

ACTIVITES NUMERIQUES (12 points)

Exercice 1 :

$$\begin{aligned}
 A &= \sqrt{500} + 7\sqrt{20} - 6\sqrt{45} \\
 A &= \sqrt{100 \times 5} + 7\sqrt{4 \times 5} - 6\sqrt{9 \times 5} \\
 A &= \sqrt{100} \times \sqrt{5} + 7 \times \sqrt{4} \times \sqrt{5} - 6 \times \sqrt{9} \times \sqrt{5} \\
 A &= 10\sqrt{5} + 7 \times 2 \times \sqrt{5} - 6 \times 3 \times \sqrt{5} \\
 A &= 10\sqrt{5} + 14\sqrt{5} - 18\sqrt{5} \\
 A &= (10 + 14 - 18)\sqrt{5} \\
 A &= 6\sqrt{5}
 \end{aligned}$$

Exercice 2 :

1) Tableau :

Ages	$20 \leq \text{ages} < 24$	$24 \leq \text{ages} < 28$	$28 \leq \text{ages} < 32$	$32 \leq \text{ages} < 36$	$36 \leq \text{ages} < 40$	$40 \leq \text{ages} < 44$	Total
Centre de la classe	22	26	30	34	38	42	
Effectifs	12	30	45	36	21	6	150
Fréquences en %	$\frac{12}{150} = 8\%$	20 %	30 %	24 %	14 %	4 %	100 %

2) Le pourcentage des employés qui ont strictement moins de 36 ans est :

$$8 + 20 + 30 + 24 = \mathbf{82\%}$$

3) Age moyen d'un employé de cette entreprise :

$$\frac{22 \times 12 + 26 \times 30 + 30 \times 45 + 34 \times 36 + 38 \times 21 + 42 \times 6}{150} = \frac{4668}{150} = \mathbf{31,12}$$

Exercice 3 :

1) $E = 9x^2 - 25 + (3x - 5)(2x + 15)$
 $E = 9x^2 - 25 + 3x \times 2x + 3x \times 15 - 5 \times 2x - 5 \times 15$
 $E = 9x^2 - 25 + 6x^2 + 45x - 10x - 75$
 $E = \mathbf{15x^2 + 35x - 100}$

2)

a) $9x^2 - 25 = (3x)^2 - 5^2$
or $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

Donc $9x^2 - 25 = \mathbf{(3x - 5)(3x + 5)}$

b) $E = 9x^2 - 25 + (3x - 5)(2x + 15)$
 $E = \underline{(3x - 5)(3x + 5)} + \underline{(3x - 5)(2x + 15)}$
 $E = (3x - 5)[(3x + 5) + (2x + 15)]$
 $E = (3x - 5)(3x + 5 + 2x + 15)$
 $E = \mathbf{(3x - 5)(5x + 20)}$
 $E = \mathbf{5(3x - 5)(x + 4)}$

3) $(3x - 5)(5x + 20) = 0.$

Un produit de facteurs est nul si l'un au moins des facteurs est nul.

$$\begin{aligned} 3x - 5 = 0 & \quad \text{ou} \quad 5x + 20 = 0 \\ 3x = 5 & \quad \text{ou} \quad 5x = -20 \\ x = \frac{5}{3} & \quad \text{ou} \quad x = -\frac{20}{5} = -4. \end{aligned}$$

Les solutions de cette équations sont : -4 ; $\frac{5}{3}$.

Exercice 4 :

1) Résolvons ce système par combinaisons

$$\begin{cases} 25x + 12y = 380 \\ x + y = 23 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 25x + 12y = 380 \\ 25x + 25y = 575 \end{cases}$$

On soustrait les 2 équations et on garde la première :

$$\begin{aligned} \begin{cases} 25x + 12y = 380 \\ -13y = -195 \end{cases} & \Leftrightarrow \begin{cases} 25x + 12y = 380 \\ y = \frac{195}{13} \end{cases} & \Leftrightarrow \begin{cases} 25x + 12y = 380 \\ y = 15 \end{cases} & \Leftrightarrow \begin{cases} 25x + 180 = 380 \\ y = 15 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 25x = 200 \\ y = 15 \end{cases} & \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{200}{25} \\ y = 15 \end{cases} & \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ y = 15 \end{cases} \end{aligned}$$

Le couple (8 ; 15) est solution du système.

2) Soit x le nombre de bouteille de jus de Noni et y celui de monoï de Tahiti.

