DIPLÔME NATIONAL du BREVET

session 2003

MATHÉMATIQUES

(série Collège)

Le candidat doit traiter obligatoirement les trois parties du sujet :

- **1ère partie : Activités numériques (12 points)**
- **2ème partie : Activités géométriques (12 points)**
- **3ème partie : Problème (12 points)**

Il sera tenu compte de l'expression écrite et de la présentation (4 points)

L'emploi d'une calculatrice est autorisé.

La page 6/6 est à rendre avec la copie.

Matériel nécessaire :

- 1 feuille de papier millimétré.

PREMIÈRE PARTIE : Activités numériques (12 points)

EXERCICE 1

$A = 1 - \left(\dfrac{2}{3} + \dfrac{1}{4}\right)$ $\qquad$ $B = \dfrac{3 - \dfrac{5}{2}}{1 + \dfrac{1}{5}}$.

1. En faisant apparaître les différentes étapes de calcul, écrire A et B sous la forme d'une fraction irréductible.

2. Calculer les quatre-cinquièmes de $\dfrac{35}{8}$. On appellera C le résultat donné sous forme de fraction irréductible.

3. Montrer que la somme **A + B + C est un nombre entier.**

EXERCICE 2

1. En faisant apparaître les étapes, calculer et donner l'**écriture scientifique de :** $D = \dfrac{2 \times 10^3 \times 5 \times (10^{-5})^2}{2+18}$.

2. **a)** $E = 2\sqrt{27} + \sqrt{18} \times \sqrt{6}$.
   Calculer et écrire E sous la forme $a\sqrt{3}$ (a entier relatif).

   b) $F = (\sqrt{2} - 4)(2 + 4\sqrt{2})$.
   Calculer et écrire F sous la forme $b\sqrt{2}$ (b entier relatif).

EXERCICE 3

Soit l'expression $P = (2x-1)^2 - 16$.

1. Calculer P pour $x = \dfrac{1}{2}$.

2. Factoriser P.

3. Résoudre l'équation $(2x-5)(2x+3) = 0$

EXERCICE 4

Les deux questions posées dans cet exercice sont indépendantes.

6510 fourmis noires et 4650 fourmis rouges décident de s'allier pour combattre les termites.

1. Pour cela, la Reine des fourmis souhaite constituer, en utilisant toutes les fourmis, des équipes qui seront toutes composées de la même façon : un nombre de fourmis rouges et un autre nombre de fourmis noires.
   Quel est le nombre maximal d'équipes que la Reine peut ainsi former ?

2. Si toutes les fourmis, rouges et noires, se placent en file indienne, elles forment une colonne de 42,78 m de long.
   Sachant qu'une fourmi rouge mesure 2 mm de plus qu'une fourmi noire, déterminer la taille d'une fourmi rouge et celle d'une fourmi noire.

DEUXIÈME PARTIE : Activités géométriques (12 points)

Les constructions de l'exercice 1 seront réalisées sur la feuille annexe.
Les figures demandées dans les exercices 2 et 3 seront réalisées sur la feuille de copie.

EXERCICE 1

Utiliser la feuille annexe.
Pour cet exercice on laissera visible les traits de construction mais aucune justification n'est demandée.

Soit le triangle équilatéral MAK de côté mesurant 4 cm.

1. **a)** Construire le point I image de M dans la rotation de centre K et d'angle 120° dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.

   b) Quelle est la nature exacte du triangle AKI ? (On ne demande pas de justification).

2. Construire le point S symétrique de M par rapport à K.

3. Construire le point O tel que K soit le milieu de [AO].

4. **a)** Construire le point N image de K dans la translation de vecteur $\overrightarrow{AM}$.

   b) Quelle est la nature exacte du quadrilatère AMNK ? (On ne demande pas de justification).

5. **a)** Tracer le polygone MAISON.

   b) Quelle est la nature exacte de ce polygone ? (On ne demande pas de justification).

EXERCICE 2

1. **a)** Tracer un triangle ABC tel que AC = 7,5 cm BC = 10 cm et AB = 6 cm.

   b) Placer E sur [AC] tel que AE = 4,5 cm et F sur [BC] tel que BF = 6 cm.

2. Les droites (AB) et (EF) sont-elles parallèles ? Justifier.

3. On trace la droite parallèle à (AB) passant par C. Cette droite coupe (BE) en L.
   Déterminer CL.

EXERCICE 3

On considère la figure ci-contre (dimensions non respectées sur le dessin) :

1. Refaire la figure en vraie grandeur.

2. **a)** Calculer AB.

