

Activités numériques

Exercice 1 :

$$\begin{aligned}
 1. \quad A &= (x-5)^2 - (2x-7)(x-5) \\
 A &= (x^2-10x+25) - (2x(x-5)-7(x-5)) \\
 A &= x^2-10x+25 - (2x^2-10x-7x+35) \\
 A &= x^2-10x+25-2x^2+10x+7x-35 \\
 \boxed{A &= -x^2+7x-10}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2. \quad A &= (x-5)^2 - (2x-7)(x-5) \\
 A &= (x-5)((x-5)-(2x-7)) \\
 A &= (x-5)(x-5-2x+7) \\
 \boxed{A &= (x-5)(-x+2)}
 \end{aligned}$$

$$3. (x-5)(-x+2) = 0$$

Or un produit est nul si et seulement si au moins l'un de ses facteurs est nul.

Donc $x-5 = 0$ ou $-x+2=0$

$$x = 5 \text{ ou } x = 2$$

Les solutions de l'équation $(x-5)(-x+2) = 0$ sont 2 et 5.

Exercice 2 :

$$1. B = \frac{5 \times 10^{-3} \times 12 \times 10^4}{3 \times 10^5}$$

$$B = \frac{5 \times 12}{3} \times \frac{10^{-3+4}}{10^5}$$

$$B = 20 \times 10^{1-5}$$

$$B = 20 \times 10^{-4}$$

$$\boxed{B = 2 \times 10^{-3}}$$

$$2. C = \frac{9}{5} - \frac{3}{4} \times 7$$

$$C = \frac{9}{5} - \frac{21}{4}$$

$$C = \frac{36-105}{20}$$

$$\boxed{C = -\frac{69}{20}}$$

Exercice 3 :

1. D'après l'algorithme d'Euclide, on a :

Dividende	Diviseur	Quotient	Reste
1631	932	1	699
932	699	1	233
699	233	3	0

Donc PGCD (1631; 932) = 233

On a alors : $1631 = 233 \times 7$

$$932 = 233 \times 4$$

Il pourra donc réaliser au maximum 233 lots de timbres.

2. D'après 1, il y aura 7 timbres français et 4 timbres étrangers.

Exercice 4 :

$$\begin{aligned}
 1. \quad a) \quad D^2 &= (\sqrt{3}-1)^2 & E^2 &= (\sqrt{3}+1)^2 \\
 &= \sqrt{3}^2 - 2\sqrt{3} + 1^2 & &= \sqrt{3}^2 + 2\sqrt{3} + 1^2 \\
 &= 3 - 2\sqrt{3} + 1 & &= 3 + 2\sqrt{3} + 1 \\
 D^2 &= \boxed{4-2\sqrt{3}} & E^2 &= \boxed{4+2\sqrt{3}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 b) \quad D \times E &= (\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1) \\
 &= \sqrt{3}^2 - 1^2 \\
 &= 3 - 1 \\
 \boxed{D \times E} &= \boxed{2}
 \end{aligned}$$

2. a) KLM est un triangle rectangle en L. D'après le théorème de Pythagore, on a :

$$KM^2 = KL^2 + LM^2$$

$$KM^2 = (\sqrt{3}-1)^2 + (\sqrt{3}+1)^2$$

$$KM^2 = D^2 + E^2$$

$$KM^2 = 8$$

$$\boxed{KM = \sqrt{8}}$$

KM fait $\sqrt{8}$ cm.

$$\begin{aligned}
 b) \quad \text{Aire} &= \frac{KL \times LM}{2} \\
 &= \frac{D \times E}{2} \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

L'aire de KLM est de 1 cm².

