

Classe : 3 èmes	Devoir maison n° 10
Donné le : ...	Appréciation :
Pour le :	
Note :/20	

Exercice 1 :

ABC est un triangle isocèle en A.

- 1) Faire un dessin.
- 2) Construire le point D, tel que $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC}$.
- 3) Quelle est la nature du quadrilatère ABDC ?
- 4) Soit le point I défini par $\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{IC}$. Que représente le point I ?
- 5) Quelle est la nature du triangle AIB ?

Exercice 2 : $\mathcal{C}$ est un cercle de centre O et de diamètre [BC]. A est un autre point du cercle $\mathcal{C}$.

- 1) Quelle est la nature du triangle ABC ?
- 2) a) Construire le point M tel que $\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{CA}$.
b) Construire le point N tel que $\overrightarrow{ON} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC}$.
- 3) a) Démontrer que le point A est le milieu de [MN].
b) Démontrer que MON est un triangle rectangle.

Exercice 3 :

- 1) Placer trois points A, D, C non alignés et construire le point B tel que $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}$
- 2) La parallèle à (AC) passant par B coupe (AD) en E et (DC) en F.
Démontrer que $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{EB}$ et que $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BF}$.
En déduire que B est le milieu de [EF].
- 3) On note O, le point d'intersection des diagonales du parallélogramme ABCD et O', son symétrique par rapport à B. Démontrer que $\overrightarrow{EO'} = \overrightarrow{OF}$.

Exercice 4 :

On donne : $C = (3x - 2)^2 - 25$

- 1) Développer et réduire C.
- 2) Factoriser C.
- 3) Résoudre l'équation $(3x - 7)(x + 1) = 0$.
- 4) Calculer C pour $x = \sqrt{5}$.

Exercice 5 :

- 1) Calculer et mettre le résultat sous forme de fraction irréductible :

$$A = \frac{3}{14} + \frac{5}{21} \qquad B = \frac{2}{3} - \frac{7}{3} \times \frac{9}{14} \qquad C = \frac{2^3}{3^2} : \frac{2^4}{3}$$

- 2) Simplifier les calculs suivants :

$$D = 2\sqrt{250} - 5\sqrt{490} + 2\sqrt{81} \qquad E = 7\sqrt{15} \times 2\sqrt{35} \times \sqrt{3}$$

$$F = (2 - 3\sqrt{5})(15 + 2\sqrt{5}) \qquad G = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{18}}$$

Correction du DM

Exercice 1 :

- 3) $ABDC$ est un quadrilatère et $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC}$ donc $ABDC$ est un parallélogramme.
De plus $AB = AC$ car ABC est un triangle isocèle en A .
Or si un parallélogramme a deux côtés consécutifs égaux alors c'est un losange.
Donc **$ABDC$ est un losange.**
- 4) $\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{IC}$ donc **I est le milieu de $[BC]$.**
- 5) Dans le triangle ABC isocèle en A , (AI) est la médiane issue de A .
Or dans un triangle isocèle la médiane issue du sommet principal est aussi une hauteur.
Donc $(AI) \perp (BC)$ et donc **AIB est un triangle rectangle en I .**

Exercice 2 :

- 1) Soit le triangle ABC inscrit dans le cercle de diamètre $[BC]$.
Or si un triangle est inscrit dans un cercle dont un de ses côtés est le diamètre alors il est rectangle et ce côté est l'hypoténuse.
Donc **ABC est un triangle rectangle en A .**
- 3) a) $\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{CA}$ donc $COMA$ est un parallélogramme et donc $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{MA}$.
 $\overrightarrow{ON} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC}$ donc $OANC$ est un parallélogramme et donc $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{AN}$.
Comme $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{MA}$ et $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{AN}$ alors $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{AN}$.
Donc **A est le milieu de $[MN]$.**
- b) $OANC$ est un parallélogramme et $OA = OC$ car A et C appartiennent au cercle $\mathcal{C}$.
Or si un parallélogramme a deux côtés consécutifs de même longueur alors c'est un losange.
Donc $OANC$ est un losange et donc $OA = AN$.

