Classe : 3 èmes	
	Appréciation :
Note : ..../20	

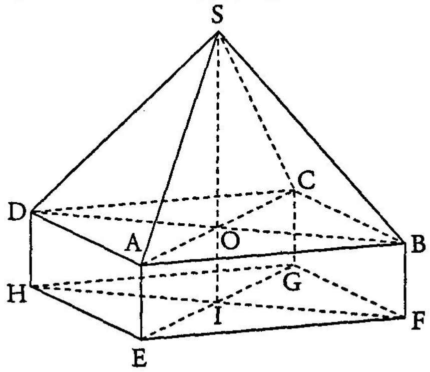
Exercice 1 :

La troisième partie est indépendante des 2 premières parties.

Voici un solide constitué d'un parallélépipède surmonté d'une pyramide à base rectangulaire.

La hauteur totale du solide est : SI = 12 cm.

Le parallélépipède a pour longueur EF = 10 cm, pour largeur HE = 6 cm et pour hauteur BF = x.



Première partie

1) Exprimer le volume V_1 du parallélépipède en fonction de x.

2) Montrer que le volume V_2 de la pyramide est égal à $240 - 20x$.

3) Entre quelles valeurs x peut-il varier ?

4) Trouver x pour que $V_1 = V_2$; quelle est alors la valeur commune de ces volumes ?

5) Pour quelles valeurs de x le volume de la pyramide est-il inférieur à 200 cm^3 ?

Deuxième partie

Sur une feuille de papier millimétré, construire un repère orthogonal; placer l'origine en bas à gauche et choisir comme unité 1 cm sur l'axe des abscisses, 1 cm pour 20 cm^3 sur l'axe des ordonnées.

1) Tracer dans ce repère les représentations graphiques des fonctions f et g définies par :
   $f : x \mapsto 60x$ et $g : x \mapsto 240 - 20x$.

2) Expliquer comment retrouver par lecture graphique les résultats de la question 4) de la première partie.

Troisième partie

On coupe la pyramide par un plan parallèle à sa base passant par le milieu de sa hauteur [SO].

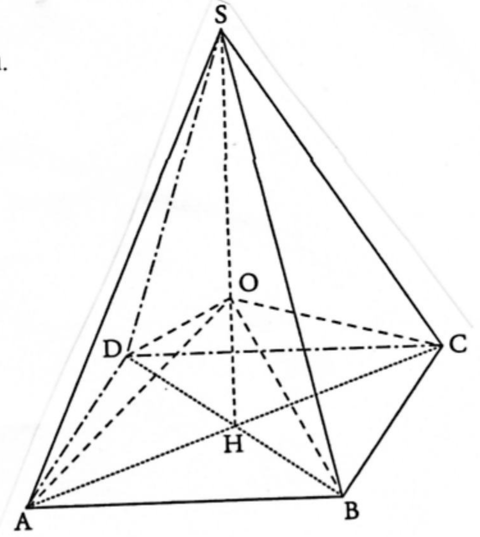
1) Calculer l'aire de la section obtenue en expliquant la démarche.

2) Dessiner cette section en vraie grandeur.

Exercice 2 :

On considère une pyramide régulière SABCD, à base carrée.

On note [SH] sa hauteur et on donne : $AB = 6$ cm et $SH = 8$ cm.



Première partie

1) Montrer que $AH = 3\sqrt{2}$ et calculer AS.

2) Calculer le volume de la pyramide SABCD.

3) Soit O, le point de [SH] tel que : $SO = 6$ cm. On crée ainsi une deuxième pyramide régulière OABCD, à base carrée.

Calculer le volume de la partie comprise entre les deux pyramides SABCD et OABCD.

Deuxième partie

Dans cette partie, la longueur OH sera notée x.

1) a) Entre quelles valeurs peut-on faire varier x ?

b) Exprimer, en fonction de x, le volume de la pyramide OABCD.

c) Exprimer, en fonction de x, le volume V de la partie comprise entre les deux pyramides SABCD et OABCD.

2) On considère la fonction affine suivante :

$f : x \mapsto 96 - 12x$

a) Calculer f(0) , f(8) et f(1,5).

b) Quel est le nombre qui a pour image 66 par f ?

c) Tracer la représentation graphique (d) de la fonction affine f. (on choisira pour unité 1 cm sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 10 cm^3 sur l'axe des ordonnées)

d) Par lecture graphique, donner la valeur de x telle que le volume V soit égal à la moitié du volume de la pyramide SABCD. Expliquer.

