ACTIVITES NUMERIQUES
(12 points)

Exercice 1

1.

a) $A = \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{2}\right) \times \frac{5}{2}$

$= \left(\frac{6}{10} - \frac{5}{10}\right) \times \frac{5}{2}$

$= \frac{1}{10} \times \frac{5}{2}$

$= \frac{1 \times 5}{5 \times 2 \times 2}$

$\mathbf{A = \frac{1}{4}}$

b) $B = \frac{16 \times 10^{-1} \times 2}{(10^3)^2 \times 10^{-8} \times 80}$

$= \frac{16 \times 2}{80} \times \frac{10^{-1}}{10^{3 \times 2} \times 10^{-8}}$

$= \frac{8 \times 2 \times 2}{8 \times 5 \times 2} \times \frac{10^{-1}}{10^{6-8}}$

$= \frac{2}{5} \times \frac{10^{-1}}{10^{-2}}$

$= \frac{2}{5} \times 10^{-1+2}$

$= \frac{2}{5} \times 10$

$\mathbf{B = 4}$ **B est bien un nombre entier.**

c) L'opposé de B est –4 et $-4 \neq \frac{1}{4}$.

A n'est pas l'opposé de B. En fait A est l'inverse de B.
L'affirmation de Brice est fausse.

2.

a) $C = 2\sqrt{24} + \sqrt{96} - \sqrt{600}$

$= 2\sqrt{4 \times 6} + \sqrt{16 \times 6} - \sqrt{100 \times 6}$

$= 2\sqrt{4} \times \sqrt{6} + \sqrt{16} \times \sqrt{6} - \sqrt{100} \times \sqrt{6}$

$= 2 \times 2 \times \sqrt{6} + 4 \times \sqrt{6} - 10 \times \sqrt{6}$

$= 4\sqrt{6} + 4\sqrt{6} - 10\sqrt{6}$

$\mathbf{C = -2\sqrt{6}}$

b) $D = \left(\sqrt{3} - \sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3} + 5\sqrt{2}\right)$

$= \sqrt{3} \times \sqrt{3} + 5 \times \sqrt{3} \times \sqrt{2} - \sqrt{2} \times \sqrt{3} - 5 \times \sqrt{2} \times \sqrt{2}$

$= 3 + 5\sqrt{6} - \sqrt{6} - 5 \times 2$

$\mathbf{D = -7 + 4\sqrt{6}}$

<u>Exercice 2</u>

1. Pour $x = 0,5$: $E = 4 \times 0,5^2 + 8 \times 0,5 - 5$

$= 4 \times 0,25 + 4 - 5$

$= 1 - 1$

$= 0$ **Pour $x = 0,5$, $E = 0$.**

2.a) $F = (2x + 2)^2 - 9.$

$= (2x)^2 + 2 \times 2 \times 2x + 2^2 - 9$

$F = 4x^2 + 8x - 5$

b) $F = (2x + 2)^2 - 9.$

$= (2x + 2)^2 - 3^2$

$= [(2x + 2) + 3][(2x + 2) - 3]$

$= (2x + 2 + 3)(2x + 2 - 3)$

$F = (2x + 5)(2x - 1)$

3. a) $(2x - 1)(2x + 5) = 0$

Un produit de facteurs est nul si l'un au moins des facteurs est nul

Soit $2x - 1 = 0$ ou $2x + 5 = 0$

$2x = 1$ $2x = -5$

$x = \frac{1}{2}$ $x = -\frac{5}{2}$

L'équation à pour solutions : $-\frac{5}{2}$ et $\frac{1}{2}$

b) $E = 4x^2 + 8x - 5$ et $F = 4x^2 + 8x - 5$ donc $E = F$

Les valeurs de x qui annulent E sont les mêmes que celles qui annulent F soit : $-\frac{5}{2}$ et $\frac{1}{2}$

<u>Exercice 3</u>

1. a) $2,5 \times 60 - 75 = 75$ et $75 < 76$

Donc **60 n'est pas solution de l'inéquation $2,5\,x - 75 > 76$**

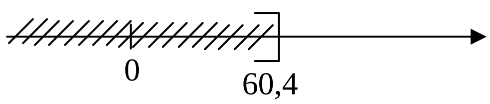
b) $2,5x - 75 > 76$

$2,5x > 76 + 75$

$2,5x > 151$

$x > \frac{151}{2,5}$

$x > 60,4$



L'ensemble de solutions est représenté par la partie non hachurée de l'axe gradué.

2. Soit x le nombre de glaces vendues

Une glace est vendue 2,50€ la recette est donc 2,5x

Comme il dépense 75 € par semaine son bénéfice par semaine est donc $2,5x - 75$

Pour que le bénéfice soit supérieur à 76 € il faut donc résoudre l'inéquation : $2,5x - 75 > 76$ qui correspond à l'inéquation de la question **1.**.

Pour avoir un bénéfice supérieur à 76 € il doit donc vendre au minimum 60,4 glaces soit **61 glaces.**

ACTIVITES GEOMETRIQUES
(12 points)

<u>Exercice 1</u>

1. a) Sur le graphique on lit **E(–3 ; 1) et F(1 ; 3).**

b) $\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix} x_F - x_E \\ y_F - y_E \end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix} 1+3 \\ 3-1 \end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{\mathbf{EF}}\begin{pmatrix} \mathbf{4} \\ \mathbf{2} \end{pmatrix}$**.**

2.a) Sur le graphique on lit $\overrightarrow{\mathbf{FL}}\begin{pmatrix} \mathbf{4} \\ \mathbf{2} \end{pmatrix}$ **et** $\overrightarrow{\mathbf{HG}}\begin{pmatrix} \mathbf{4} \\ \mathbf{2} \end{pmatrix}$**.**

b) $\overrightarrow{FL}\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{HG}\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{FL} = \overrightarrow{HG}$.