Activités géométriques

Exercice 1 :

1. Voir figure en annexe

$$\begin{aligned}
 2. \quad \overrightarrow{RE} + \overrightarrow{EI} &= \boxed{\overrightarrow{RI}} & \overrightarrow{NR} + \overrightarrow{IP} &= \overrightarrow{NR} + \overrightarrow{RE} = \boxed{\overrightarrow{NE}} \\
 \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{RI} &= \boxed{\overrightarrow{RE}}
 \end{aligned}$$

Exercice 2 :

1. Dans le triangle RNT, rectangle en R, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$$NT^2 = RN^2 + RT^2$$

$$10,2^2 = 9^2 + RT^2$$

$$104,04 = 81 + RT^2$$

$$RT^2 = 104,04 - 81$$

$$RT^2 = 23,04$$

$$RT = \sqrt{23,04}$$

$$RT = 4,8 \text{ cm}$$

RT fait 4,8 cm.

$$2. \quad \frac{RA}{RN} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3} \quad \text{et} \quad \frac{RB}{RT} = \frac{3,2}{4,8} = \frac{32}{48} = \frac{2}{3}$$

Donc $\frac{RA}{RN} = \frac{RB}{RT}$. De plus, les points R, B, T et R, A, N sont alignés dans le même

ordre. Donc, d'après la réciproque du théorème de Thalès **(AB) // (NT)**.

2. Dans le triangle RNT, rectangle en R, on a :

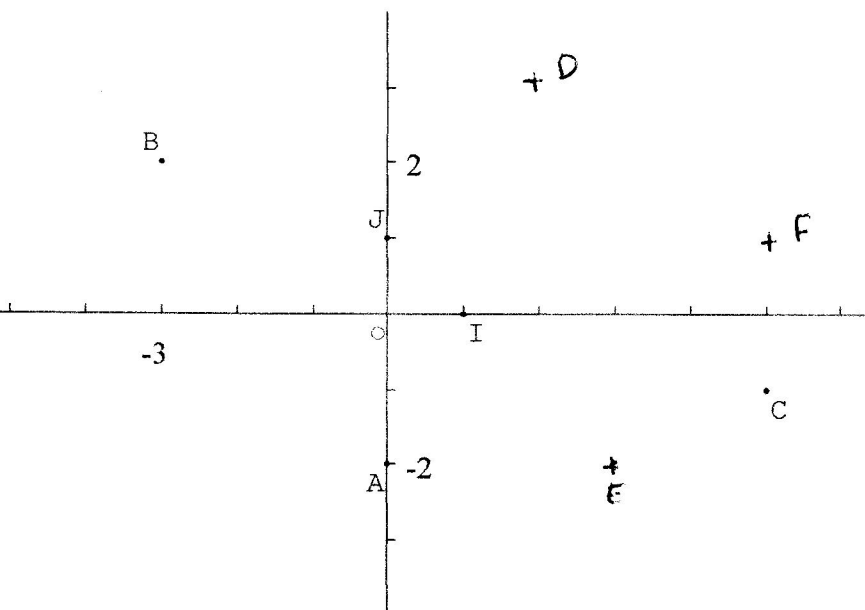
$$\cos \widehat{RNT} = \frac{RN}{NT}$$

$$= \frac{9}{10,2}$$

$$\widehat{RNT} \approx 28^\circ$$

L'angle $\widehat{RNT}$ mesure environ 28° .

Exercice 3 :



1. $C(5; -1)$

2. $\overrightarrow{AB} (x_B - x_A ; y_B - y_A)$

$\overrightarrow{AB} (-3 - 0 ; 2 - (-2))$

$\overrightarrow{AB} (-3 ; 4)$

3. $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

$AB = \sqrt{(-3)^2 + 4^2}$

$AB = \sqrt{9 + 16}$

$AB = \sqrt{25}$

$AB = 5 \text{ cm}$

4. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ donc ABDC est un parallélogramme.

