,4 \times 10^{-1} = 0,04 = \frac{4}{100} = \boxed{\frac{1}{25}}$$

$$B = \frac{\frac{11}{3} - 7}{\frac{25}{6}} = \frac{\frac{11}{3} - \frac{21}{3}}{\frac{25}{6}} = \frac{\frac{-10}{3}}{\frac{25}{6}} = \frac{-10}{3} \times \frac{6}{25} = \frac{-2 \times 5 \times 2 \times 3}{3 \times 5 \times 5} = \boxed{-\frac{4}{5}}$$

$$C = 2\sqrt{45} + \sqrt{80} - \sqrt{20} + 6\sqrt{5} = 2\sqrt{9 \times 5} + \sqrt{16 \times 5} - \sqrt{4 \times 5} + 6\sqrt{5} = 6\sqrt{5} + 4\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 6\sqrt{5} = \boxed{14\sqrt{5}}$$

EXERCICE 2

Soit $D = (2x-3)^2 + (x+5)(2x-3)$

1. $D = 4x^2 - 12x + 9 + 2x^2 - 3x + 10x - 15 = \boxed{6x^2 - 5x - 6}$

2. $D = (2x-3)[(2x-3) + (x+5)] = \boxed{(2x-3)(3x+2)}$

3. Si $x = -\frac{2}{3}$, alors $D = (2 \times -\frac{2}{3} - 3)(3 \times -\frac{2}{3} + 2) = (-\frac{4}{3} - 3)(-2 + 2) = -\frac{13}{3} \times 0 = \boxed{0}$

4. $(3x+2)(2x-3) = 0$ donc $(3x+2) = 0$ ou $(2x-3) = 0$

$3x+2 = 0$ a pour solution $x = -\frac{2}{3}$

$2x-3 = 0$ a pour solution $x = \frac{3}{2}$. En conclusion, l'équation a deux solutions : $\boxed{-\frac{2}{3} \text{ et } \frac{3}{2}}$.

EXERCICE 3

Soit x le prix d'un ordinateur et y le prix d'une imprimante.

On obtient alors le système d'équations à deux inconnues suivant :

$$\begin{cases} 5x + 2y = 5320 & (1) \\ 3x + y = 3156 & (2) \end{cases}$$

De l'équation (2), on a $y = 3156 - 3x$.

On substitue dans l'équation (1) ; on obtient $5x + 2(3156 - 3x) = 5320$; $5x + 6312 - 6x = 5320$;

- $x = 5320 - 6312$; $-x = -992$; $x = \mathbf{992}$

- Or $y = 3156 - 3x$ d'où $y = 3156 - 2976$; $y = \mathbf{180}$

Le système a pour solution le couple (992 ; 180)

Un ordinateur coûte 992 € et une imprimante coûte 180 €.

EXERCICE 4

En utilisant, par exemple, la méthode des soustractions successives, on a :

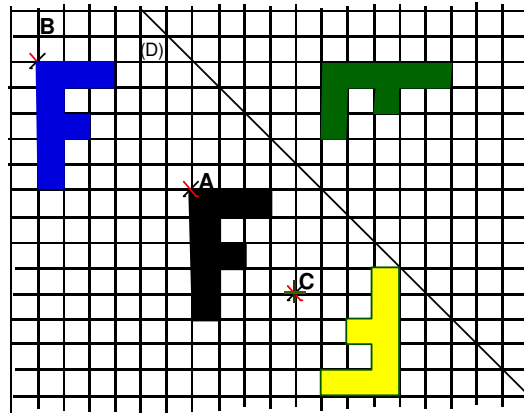
$\text{PGCD}(96 ; 156) = \text{PGCD}(96 ; 60) = \text{PGCD}(60 ; 36) = \text{PGCD}(36 ; 24) = \text{PGCD}(24 ; 12) = \boxed{12}$

$$\frac{96}{156} = \frac{12 \times 8}{12 \times 13} = \boxed{\frac{8}{13}}$$

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES (12 points)

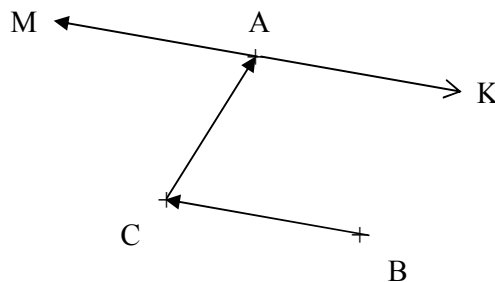
EXERCICE 1

- a. En BLEU, l'image de la figure F dans la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.
- b. En JAUNE, l'image de la figure F dans la symétrie de centre C.
- c. EN VERT, l'image de la figure F dans la symétrie axiale par rapport à la droite (D).



EXERCICE 2

A, B et C sont trois points du plan.
La figure obtenue :



1. M image de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$.
2. Un vecteur égal au vecteur $\overrightarrow{MA}$ est le vecteur $\overrightarrow{CB}$.
3. K tel que : $\overrightarrow{CK} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}$ donc CAKB est un parallélogramme. On a donc $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AK}$.
De plus $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{MA}$. On en déduit que $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{AK}$. Cette égalité exprime que A est le milieu de [AK].