Cette commande a été livrée dans un carton contenant 23 bouteilles se traduit par :

$$x + y = 23.$$

Une pharmacie a commandé des bouteilles de 25 cL de jus de Noni et de 12 cL de monoï de Tahiti correspondant à un volume total de liquide de 380 cL se traduit par :

$$25x + 12y = 380$$

On retrouve le système de la question 1) donc :

La pharmacie a reçu 8 bouteilles de jus de Noni et 15 bouteilles de monoï de Tahiti.

ACTIVITES GEOMETRIQUES (12 points)

Exercice 1 :

1) Dans le triangle AEF, les points A, I, E d'une part et A, J, F d'autre part sont alignés dans cet ordre.

Les droites (EF) et (IJ) sont parallèles.

Donc d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{AI}{AE} = \frac{AJ}{AF} = \frac{IJ}{EF} \quad \text{soit } \frac{2}{6} = \frac{AJ}{AF} = \frac{IJ}{9}$$

$$\text{Donc } \frac{2}{6} = \frac{IJ}{9} \Rightarrow \mathbf{IJ} = \frac{2 \times 9}{6} = \mathbf{3}.$$

2) Le triangle AIJ est rectangle en I donc d'après le théorème de Pythagore on a :

$$AJ^2 = AI^2 + IJ^2$$

$$AJ^2 = 2^2 + 3^2$$

$$AJ^2 = 13$$

$$\Rightarrow \mathbf{AJ} = \sqrt{13} \text{ soit } \mathbf{AJ} = \mathbf{3,6 \text{ au dixième}}$$

3) Aire B de la base AIJ :

AIJ est un triangle rectangle en I donc $B = \frac{AI \times IJ}{2}$ soit $B = \frac{2 \times 3}{2} = 3$

La hauteur du prisme relative à la base AIJ est AD.

Donc le volume du prisme vaut :

$$V = B \times AD$$

$$V = 3 \times 7$$

$$\mathbf{V = 21}$$

Exercice 2 :

1) Voir figure en fin d'exercice.

2) On a $\overline{FE} = \overline{GK}$ donc EFGK est un parallélogramme.

De plus comme le triangle EFG est isocèle en F on a $FE = FG$.

Donc EFGK est un parallélogramme qui possède deux côtés consécutifs de même longueur **c'est donc un losange.**

3) Comme le triangle EFG est isocèle en F on a $FE = FG$

Le point H est le symétrique du point G par rapport à F donc $FG = FH$.

$$\text{Donc } FE = FG = FH$$

Les points E, G et H sont donc situés sur un même cercle de centre F.

4) Le point H est le symétrique du point G par rapport à F donc F est le milieu de [GH].

Comme les points G et H sont situés sur le cercle de centre F

Alors [GH] est un diamètre de ce cercle.

Comme les points E, G et H sont situés sur un même cercle de centre F.

Donc le triangle EGH est inscrit dans un cercle dont le côté [GH] est le diamètre.

Donc le triangle EGH est rectangle en E.

5)

- a) Comme la somme des angles dans un triangle vaut 180° on a dans le triangle EFG :
- $$\widehat{EFG} + \widehat{FGE} + \widehat{GEF} = 180^\circ$$

Le triangle EFG est isocèle en F donc les angles à la base sont égaux donc :

$$\widehat{FGE} = \widehat{GEF}.$$

$$\text{Donc } \widehat{EFG} + 2\widehat{FGE} = 180^\circ$$

$$2\widehat{FGE} = 180^\circ - \widehat{EFG}$$

$$\widehat{FGE} = \frac{180^\circ - \widehat{EFG}}{2}$$

$$\widehat{FGE} = \frac{180^\circ - 34^\circ}{2}$$

$$\widehat{FGE} = 73^\circ$$

- b) On a $GH = 2 EF = 12$ et $\widehat{FGE} = \widehat{HGE}$.