On a donc : $OA = AN$ et $AN = AM$ (car A est le milieu de $[MN]$)
On considère le triangle OMN : $AM = AN = AO$ et A est le milieu de $[MN]$.
Or dans un triangle si un point est équidistant des sommets de ce triangle et est situé au milieu d'un des côtés alors ce triangle est rectangle et ce côté est l'hypoténuse.
Donc le triangle **OMN est rectangle en O .**

Exercice 3 :

- 2) $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}$, donc $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$ et donc $ABCD$ est un parallélogramme.
Or les côtés opposés d'un parallélogramme sont parallèles.
Donc $(AD) \parallel (BC)$ et $(AB) \parallel (DC)$. Comme $E \in (AD)$, $(AE) \parallel (BC)$.
- On considère le quadrilatère $ACBE$: $(AE) \parallel (BC)$ et $(AC) \parallel (BE)$ (énoncé)
Or si un quadrilatère a ses côtés opposés parallèles alors c'est un parallélogramme;
Donc $ACBE$ est un parallélogramme et donc $\boxed{\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{EB}}$.
- On considère le quadrilatère $ACFB$: $(AB) \parallel (CF)$ et $(AC) \parallel (BF)$.
Or si un quadrilatère a ses côtés opposés parallèles alors c'est un parallélogramme.
Donc $ACFB$ est un parallélogramme et $\boxed{\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BF}}$.

Comme $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{EB}$ et $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BF}$, on a : $\overrightarrow{EB} = \overrightarrow{BF}$ et donc **B est le milieu de [EF]**.

3) On considère le quadrilatère EO'FO. B est le milieu des diagonales [OO'] et [EF].
Or si un quadrilatère a ses diagonales de même milieu alors c'est un parallélogramme.

Donc EO'FO est un parallélogramme et donc $\overrightarrow{EO'} = \overrightarrow{OF}$.

Exercice 4 :

1) $C = (3x-2)^2 - 25$

$$C = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 2 + 2^2 - 25$$

$$C = \boxed{9x^2 - 12x - 21}$$

2) $C = (3x-2)^2 - 25$

$$C = (3x-2)^2 - 5^2$$

$$C = (3x-2-5)(3x-2+5)$$

$$C = (3x-7)(3x+3)$$

$$C = \boxed{3(3x-7)(x+1)}$$

3) $(3x-7)(x+1) = 0$

Un produit est nul si et seulement si au moins l'un de ses facteurs est nul.

$$3x-7=0 \quad \text{ou} \quad x+1=0$$

$$x = \frac{7}{3} \quad \text{ou} \quad x = -1$$

$$\mathcal{L} = \left\{ -1; \frac{7}{3} \right\}$$

4) $C = 9\sqrt{5}^2 - 12\sqrt{5} - 21$

$$C = 9 \times 5 - 12\sqrt{5} - 21$$

$$C = \boxed{24 - 12\sqrt{5}}$$

Exercice 5 :

1) $A = \frac{3}{14} + \frac{5}{21}$

$$A = \frac{9}{42} + \frac{10}{42}$$

$$A = \boxed{\frac{19}{42}}$$

$$B = \frac{2}{3} - \frac{7}{3} \times \frac{9}{14}$$

$$B = \frac{2}{3} - \frac{9}{6}$$

$$B = \frac{4}{6} - \frac{9}{6}$$

$$B = \boxed{-\frac{5}{6}}$$

$$C = \frac{2^3}{3^2} : \frac{2^4}{3}$$

$$C = \frac{2^3}{3^2} \times \frac{3}{2^4}$$

$$C = \frac{1}{3 \times 2}$$

$$C = \boxed{\frac{1}{6}}$$

2) $D = 2\sqrt{250} - 5\sqrt{490} + 2\sqrt{81}$

$$D = 2\sqrt{25 \times 10} - 5\sqrt{49 \times 10} + 2 \times 9$$

$$D = 2 \times 5\sqrt{10} - 5 \times 7\sqrt{10} + 18$$

$$D = 10\sqrt{10} - 35\sqrt{10} + 18$$

$$D = \boxed{-25\sqrt{10} + 18}$$

$$E = 7\sqrt{15} \times 2\sqrt{35} \times \sqrt{3}$$

$$E = 7\sqrt{5} \times \sqrt{3} \times 2 \times \sqrt{7} \times \sqrt{5} \times \sqrt{3}$$

$$E = 14 \times \sqrt{5} \times \sqrt{5} \times \sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \sqrt{7}$$

$$E = 14 \times 5 \times 3\sqrt{7}$$

$$E = \boxed{210\sqrt{7}}$$

$$F = (2 - 3\sqrt{5})(15 + 2\sqrt{5})$$

$$F = (2 \times 15 + 2 \times 2\sqrt{5}) - (3\sqrt{5} \times 15 + 3\sqrt{5} \times 2\sqrt{5})$$

$$F = (30 + 4\sqrt{5}) - (45\sqrt{5} + 30)$$

$$F = 30 + 4\sqrt{5} - 45\sqrt{5} - 30$$

$$F = \boxed{-41\sqrt{5}}$$

$$G = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{18}}$$

$$G = \frac{\sqrt{4 \times 2}}{\sqrt{9 \times 2}}$$

$$G = \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{2}}$$

$$G = \boxed{\frac{2}{3}}$$