

L'usage d'instrument de calcul, en particulier d'une calculatrice de poche – éventuellement programmable et alphanumérique – à fonctionnement autonome, non imprimante, est autorisé conformément à la circulaire n°86-228 du 28 juillet 1986 publiée au B.O. n°34 du 2 octobre 1986.

La présentation, la clarté du raisonnement, l'orthographe, ainsi que la rigueur de la rédaction seront des critères pris en compte dans la note (4 points) attribuée à cette épreuve.

Activités numériques (12 points)

Exercice I : Calculer A, B et C en indiquant les étapes.

$A = \frac{2}{7} + \frac{1}{7} \times \frac{8}{3}$; on donnera le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$B = (\sqrt{3} - 7)^2$; on donnera le résultat sous la forme $a + b\sqrt{c}$, où a, b et c sont des nombres entiers.

$C = \sqrt{50} + 2\sqrt{18}$; on donnera le résultat sous la forme $d\sqrt{e}$, où d et e sont des nombres entiers.

Exercice II :

1. Résoudre le système suivant :
$$\begin{cases} 2x + 3y = 30 \\ x - y = 5 \end{cases}$$

2. Le CDI d'un collège a acheté 2 exemplaires d'une même bande dessinée et 3 exemplaires d'un même livre de poche pour la somme de 30 euros.

Une bande dessinée coûte 5 euros de plus qu'un livre de poche.

Quel est le prix d'une bande dessinée ?

Quel est le prix d'un livre de poche ?

Exercice III :

1. Résoudre l'inéquation $3,5x + 15 \leq 3,5x$

2. Un club de sport propose à ses adhérents des cours de gymnastique ; ceux-ci ont le choix entre trois formules :

– **formule A** : le paiement d'une carte mensuelle de 15€ donnant accès aux cours de gymnastique pour un prix de 1,5€ la séance ;

– **formule B** : le paiement de 3,5€ pour chaque séance.

a) M. Jean compte participer à 10 séances dans le mois.

Calculer sa dépense mensuelle avec chacune des deux formules.

b) M. Paul, lui, voudrait assister à 6 séances par mois. Calculer sa dépense mensuelle avec les formules A et B.

c) On désigne par x le nombre de séance de gymnastique suivies pendant le mois.

Exprimer, en fonction de x, le prix à payer avec les formules A et B.

d) En déduire le nombre de séances à partir duquel la formule A est plus avantageuse que la formule B.

Activités géométriques (12 points)

Exercice I : La figure ci-dessous, donnée à titre indicatif, n'est pas en vraie grandeur.

ABC est un triangle quelconque.

H est le pied de la hauteur issue de B.

On donne $AB = 8 \text{ cm}$

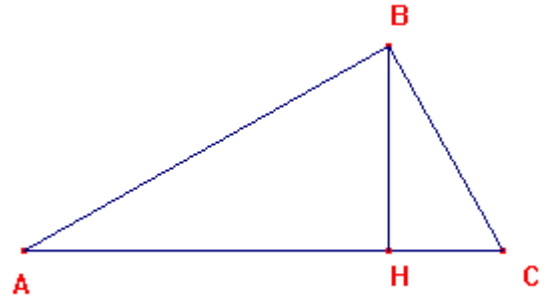
$BH = 3 \text{ cm}$

$\widehat{BCA} = 60^\circ$

1. Calculer, en centimètres, la mesure du segment [HC] à 10^{-2} près.

2. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$ au degré près.

3. En déduire la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$ au degré près.



Exercice II :

Soit [IJ] un segment mesurant 6cm. Soit M un point du cercle de diamètre [IJ].

1. Faire une figure.

2. Que dire de l'angle $\widehat{IMJ}$? Justifier.

3. Construire le point P tel que $\overrightarrow{IP} = \overrightarrow{MJ}$.

4. En justifiant, déterminer la nature du quadrilatère IMJP.

5. Construire le point K tel que $\overrightarrow{MK} = \overrightarrow{IM}$.

6. Construire le point L tel que $\overrightarrow{JL} = \overrightarrow{JI} + \overrightarrow{JK}$.

7. En justifiant, déterminer la nature du quadrilatère IJKL.

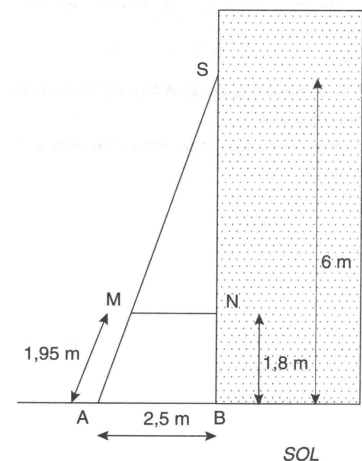
Exercice III :

Pour consolider un bâtiment, on a construit un contrefort en bois (dessin ci-contre).

1. En considérant que le montant [BS] est perpendiculaire au sol, calculer la longueur AS.

2. En déduire la longueur SM.

3. Démontrer que la traverse [MN] est bien parallèle au sol.



Problème (12 points)

Le plan est muni d'un repère (O, I, J). L'unité est le centimètre.

On considère les points A (6 ; 5) ; B (2 ; - 3) ; C (-4 ; 0)

Partie A

1. Place les points dans le repère.
2. Calculer en cm les distances AB, BC et CA, et vérifier que ces distances peuvent s'écrire :
$$AB = 4\sqrt{5} \quad BC = 3\sqrt{5} \quad \text{et} \quad CA = 5\sqrt{5} .$$
3. Démontrer que le triangle ABC est rectangle en B.
4. Calculer le périmètre P du triangle ABC.
On donnera le résultats sous la forme $a\sqrt{5}$, où a désigne un nombre entier.
5. Calculer en cm^2 l'aire S du triangle ABC.

Partie B

1. Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{BC}$
2.
 - a. Construire le point F image du point A par la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$
 - b. Donner les coordonnées du point F par lecture graphique.
3.
 - a. Construire le point D tel que CBOD soit un parallélogramme.
 - b. Donner les coordonnées du point D par lecture graphique.
4.
 - a. Construire le cercle ($\mathcal{C}$) circonscrit au triangle ABC.
 - b. On appelle E le centre du cercle ($\mathcal{C}$). En justifiant, calculer les coordonnées de E.
 - c. En justifiant, vérifier que le rayon du cercle ($\mathcal{C}$) est égal à $2,5\sqrt{5}$.
 - d. Le point D est-il situé sur le cercle ($\mathcal{C}$) ? Justifier votre réponse.