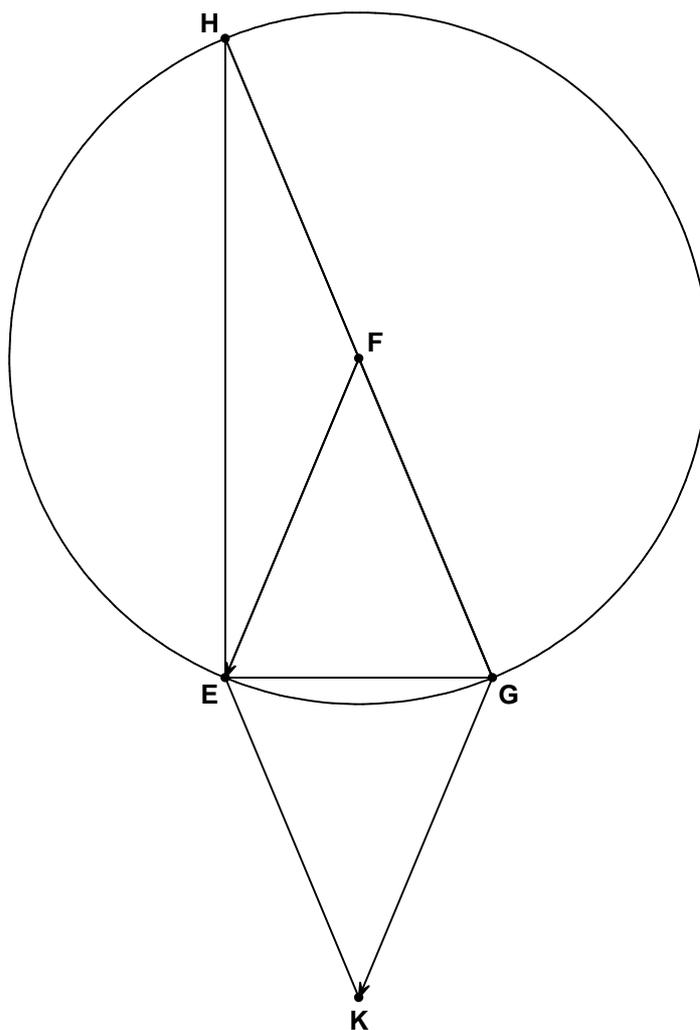
Dans le triangle rectangle EGH, on a :

$$\cos \widehat{FGE} = \frac{EG}{GH}$$

$$\text{soit } EG = GH \cos \widehat{FGE}$$

$$EG = 12 \cos 73^\circ$$

$$\mathbf{EG = 3,5 \text{ au dixième}}$$



PROBLEME
(12 points)

PREMIERE PARTIE

1) Teva roule à 54 km/h.

a) $v = \frac{d}{t}$ donc $d = v \times t$

$v = 54 \text{ km/h}$ et $t = 1 \text{ h}$ donc $d = 54 \text{ km}$.

En une heure il parcourt 54 km soit 54 000 m.

b) $1 \text{ h} = 3600 \text{ secondes}$ donc $1 \text{ s} = \frac{1}{3600} \text{ h}$

$d = v \times t = 54\,000 \times \frac{1}{3600} = 15 \text{ m}$

En 1 seconde il parcourt 15 m.

Comme il faut à TEVA 1 seconde pour réagir, la distance de réaction de TEVA s'il roule à 54 km/h est égale à la distance parcourue en 1 seconde soit 15 m.

2) Tableau :

Vitesse en km/h	45	54	90	108
Distance de réaction en m	12,5	15	25	30

DEUXIEME PARTIE

On appelle x la vitesse à laquelle peut rouler un conducteur. (en km/h)

1) Distance de réaction $d(x)$: $d(x) = \frac{5}{18} x$.

2)

a) Voir graphique en fin d'exercice.

b) La fonction d est une fonction linéaire donc sa représentation graphique est une droite passant par l'origine O du repère.
A l'aide du tableau de la première partie on trouve un deuxième point de cette droite le point $(45 ; 12,5)$ par exemple.
La représentation graphique de la fonction d passe donc par les points $(0 ; 0)$ et $(45 ; 12,5)$.

Voir graphique en fin d'exercice.

3) Un conducteur roule à la vitesse de 30 km/h.

a) Le point de la droite d'abscisse 30 a pour ordonnée 8,3.

La distance de réaction de ce conducteur qui roule à la vitesse de 30km/h est égale à 8,3 m

b) Si $x = 30$ alors $d = \frac{5}{18} \times 30$
 $= \frac{5 \times 6 \times 5}{6 \times 3}$
 $= \frac{25}{3}$
 $= 8 \text{ à l'unité près}$

4) On trace la droite d'équation $y = 20$

La vitesse à partir de laquelle la distance de réaction est supérieure à 20 m est l'abscisse du point d'intersection entre les deux droites soit 72.

La vitesse à partir de laquelle la distance de réaction est supérieure à 20 m est de 72 km/h.