Le quadrilatère FLGH est donc un parallélogramme.

3. $\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{FL}\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{FL}$.

F est donc le milieu du segment [EL].

4. FLGH est un parallélogramme donc $\overrightarrow{FL} = \overrightarrow{HG}$.

Donc $\overrightarrow{FL} + \overrightarrow{EH} = \overrightarrow{HG} + \overrightarrow{EH}$

$= \overrightarrow{EH} + \overrightarrow{HG}$

$= \overrightarrow{\mathbf{EG}}$ **(relation de Chasles).**

<u>Exercice 2</u>

1. Le triangle OCA est un triangle rectangle en C.
D'après le théorème de Pythagore :
$OA^2 = OC^2 + AC^2$ soit $AC^2 = OA^2 - OC^2$

$= 36 - 9$

$= 27$

soit $AC = \sqrt{27} = \sqrt{9 \times 3}$ Soit $\mathbf{AC = 3\sqrt{3}}$ **cm.**

2. a) Le triangle OCA est rectangle en C. Donc les droites (OC) et (CA) sont perpendiculaires.
Les points E, O et C étant alignés, par conséquent les droites (EC) et (AC) sont perpendiculaires.
Le triangle ENO est rectangle en E. Donc les droites (NE) et (EO) sont perpendiculaires.
Les points E, O et C étant alignés et le point S appartenant à la droite (NE), par conséquent les droites (NS) et (EC) sont perpendiculaires.
Les droites (NS) et (AC) sont donc perpendiculaires à la même droite (EC).
Elles sont donc parallèles entre elles.

b) Dans les triangles OAC et OES :
- les points A, O, S et C, O, E sont alignés dans le même ordre
- Les droites (ES) et (AC) sont parallèles.

D'après le théorème le Thalès : $\frac{OA}{OS} = \frac{OC}{OE} = \frac{AC}{ES}$ donc $\frac{6}{OS} = \frac{3}{5} = \frac{3\sqrt{3}}{ES}$

Par conséquent **OS** = $\frac{6 \times 5}{3}$ **= 10 cm** et **ES =** $\frac{5 \times 3\sqrt{3}}{3}$ $\mathbf{= 5\sqrt{3}.}$

3. Dans le triangle ONE rectangle en E on a :

$\cos \widehat{NOE} = \dfrac{OE}{ON}$ soit $ON = \dfrac{OE}{\cos \widehat{NOE}}$

$= \dfrac{5}{\cos 30°}$

ON = 5,8 cm au millimètre près.

4. a) Dans le triangle COA rectangle en C on a :

$\cos \widehat{COA} = \dfrac{OC}{OA}$ soit $\cos \widehat{COA} = \dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{2}$

$\boldsymbol{\widehat{COA} = 60\ °}$

b) Les angles $\widehat{EOS}$ et $\widehat{COA}$ sont opposés par le sommet donc $\widehat{EOS} = \widehat{COA} = 60°$.

On a $\widehat{SON} = \widehat{NOE} + \widehat{EOS}$ soit $\widehat{SON} = 30° + 60° = 90°$

Le triangle SON possède un angle droit il est donc rectangle en O.

PROBLEME
(12 points)

Partie I :

1. Le volume d'une sphère (enfin d'une boule) est : $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ (r est le rayon de la boule).

Le saladier étant une demi-sphère de rayon 12 cm sont volume est donc :

$V = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times \pi \times 12^3$ soit $V = \frac{2}{3} \times \pi \times 1728$ soit **1 152 π cm³.**

2. $1152\ \pi\ cm^3 \approx 3617{,}3\ cm^3 \approx 3{,}62\ dm^3$.
Comme $1\ dm^3 = 1$ L, la capacité du saladier est de 3,62 L
Pour faire des crêpes avec 1,5 litre de lait, une ménagère pourra utiliser ce type de saladier.

Partie II :

1. Prix de vente de 800 saladiers : $800 \times 5{,}50$ **= 4400 €**

2. a) Si le supermarché achète x saladiers, il paiera à l'entreprise : $f(x) = 5{,}50\ x$

b) Résolvons l'équation $f(x) = 6600$
soit $5{,}50\ x = 6600$

$$x = \frac{6600}{5{,}50} \text{ soit } \mathbf{x = 1200.}$$

Le nombre dont l'image par la fonction *f* est 6 600 est **1200**. Ce qui signifie que pour un achat de 1200 saladiers le supermarché paiera 6600 € à l'entreprise.

c) Représentation graphique :
en abscisses : 1cm pour 100 saladiers et, en ordonnées : 1 cm pour 400 €.

Voir page suivante à la fin de l'exercice.

3. Sur le graphique **le point d'ordonnée 6600 à pour abscisses 1200**. On retrouve le résultat de la question **2.b)**.

Partie III :

1. 220 + 200 + 290 + 250 = 960.
Il a été vendu 960 saladiers.

2. Natacha a vendu 200 saladiers sur les 960 vendus.

Le pourcentage de saladiers vendus par Natacha est donc : $\frac{200}{960} \times 100$ soit **20,8 % au dixième.**

3. 960 saladiers représente 80 % du stock

Le supermarché avait donc acheté : $\frac{960 \times 100}{80}$ **= 1200 saladiers.**

Graphique Partie II question 2.c) :