

Chapitre : Les Systèmes d'équations

Une équation du premier degré à 2 inconnues est une équation de la forme $ax + by = c$ ou a , b et c sont des nombres donnés. Les nombres x et y sont de l'équation.

Un système de 2 équations du premier degré à 2 inconnues est de la forme
$$\begin{cases} ax + by = c & (1) \\ a'x + b'y = c' & (2) \end{cases}$$
 ou a , b , c , a' , b' et c' sont des nombres donnés.

Résoudre un système, c'est trouver la valeur de ... et de ... qui vérifient simultanément les deux équations

1- Résolution d'un système d'équations par SUBSTITUTION

Il s'agit d'exprimer l'une des deux inconnues en fonction de l'autre dans l'une des équations, puis de la remplacer par cette expression dans l'autre équation, afin d'obtenir une équation à une seule inconnue.

Résoudre
$$\begin{cases} 2x + y = 3 & (1) \\ x - 2y = 4 & (2) \end{cases}$$

- 1- Dans l'équation (1)
- 2- Je remplace dans (2)
- 3- Je calcule y
- 4- Je calcule x
- 5- Je vérifie

Ex 1 : Résoudre les systèmes suivants
$$\begin{cases} 3x + y = 4 \\ 2x - 4y = 12 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ x - 2y = 3 \end{cases}$$

2- Résolution d'un système d'équations par ADDITION

On multiplie chacune des deux équations par des coefficients bien choisis afin que l'une des deux inconnues puisse être éliminée lorsque, ensuite on additionnera membre à membre les deux équations.

Résoudre
$$\begin{cases} 2x - 4y = 2 & (1) \\ 3x + 2y = 7 & (2) \end{cases}$$

- 1- J'élimine y
- 2- Je calcule x
- 3- Je calcule y
- 4- Je vérifie

Ex 2 : Résoudre les systèmes suivants
$$\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 3x + 6y = 9 \end{cases} \quad \begin{cases} 4x + y = -3 \\ 3x + 2y = -1 \end{cases}$$

3- Les problèmes

Ex 3 : Au théâtre, le prix normal d'un billet d'entrée est de 20€ et 16€ pour les enfants.

Un groupe de 25 personnes va au théâtre. Sachant que pour les 25 entrées le groupe a payé 464€, trouve le nombre de billets à 20€ et le nombre de billets à 16€ vendus à ce groupe.

Ex 4 : Le périmètre d'un rectangle est égal à 36 cm. Si on triple sa longueur et que l'on double sa largeur, son périmètre augmente de 56 cm. Déterminer la longueur et la largeur du rectangle.

Ex 5 : 1) Résoudre le système :
$$\begin{cases} x + 3y = 4.6 \\ 2x + y = 3.2 \end{cases}$$

2) A la pâtisserie, Paul a acheté 1 éclair et 3 millefeuilles et a payé 4.60€. Pierre qui a acheté 2 éclairs et 1 millefeuille a payé 3.20€. Pour fêter son anniversaire, Jeanne achète dans cette pâtisserie 8 éclairs et 10 millefeuilles. Combien va-t-elle dépenser ?

4- Résolution d'un système sur un graphique

Remplace x dans l'équation afin de déterminer la valeur de y correspondante

x	-3	-2	-0,5	0	1	2
$y = 3x + 4$						

On remarque que les points sont sur une droite notée (d). On dit que $y = 3x + 4$ est l'équation de cette droite ou que cette droite est la représentation graphique de l'équation $y = 3x + 4$.

On écrit (d) : $y = 3x + 4$

Application : Résoudre
$$\begin{cases} 3x - y + 4 = 0 \\ -x + 2y - 3 = 0 \end{cases}$$

On exprime chaque équation dans sa forme réduite :
$$\begin{cases} y = 3x + 4 & (1) \\ y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2} & (2) \end{cases}$$

Les représentations graphiques sont les droites : (d1) : $y = 3x + 4$ et (d2) : $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

Pour tracer la droite (d1) :

Si $x = 0$ alors $y = \dots\dots\dots$

Si $x = 2$ alors $y = \dots\dots\dots$

Donc la droite (d1) passe par A(0 ; ...) et B(2 ; ...)