5. $E(3; -2)$

6. $F(5; 1)$

Problème

1^{ère} partie :

1. 2. Dans le triangle AGB, rectangle en G, on a :

$$\cos \widehat{ABG} = \frac{BG}{AB}$$

$$\sin \widehat{ABG} = \frac{AG}{AB}$$

$$\cos 30^\circ = \frac{3\sqrt{3}}{AB}$$

$$\sin 30^\circ = \frac{AG}{6}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{AB}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{AG}{6}$$

$$AB = \frac{2 \times 3\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$AG = \frac{6}{2}$$

$$AB = 6$$

$$AG = 3$$

AB fait bien 6 m.

AG fait bien 3 m.

3. $EF = FG - (EA + AG)$

$$EF = 12 - (3 + 3) = 6$$

Dans le triangle EFD, rectangle en F, d'après le théorème de Pythagore, on a

$$ED^2 = EF^2 + FD^2$$

$$ED^2 = 6^2 + 8^2$$

$$ED^2 = 36 + 64$$

$$ED^2 = 100$$

$$ED = 10$$

ED fait 10 m.

4. Périmètre = $AB + BC + CD + DE + EA$

$$= 6 + 8 - 3\sqrt{3} + 12 + 10 + 3$$

$$= 39 - 3\sqrt{3}$$

Le périmètre du pentagone ABCDE est bien $39 - 3\sqrt{3}$ m.

5. Aire latérale = périmètre de la base $\times$ hauteur du prisme droit

$$= (39 - 3\sqrt{3}) \times 5$$

$$= 39 \times 5 - 3\sqrt{3} \times 5$$

$$= 195 - 15\sqrt{3}$$

L'aire latérale est de $(195 - 15\sqrt{3})$ m².

2^{ème} partie

1. Aire(FGCD) = $FG \times FD$

$$= 12 \times 8$$

$$= 96$$

L'aire du rectangle FGCD est de 96 m².

2. Aire(DFE) = $\frac{DF \times FE}{2}$

$$= \frac{6 \times 8}{2}$$

$$= 24$$

L'aire du triangle DFE est de 24 m².

$$\text{Aire(AGB)} = \frac{AG \times GB}{2}$$

$$= \frac{3 \times 3\sqrt{3}}{2}$$

$$= 4,5\sqrt{3}$$

L'aire du triangle AGB est de $4,5\sqrt{3}$ m².

$$\begin{aligned}
 3. \text{ Aire (ABCDE)} &= \text{Aire(FGCD)} - (\text{Aire(DFE)} + \text{Aire(AGB)}) \\
 &= 96 - 24 - 4,5\sqrt{3} \\
 &= 72 - 4,5\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

Le pentagone ABCDE a une aire de $72 - 4,5\sqrt{3}$

$$\begin{aligned}
 4. \text{ Aire totale} &= \text{Aire latérale} + 2 \times \text{Aire base} \\
 &= 195 - 15\sqrt{3} + 2 \times (72 - 4,5\sqrt{3}) \\
 &= 195 - 15\sqrt{3} + 2 \times 72 - 2 \times 4,5\sqrt{3} \\
 &= 195 + 144 - 15\sqrt{3} - 9\sqrt{3} \\
 &= 339 - 24\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

L'aire totale du prisme droit est d'environ $297,4 \text{ m}^2$.

3^{ème} partie

$$\begin{array}{r|l}
 1. & 2 \ 9 \ 8 \quad | \quad 2 \ 5 \\
 & 4 \ 8 \quad | \quad \hline
 & 2 \ 3 \quad | \quad 1 \ 1
 \end{array}$$

Il faudra 12 pots pour faire la 1^{ère} couche.

$$\begin{aligned}
 2. \text{ S'il y a 35\% de peinture en moins, il n'y en a que 65\% de } 298 \text{ m}^2 \text{ soit :} \\
 298 \times 0,65 = 193,7 \text{ m}^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r|l}
 1 \ 9 \ 3 \ 7 \quad | \quad 2 \ 5 \ 0 \\
 1 \ 8 \ 7 \quad | \quad \hline
 7
 \end{array}$$

Il faudra 8 pots de peinture pour faire la 2^{ème} couche.