EXERCICE 3

ABCD est un rectangle donc $AD = BC = 3,5$ m.

Le triangle ABD est rectangle en A. Selon le théorème direct de Pythagore, $BD^2 = AD^2 + AB^2$

$$BD^2 = 3,5^2 + 3^2 ; BD^2 = 12,25 + 9 ; BD^2 = 21,25$$

$$BD = \sqrt{21,25} ; \boxed{BD \approx 4,6 \text{ m}}$$

De même BHD rectangle en D, donc $BH^2 = BD^2 + DH^2 ; BH^2 = 21,25 + 4^2 ; BH^2 = 37,25$

$$BH = \sqrt{37,25} ; \boxed{BH \approx 6,1 \text{ m}}$$

$$V_1 = V_{\text{ABCDEFG}} + V_{\text{SEFGH}} ; V_1 = AB \times BC \times AE + (\text{Aire Base EFGH} \times \text{Hauteur})/3$$

$$V_1 = 3 \times 3,5 \times 4 + \frac{3 \times 3,5 \times 3,1}{3} = 42 + 10,85.$$

$$\boxed{V_1 = 52,85 \text{ m}^3}$$

La maquette est une réduction du pigeonnier de rapport $k = \frac{1}{24}$. Son volume est donc multiplié par k^3 .

$$V_2 = V_1 \times k^3 ; V_2 = 52,85 \times \left(\frac{1}{24}\right)^3 ; V_2 \approx 3,823 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \text{ donc } \boxed{V_2 \approx 3,823 \text{ dm}^3}$$

PROBLÈME (12 points)

PARTIE I

1. Dans le triangle rectangle AGB, $\cos ABG = \frac{GB}{AB}$. Donc $\cos 30^\circ = \frac{3\sqrt{3}}{AB}$. On a donc $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{AB}$

$$AB = \frac{2 \times 3\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \text{ soit } \boxed{AB = 6 \text{ m}}$$

2. Dans le triangle rectangle AGB, $\sin ABG = \frac{AG}{AB}$. Donc $\sin 30^\circ = \frac{AG}{6}$ d'où $AG = 6 \times \sin 30^\circ$

$$AG = 6 \times 0,5 ; \boxed{AG = 3 \text{ m.}}$$

3. E est sur [FG] et EF = FG donc E est le milieu de [FG]. $FE = EG = \frac{FG}{2} = 6$

Le triangle EFD est rectangle en F. Selon le théorème direct de Pythagore, $ED^2 = FE^2 + FD^2$

$$ED^2 = 6^2 + 8^2 ; ED^2 = 100. \text{ Conclusion : } \boxed{ED = 10 \text{ m.}}$$

$$4. EA = FG - FE - AG ; EA = 12 - 6 - 3 ; EA = 3$$

$$BC = GC - GB \text{ donc } BC = FD - GB \text{ soit } BC = 8 - 3\sqrt{3}$$

$$\text{Périmètre}_{ABCDE} = AB + BC + CD + DE + EA = 6 + 8 - 3\sqrt{3} + 12 + 10 + 3$$

$$\text{Périmètre}_{ABCDE} = 39 - 3\sqrt{3}. \text{ Aire latérale du prisme} = \text{Périmètre}_{ABCDE} \times \text{hauteur. Aire} = (39 - 3\sqrt{3}) \times 5$$

$$\boxed{\text{L'aire latérale vaut donc } 195 - 15\sqrt{3} \text{ m}^2}$$

PARTIE II

$$1. \text{ Aire du rectangle FGCD} = FG \times GD = 12 \times 8 = 96 \text{ m}^2.$$

$$2. \text{ Aire}_{DFE} = (FE \times FD) : 2 ; \text{ Aire}_{DFE} = (6 \times 8) : 2 ; \boxed{\text{Aire DFE} = 24 \text{ m}^2.}$$

$$\text{Aire}_{AGB} = (AG \times GB) : 2 ; \boxed{\text{Aire}_{AGB} = \frac{3 \times 3\sqrt{3}}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{2} \text{ m}^2}$$

$$3. \text{ Aire}_{ABCDE} = \text{Aire}_{FGCD} - \text{Aire}_{FED} - \text{Aire}_{AGB}$$

$$\text{Aire}_{ABCDE} = 96 - 24 - \frac{9\sqrt{3}}{2} = 72 - \frac{9\sqrt{3}}{2} \text{ m}^2.$$

$$\text{Aire totale} = \text{Aire latérale} + \text{Aire des deux bases}$$

$$\text{Aire totale} = 195 - 15\sqrt{3} + 2\left(72 - \frac{9\sqrt{3}}{2}\right). \boxed{\text{Aire totale} = 339 - 24\sqrt{3} \text{ m}^2.}$$

La valeur arrondie est 297,4 m².

PARTIE III

1. Nombre de pots nécessaires pour la première couche : $\frac{298}{25} \approx 11,92$; Il faut donc 12 pots.

2. Nombre de pots nécessaires pour la seconde couche : $12 - 12 \times \frac{35}{100} \approx 7,8$; Il faut donc 8 pots.

3. Nombre de pots indispensables pour les deux couches : $12 + 8 = 20$; Il faut donc 20 pots de peinture.