Pour tracer la droite (d2) :

Si $x = 0$ alors $y = \dots\dots\dots$

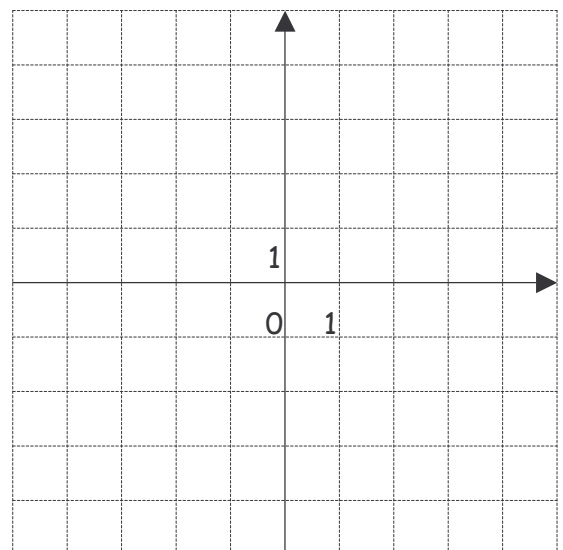
Si $x = 2$ alors $y = \dots\dots\dots$

Donc la droite (d2) passe par C(0 ; ...) et D(2 ; ...)

Graphiquement, cela revient à déterminer le point d'intersection des deux droites représentant ces équations.

Le point d'intersection est le point I (... ; ...)

La solution du système est :



Ex 6 : Sur le graphique, trace les droites (d1) d'équation : $y = -0,25x + 1,75$ et (d2) d'équation : $y = -2x + 3,5$

2- En déduire graphiquement la solution du système :
$$\begin{cases} x + 4y = 7 \\ 2x + y = 3,5 \end{cases}$$

Ex 1 : 1- Résoudre le système de deux équations à deux inconnues suivant: $\begin{cases} x + y = 15 \\ 2x + y = 21 \end{cases}$ / 4

2- Pour financer une partie de leur voyage de fin d'année, des élèves de troisième vendent des gâteaux qu'ils ont confectionnés eux-mêmes.

Un même jour, ils ont vendu 15 tartes, les unes aux myrtilles et les autres aux pommes.

Une tarte aux myrtilles est vendue 4 € et une tarte aux pommes 2 €. La somme encaissée ce jour-là est 42 €.

Après avoir mis le problème en équation, détermine combien ils ont vendu de tartes de chaque sorte.

Ex 2 : 1- Résoudre le système de deux équations à deux inconnues suivant: $\begin{cases} 3x + y = 30 \\ 4x + 3y = 50 \end{cases}$ / 4

2- A partir d'une gerbe de marguerites et de tulipes, un fleuriste a constitué ces 3 bouquets :



Ex 3 : A la pâtisserie, Paul a acheté 1 éclair et 4 millefeuilles et a payé 7€. / 3

Pierre qui a acheté 2 éclairs et 1 millefeuille a payé 3,5€.

Quel est le prix d'un éclair ? Quel est le prix d'un millefeuille ?

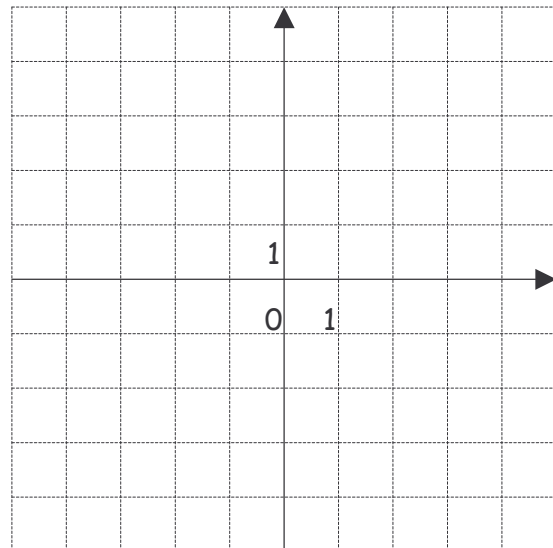
Ex 4 : 1- Sur le graphique, trace les droites

(d₁) d'équation : $y = -0,25x + 1,75$

(d₂) d'équation : $y = -2x + 3,5$

2- En déduire graphiquement la solution du système :

$$\begin{cases} x + 4y = 7 \\ 2x + y = 3,5 \end{cases}$$



Ex 5 : On considère l'expression $F = (7y - 5)^2 - 4(2y - 3)(7y - 5)$ / 5

1- Développe et réduis F.

2- Factorise F.

3- Résoudre l'équation $(7y - 5)(7 - y) = 0$.