Retrouver ce résultat par le calcul.

Exercice 3 :

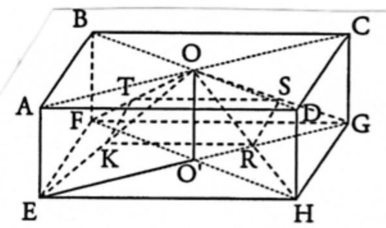


Figure 1

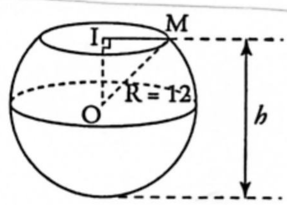


Figure 2

La figure 1 représente une boîte en forme de parallélépipède rectangle ABCDEFGH, de mesures : $AB = 28$ cm $BC = 14$ cm $AE = 20$ cm.

Les diagonales de la face ABCD se coupent en un point O, les diagonales de la face EFGH se coupent en un point O'.

A l'intérieur de cette boîte est posée une pyramide de sommet O et de base EFGH. Notons K le point de [OE] tel que $OK = 17$ cm. On coupe cette pyramide par un plan parallèle à la face EFGH et passant par le point K, on désigne par KRST le rectangle section de la pyramide par ce plan, où R (respectivement S et T) est le point d'intersection de ce plan

La droite (KR) (respectivement les droites (RS), (ST), (TK)) est parallèle à la droite (EH) (respectivement aux droites (HG), (GF), (FE)).
Le triangle OO'E est rectangle en O'.
1) Calculer la valeur exacte de O'E. Donner une valeur approchée de O'E au 1/10 près.
2) Calculer la valeur exacte de OE. Donner une valeur approchée de OE au 1/10 près.
3) Calculer KR et KT. On donnera les résultats arrondis au 1/10 près.
4) On remplit de sable la partie de la boîte non occupée par la pyramide.
Calculer le volume de sable utilisé. Donner le résultat du calcul arrondi à l'unité près.
5) On veut reverser ce sable dans un aquarium représenté figure 2, qui a la forme d'une calotte sphérique de centre O, de rayon R = 12 cm, de hauteur h égale à 21 cm, dont l'ouverture est un cercle de centre I et de rayon IM .
a) Calculer la valeur exacte du rayon IM.
b) Calculer le volume de l'aquarium, sachant que le volume d'une calotte sphérique est donnée par la formule : $V = \frac{\pi h^2}{3}(3R - h)$, où R est le rayon de la sphère et h la hauteur de la calotte sphérique.
On donnera le résultat de V arrondi à l'unité près.
L'aquarium est-il assez grand pour contenir tout le sable qu'on a utilisé à la question 4) ?

La droite (KR) (respectivement les droites (RS), (ST), (TK)) est parallèle à la droite (EH) (respectivement aux droites (HG), (GF), (FE)).
Le triangle OO'E est rectangle en O'.
1) Calculer la valeur exacte de O'E. Donner une valeur approchée de O'E au 1/10 près.
2) Calculer la valeur exacte de OE. Donner une valeur approchée de OE au 1/10 près.
3) Calculer KR et KT. On donnera les résultats arrondis au 1/10 près.
4) On remplit de sable la partie de la boîte non occupée par la pyramide.
Calculer le volume de sable utilisé. Donner le résultat du calcul arrondi à l'unité près.
5) On veut reverser ce sable dans un aquarium représenté figure 2, qui a la forme d'une calotte sphérique de centre O, de rayon R = 12 cm, de hauteur h égale à 21 cm, dont l'ouverture est un cercle de centre I et de rayon IM .
a) Calculer la valeur exacte du rayon IM.
b) Calculer le volume de l'aquarium, sachant que le volume d'une calotte sphérique est donnée par la formule : $V = \frac{\pi h^2}{3}(3R - h)$, où R est le rayon de la sphère et h la hauteur de la calotte sphérique.
On donnera le résultat de V arrondi à l'unité près.
L'aquarium est-il assez grand pour contenir tout le sable qu'on a utilisé à la question 4) ?