

Donné le :

Pour le :

Note : / 20

Appréciation :

Exercice 1 : Simplifier les expressions suivantes, en écrivant les détails des calculs :

$$A = \frac{\frac{1}{4} - \frac{5}{3}}{\frac{1}{4} + \frac{5}{3}}$$

$$B = 2\sqrt{27} - \sqrt{48}$$

$$C = \frac{(-2)^4 \times 4^{-5}}{(8-2)^2 \times 2^3}$$

$$D = \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{12} - \sqrt{75}}$$

Exercice 2 : Développer, réduire et ordonner les expressions suivantes :

$$E = (2x - 3)^2 + (4x - 1)(3 - 5x)$$

$$F = 2y(5y - 7)^2 - (3y - 1)^2$$

Exercice 3 : Factoriser les expressions suivantes :

$$G = 3x^3 - 27x^2 + 9x$$

$$H = (4x - 7)^2 - (3x + 2)^2$$

$$I = 12x^2 + 36x + 27 - (x - 5)(2x + 3)$$

$$J = (2x - 1)^2 + (2x - 1)(3x + 5)$$

Exercice 4 : On donne : $K = 16 - 9x^2 + (x - 5)(3x + 4)$

1) Factoriser K .

2) Développer K .

3) Résoudre l'équation $K = 0$.4) Résoudre l'équation $K = -4$.**Exercice 5 :**

1) Écrire les nombres suivants en notation scientifique :

$$L = 0,043 \times 10^{-2}$$

$$M = -1200 \times 10^{-12}$$

$$N = 0,000071 \times 10^{-4}$$

2) Classer alors ces nombres par ordre décroissant.

Exercice 6 :

Résoudre l'inéquation suivante, puis représenter les solutions sur une droite graduée :

$$-3x + 5 < 2(4x - 5) - 7$$

Exercice 7 :1) Construire un triangle ABC rectangle en A tel que : $AB = 6$ cm et $BC = 10$ cm.

2) Calculer AC.

3) Placer le point I, milieu du segment [BC], puis tracer la droite (AI).

a) Que représente la droite (AI) pour le triangle ABC ?

b) Montrer que $AI = 5$ cm.4) a) Placer sur le segment [AI] le point M tel que $IM = 2$ cm.

b) Tracer la parallèle à (AB) passant par M et le point P en lequel elle coupe [BC].

c) Calculer IP.

5) a) Placer sur le segment [IC] le point N tel que $IN = 2$ cm, puis tracer la droite (MN).

b) Démontrer que (MN) et (AC) sont parallèles.

Correction du Devoir Maison

Exercice 1 :

$$\begin{aligned} A &= \frac{\frac{1}{4} - \frac{5}{3}}{\frac{1}{4} + \frac{5}{3}} \\ &= \frac{\frac{3}{12} - \frac{20}{12}}{\frac{3}{12} + \frac{20}{12}} \\ &= \frac{-\frac{17}{12}}{\frac{23}{12}} \\ &= -\frac{17}{12} \times \frac{12}{23} \\ \mathbf{A} &= -\frac{17}{23} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= 2\sqrt{27} - \sqrt{48} \\ &= 2\sqrt{9 \times 3} - \sqrt{16 \times 3} \\ &= 2 \times 3\sqrt{3} - 4\sqrt{3} \\ \mathbf{B} &= 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$C = \frac{(-2)^{4 \times 4^{-5}}}{(8-2)^{2 \times 2^3}}$$

$$C = \frac{2^{4 \times 4^{-5}}}{8^{-4 \times 2^3}}$$

$$C = 2^{4-3} \times 4^{-5} \times 8^4$$

$$C = 2 \times 2^{-10} \times 8^4$$

$$C = \frac{8^4}{2^9}$$

$$C = \frac{8^4}{(2^3)^3}$$

$$C = \frac{8^4}{8^3}$$

$$\mathbf{C = 8}$$

$$D = \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{12} - \sqrt{75}}$$

$$D = \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{4 \times 3} - \sqrt{25 \times 3}}$$

$$D = \frac{4\sqrt{3}}{2\sqrt{3} - 5\sqrt{3}}$$

$$D = \frac{4\sqrt{3}}{-3\sqrt{3}}$$

$$\mathbf{D = -\frac{4}{3}}$$

Exercice 2 :

$$E = (2x-3)^2 + (4x-1)(3-5x)$$

$$E = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 3 + 3^2 + (4x(3-5x) - 1(3-5x))$$

$$E = 4x^2 - 12x + 9 + (12x - 20x^2 - 3 + 5x)$$

$$E = 4x^2 - 12x + 9 + 12x - 20x^2 - 3 + 5x$$

$$\mathbf{E = -16x^2 + 5x + 6}$$

$$F = 2y(5y-7)^2 - (3y-1)^2$$

$$F = 2y((5y)^2 - 2 \times 5y \times 7 + 7^2) - ((3y)^2 - 2 \times 3y \times 1 + 1^2)$$

$$F = 2y(25y^2 - 70y + 49) - (9y^2 - 6y + 1)$$

$$F = 50y^3 - 140y^2 + 98y - 9y^2 + 6y - 1$$

$$\mathbf{F = 50y^3 - 149y^2 + 104y - 1}$$

Exercice 3 :