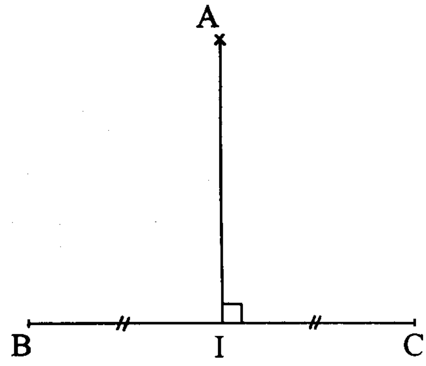
   b) Calculer sin $\widehat{ABI}$.

3. O est le point de [BC] tel que BO = 5 cm.
   ($\mathscr{C}$) est le cercle de centre O passant par B. Il recoupe [AB] en E et [BC] en F.

   a) Compléter la figure du **1.** En traçant le cercle ($\mathscr{C}$) et en plaçant les points O, E et F.

   b) Quelle est la nature du triangle BEF ? Justifier.

AI = 8 cm
BC = 12 cm
mes $\widehat{AIB}$ = 90°
I milieu de [BC]

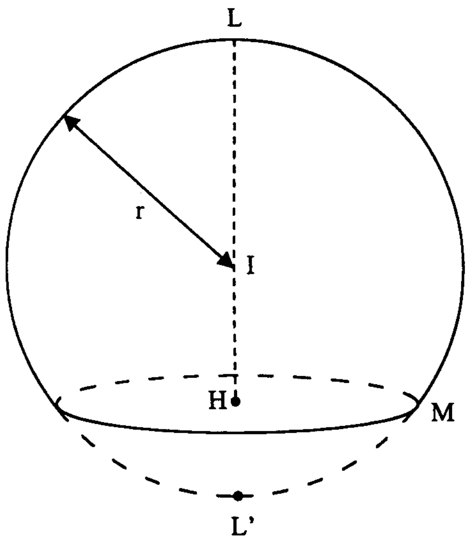


TROISIÈME PARTIE : Problème (12 points)

Les parties A et B sont indépendantes.
Les représentations graphiques dans la partie B seront effectuées sur papier millimétré.

Un industriel est spécialisé dans la fabrication de pieds de lampes. Il crée un nouveau modèle sous la forme d'une sphère tronquée.

Partie A :



La sphère a pour centre I et pour rayon r = 10 cm.
[LL'] est un diamètre de la sphère.
H est un point de [LL'] tel que IH = 8 cm.
Un plan passant par H et perpendiculaire à [LL'] coupe cette sphère.

1. Quelle est la nature de la section ? (On ne demande pas de justification).

2. Quelle est la nature du triangle IHM ? (On ne demande pas de justification).

3. En déduire HM.

Partie B :

L'industriel reçoit des commandes de différentes régions de France.
Pour la livraison des produits, il s'adresse alors à deux sociétés de transport et compare leurs tarifs :

- Tarif 1 : 3,5 € par km parcouru.
- Tarif 2 : 2 € par km parcouru avec en plus un forfait fixe de 150 €.

Soit y_1 le prix (en €) du transport avec le tarif 1 pour x km parcourus.
Soit y_2 le prix (en €) du transport avec le tarif 2 pour x km parcourus.

1. a) Reproduire et compléter le tableau suivant :

x (km)	50	150	300
y_1 (€)		525	
y_2 (€)	250		

b) Quel est le tarif le plus avantageux pour 50 km parcourus ? et pour 300 km parcourus ?

2. Plus généralement, on obtient donc : $y_1 = 3{,}5\,x$.
Exprimer de même y_2 en fonction de x.

3. Tracer sur une feuille de papier millimétré la droite (d_1) représentant la fonction : $x \mapsto 3{,}5x$ et la droite (d_2) représentant la fonction : $x \mapsto 2x + 150$ dans le plan muni d'un repère orthogonal. On prendra sur l'axe des abscisses 1 cm pour représenter 25 km et sur l'axe des ordonnées 1 cm pour représenter 50 €. Pour des raisons pratiques, prendre l'origine du repère en bas à gauche de la feuille de papier millimétré.

4. Déterminer graphiquement le nombre de kilomètres à partir duquel il est plus avantageux pour l'industriel de choisir le tarif 2. (On laissera visibles les pointillés nécessaires à la lecture graphique).

ANNEXE (Deuxième partie – Exercice 1)

Document à rendre avec la copie