$$G = 3x^3 - 27x^2 + 9x$$

$$G = 3x(x^2 - 9x + 3)$$

$$H = (4x - 7)^2 - (3x + 2)^2$$

$$H = ((4x - 7) + (3x + 2))((4x - 7) - (3x + 2))$$

$$H = (4x - 7 + 3x + 2)(4x - 7 - 3x - 2)$$

$$H = (7x - 5)(x - 9)$$

$$I = 12x^2 + 36x + 27 - (x - 5)(2x + 3)$$

$$I = 3(4x^2 + 12x + 9) - (x - 5)(2x + 3)$$

$$I = 3(2x + 3)^2 - (x - 5)(2x + 3)$$

$$I = (2x + 3)(3(2x + 3) - (x - 5))$$

$$I = (2x + 3)(6x + 9 - x + 5)$$

$$I = (2x + 3)(5x + 14)$$

$$J = (2x - 1)^2 + (2x - 1)(3x + 5)$$

$$J = (2x - 1)((2x - 1) + (3x + 5))$$

$$J = (2x - 1)(2x - 1 + 3x + 5)$$

$$J = (2x - 1)(5x + 4)$$

Exercice 4 :

$$1) K = 16 - 9x^2 + (x - 5)(3x + 4)$$

$$K = (4 - 3x)(4 + 3x) + (x - 5)(3x + 4)$$

$$K = (4 + 3x)(4 - 3x + x - 5)$$

$$K = (4 + 3x)(-2x - 1)$$

$$2) K = 16 - 9x^2 + (x - 5)(3x + 4)$$

$$K = 16 - 9x^2 + (x(3x + 4) - 5(3x + 4))$$

$$K = 16 - 9x^2 + (3x^2 + 4x - 15x - 20)$$

$$K = 16 - 9x^2 + 3x^2 + 4x - 15x - 20$$

$$K = -6x^2 - 11x - 4$$

$$3) (4 + 3x)(-2x - 1) = 0$$

Or un produit est nul si et seulement si au moins l'un de ses facteurs est nul.

$$\text{Donc } 4 + 3x = 0 \quad \text{ou} \quad -2x - 1 = 0$$

$$3x = -4 \quad \text{ou} \quad -2x = 1$$

$$x = -\frac{4}{3} \quad \text{ou} \quad x = -\frac{1}{2}$$

Les solutions de l'équation $K=0$ sont $-\frac{1}{2}$ et $-\frac{4}{3}$.

$$4) K = -4$$

$$-6x^2 - 11x - 4 = -4$$

$$-6x^2 - 11x - 4 + 4 = 0$$

$$-6x^2 - 11x = 0$$

$$x(-6x - 11) = 0$$

Or un produit est nul si et seulement si au moins l'un de ses facteurs est nul.

$$\text{Donc } x = 0 \quad \text{ou} \quad -6x - 11 = 0$$

$$x = 0 \quad \text{ou} \quad -6x = 11$$

$$x = 0 \quad \text{ou} \quad x = -\frac{11}{6}$$

Les solutions de l'équation $K = -4$ sont $-\frac{11}{6}$ et 0 .

Exercice 5 :

$$1) L = 0,043 \times 10^{-2}$$

$$L = 4,3 \times 10^{-2} \times 10^{-2}$$

$$L = 4,3 \times 10^{-4}$$

$$M = -1200 \times 10^{-12}$$

$$M = -1,2 \times 10^3 \times 10^{-12}$$

$$M = -1,2 \times 10^{-9}$$

$$N = 0,000071 \times 10^{-4}$$

$$N = 7,1 \times 10^{-5} \times 10^{-4}$$

$$N = 7,1 \times 10^{-9}$$

$$2) L > N > M$$

Exercice 6 :

$$-3x + 5 < 2(4x - 5) - 7$$

$$-3x + 5 < 8x - 10 - 7$$

$$-3x - 8x < -10 - 7 - 5$$

$$-11x < -22$$

$$x > \frac{-22}{-11}$$

$$x > 2$$

Les solutions de l'inéquation sont tous les nombres supérieurs à 2.



Exercice 7 :

2) ABC est un triangle rectangle en A. D'après le théorème de Pythagore, on a :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$10^2 = 6^2 + AC^2$$

$$100 = 36 + AC^2$$

$$AC^2 = 100 - 36$$

$$AC^2 = 64$$

$$AC = 8$$

AC fait 8 cm.

3) a) Par définition, la droite (AI) est la médiane issue de A dans le triangle ABC.

b) ABC est un triangle rectangle en A et I est le milieu de [BC].

Or si un triangle est rectangle alors le milieu de son hypoténuse est le centre de son cercle circonscrit.

Donc I est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC. Il est donc équidistant des trois sommets. Donc $IA = IB = IC = \frac{BC}{2} = 5$

IA fait bien 5 cm.

4) c) (PM) // (AB). D'après le théorème de Thalès dans les triangles IMP et IAB, on a :

$$\frac{IM}{IA} = \frac{IP}{IB} \left(= \frac{MP}{AB} \right)$$

$$\frac{2}{5} = \frac{IP}{5}$$

Donc **IP fait 2 cm.**

$$5) \frac{IM}{IA} = \frac{2}{5} \quad \text{et} \quad \frac{IN}{IC} = \frac{2}{5}$$

$$\text{Donc } \frac{IM}{IA} = \frac{IN}{IC}$$

De plus les points I, M, A et I, N, C sont alignés dans le même ordre.

Donc, d'après la réciproque du théorème de Thalès, **(MN) // (AC).**